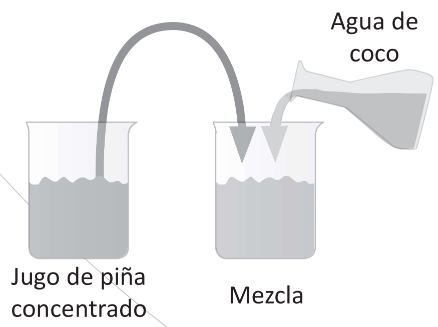
Unidad 2

Sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

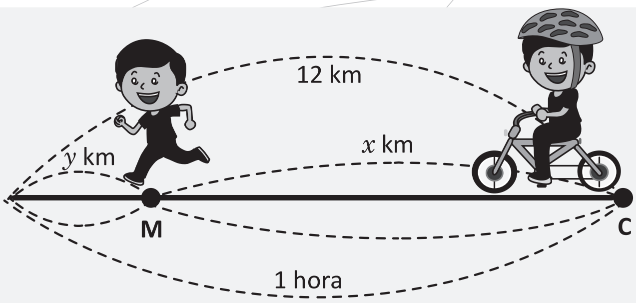
Los sistemas de ecuaciones lineales fueron resueltos por los babilonios, los cuales llamaban a las incógnitas con palabras tales como longitud y anchura, sin que tuvieran relación con problemas de medida. La matemática comienza a interesarse por las operaciones que pueden realizarse con cualquier número, y esta idea permite dar el salto desde la Aritmética al Álgebra. En este contexto, Diofanto introdujo símbolos y dio soluciones algebraicas de las ecuaciones especiales de primer grado con dos y tres incógnitas, como $x + y = 100$, $x - y = 40$.



Preparación de una mezcla.

Los sistemas de ecuaciones se utilizan para modelar situaciones de diferentes contextos, por ejemplo analizar el flujo de tráfico en una red de calles que se cruzan unas con otras, calcular el presupuesto de un proyecto, analizar la oferta y demanda mediante el equilibrio parcial, determinar la proporción de elementos para una mezcla, optimizar procesos de producción, etc.

Durante las clases siguientes estudiarás las ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, los métodos de solución de los sistemas y sus aplicaciones para resolver situaciones de la vida cotidiana en diferentes contextos, por ejemplo: geometría, ciencias naturales, economía, etc.



Uso de los modelos matemáticos para representar la velocidad.

1.1 Solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita

1. Determina el valor de x que satisface las siguientes ecuaciones:

a) $x + 3 = 5$

b) $x - 4 = 2$

c) $2x = 5$

d) $2x - 7 = 3$

e) $-3x - 8 = -17$

f) $4x - 4 = -2x + 8$

g) $10x + 15 = -12 + x$

h) $2(x + 3) = 5(x - 4) + 8$

i) $3(2x - 5) - 9 = -4x + 6$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $0.7x + 1.2 = 0.3x + 2.8$

b) $2 + 0.6x = 2.4 + 0.8x$

c) $0.3x - 0.06 = 0.15x + 0.24$

d) $1.25x + 0.05 = 1.45x - 0.05$

3. Resuelve los siguientes ejercicios:

a) $\frac{1}{3}x - 2 = \frac{1}{6}x$

b) $\frac{x - 3}{2} = \frac{1}{5}x$

c) $\frac{x + 3}{10} = \frac{x + 2}{15}$

d) $-\left(\frac{x + 2}{3}\right) - \frac{x}{2} = \frac{5}{3}$

e) $-\frac{x + 2}{3} = \frac{3}{4}$

f) $-\frac{1}{2} = \frac{2}{3}x + \frac{5}{4}$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.2 Aplicación de las ecuaciones de primer grado con una incógnita

R

1. Resuelve las ecuaciones:

a) $x + 7 = 8$ b) $4x = -12$ c) $4x - 2 = 3x - 5$ d) $2x = 5x + 15$

2. Sigue resolviendo:

a) $2(x + 3) - 5 = 5x + 13$ b) $5(2x + 3) - (7x - 6) = 0$

---

1. Tengo $\frac{2}{3}$ de lo que cuesta una computadora. ¿Cuánto vale la computadora si me faltan solo 318 dólares para comprarla?

2. Tres hermanos trabajan juntos y tienen que repartirse \$3,000 de beneficios. ¿Cuánto le tocará a cada uno, si el primero tiene que recibir 3 veces más que el segundo y el tercero dos veces más que el primero?

3. Carlos sale en bicicleta desde Santa Tecla hacia Santa Ana con una velocidad de 25 km/h, 3 horas más tarde sale Ana en un carro a una velocidad de 125 km/h. ¿Cuánto tiempo tardará Ana en alcanzar a Carlos?

4. ¿Qué número tengo que sumar a los dos términos de la fracción $\frac{15}{135}$ para que se convierta en $\frac{3}{11}$?

5. La suma de dos números enteros pares consecutivos es 154. Encuentra el número par mayor.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.3 Sentido de la ecuación de primer grado con dos incógnitas

R

1. Resuelve las ecuaciones:
   a) $0.2x - 3 = 1.2x - 7$ b) $0.5\,x + 0.8 = 3.3$ c) $\frac{5}{4}x = -15$

2. El perímetro de un triángulo isósceles es 54 cm y la base excede en 3 cm a uno de los lados iguales del triángulo. Determina la medida de los lados del triángulo.

C

En la situación de Carlos, en la que acertó 7 tiros entre tiros libres y de 2 puntos, obteniendo 10 puntos. Para saber cuántos tiros libres y cuántos de 2 puntos acertó, escribe dos ecuaciones para las condiciones "acertó 7 tiros" y "obtuvo 10 puntos"; luego encuentra la solución completando la tabla.

Tiros libres: x	0	1	2	3	**4**	5	6	7
Tiros de dos puntos: y	7	6	5	4	**3**	2	1	0
Total acertado: $x + y$	7	7	7	7	**7**	7	7	7
Total de puntos: $x + 2y$	14	13	12	11	**10**	9	8	7

Las ecuaciones de la forma $x + y = 7$ se llaman **ecuaciones de primer grado con dos incógnitas** y tal como se muestra en el ejemplo, para estas ecuaciones existe más de un par de valores que las satisface. A fin de encontrar el valor de x y de y que satisfaga las dos condiciones, se plantean las dos ecuaciones de forma simultánea: $\begin{cases} x + y = 7 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$

A la combinación de dos o más ecuaciones se le llama **sistema de ecuaciones** y la solución del sistema será el par de valores que satisfacen las dos ecuaciones. En el ejemplo, la solución del sistema es $x = 4$, $y = 3$.

Lee las siguientes situaciones:

1. Carlos pagó una cuenta de $30 con billetes de $2 y de $5. En total empleó 9 billetes para hacer el pago. ¿Cuántos billetes de cada valor utilizó?
   a) Escribe ecuaciones que representen las condiciones "pagó una cuenta de $30" y "empleó 9 billetes."
   b) Completa la tabla y encuentra la solución del sistema de ecuaciones.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Total de billetes:	9									9
Total de dinero:										

2. En un almacén hay dos tipos de lámparas, las de tipo A, que utilizan 2 bombillos y las de tipo B, que utilizan 3 bombillos. Si en total, en el almacén hay 9 lámparas y 22 bombillos, ¿cuántas lámparas hay de cada tipo?
   a) Escribe ecuaciones que representen las condiciones "hay 9 lámparas" y "hay 22 bombillos".
   b) Completa la tabla y encuentra la solución del sistema de ecuaciones.

x										
y										
Total de lámparas:										
Total de bombillos:										

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.4 Sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

R

1. Hallar el perímetro del cuadrado ABCD tal que AB = $5x + 5$, CD = $7x - 19$.

2. Lee y responde:

   En la feria de las fiestas patronales de mi pueblo, subir a la Chicago cuesta $2 y subir a la Montaña Rusa $3. Julia sube un total de 7 veces y gasta $16. ¿Cuántas veces subió a cada atracción?

   a) Escribe ecuaciones que representen las condiciones "sube un total de 7 veces" y "gasta $16".

   b) Completa la tabla y encuentra la solución del sistema de ecuaciones.

Total de veces que subió a la Chicago: x	0	1	2	3	4	5	6	7
Total de veces que subió a la M. Rusa: y	7	6	5	4	3	2	1	0
Total de veces que se subió:								
Total de gasto:								

C

En la tienda Vida Sana, 1 libra de uvas y 1 de manzanas cuesta $5, y 1 libra de uvas y 3 de manzanas cuesta $11. ¿Cuál es el precio de 1 libra de uvas y 1 libra de manzanas?

a) Considera como x el precio de la libra de uvas y como y el precio de la libra de manzanas.

1 libra de uvas + 1 libra de manzanas $\longrightarrow$ $x + y = 5$

1 libra de uvas + 3 libras de manzanas $\longrightarrow$ $x + 3y = 11$

b) Se considera las dos condiciones $\begin{cases} x + y = 5 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$ para elaborar la tabla.

x	0	1	**2**	3	4	5
y	5	4	**3**	2	1	0
$x + y$	5	5	**5**	5	5	5
$x + 3y$	15	13	**11**	9	7	5

Los valores para x y y que cumplen las dos condiciones son $x = 2$, $y = 3$; entonces, 1 libra de uvas es de $2 y la de manzanas $3.

Los valores que cumplen las dos condiciones del problema se les llama **solución del sistema**, entonces **resolver un sistema de ecuaciones** es encontrar los valores que satisfacen las dos ecuaciones.

1. De los siguientes pares de valores, ¿cuál es la solución del sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$?

   a) $x = 2$, $y = 4$ b) $x = 3$, $y = 2$ c) $x = 4$, $y = 2$

2. ¿De cuál sistema es solución los valores $x = -2$; $y = 3$?

   a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x + y = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - y = -5 \\ x + y = 11 \end{cases}$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

Unidad 2

1.5 Sentido del método de reducción

1. Lee la siguiente situación:
   Con \$21 se compraron 2 lapiceros y 3 cajas de colores, y con \$8 se compró 1 lapicero y 1 caja de colores. ¿Cuál es el costo de un lapicero y el de una caja de colores?
   a) Escribe las ecuaciones para cada condición.
   b) Completa la tabla y encuentra la solución del sistema de ecuaciones.

Costo de un lapicero: x								
Costo de una caja de colores: y								
Condicion 1:								
Condición 2:								

2. De los siguientes pares de valores, ¿cuál es la solución del sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$?

   a) $x = 5,\ y = 2$ b) $x = 3,\ y = 2$ c) $x = 2,\ y = 4$

3. ¿De cuál sistema es la solución $x = 5,\ y = -1$?

   a) $\begin{cases} x - y = 6 \\ -2x + 3y = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 6y = 4 \end{cases}$

Para resolver un sistema de ecuaciones en el que los coeficientes de una de las incógnitas tienen igual signo e igual valor absoluto:
1. Se encuentra la diferencia restando los miembros izquierdos y derechos de las dos ecuaciones respectivamente.
2. Se obtiene una nueva ecuación con una incógnita, que se estudió en 7° grado.
3. Se resuelve la ecuación obtenida.
4. Se sustituye el valor obtenido en 3 en cualquiera de las dos ecuaciones del sistema.

Al proceso descrito se le llama **reducción.**
Por ejemplo, para el sistema resuelto, x tiene coeficientes de igual valor absoluto e igual signo.

Por ejemplo:

$$\begin{cases} 2x + 5y = 12 & ① \\ 2x + 3y = 8 & ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{rr} & 2x + 5y = 12 \\ (-) & 2x + 3y = 8 \\ \hline & 2y = 4 \\ & y = 2 \end{array}$$

Sustituyendo $y = 2$ en la ecuación ②:

$$\begin{aligned} 2x + 3(2) &= 8 \\ 2x + 6 &= 8 \\ 2x &= 2 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando reducción.

a) $\begin{cases} 2x + 7y = 22 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 5x - 2y = 25 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}y = 4 \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}y = 8 \end{cases}$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.6 Método de reducción por adición

R

1. De los siguientes pares de valores, ¿cuál es la solución del sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + y = 1 \\ 4x + 8y = 7 \end{cases}$?

a) $x = \frac{1}{4},\ y = \frac{3}{4}$ b) $x = 2,\ y = -1$ c) $x = \frac{2}{5},\ y = \frac{2}{5}$

2. ¿De cuál sistema es solución los valores $x = 3$, $y = -3$?

a) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2x + 3y = -3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + 2y = -3 \\ 2x - 3y = -3 \end{cases}$

3. Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando reducción.

a) $\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 2x + 5y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x - 4y = -2 \\ 3x - 4y = -6 \end{cases}$

C

Para resolver un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, aplicando reducción, es necesario considerar siempre los coeficientes de las incógnitas.

Si los coeficientes de una de ellas tienen igual valor absoluto pero distinto signo, se suman respectivamente los términos en ambos miembros de las dos ecuaciones.

Por ejemplo: al sumar los miembros izquierdo y derecho, respectivamente, de las dos ecuaciones se obtiene:

$$\begin{array}{rl} 3x - 5y = 25 & ① \\ (+)\ \underline{5x + 5y = 15} & ② \\ 8x = 40 & \\ x = 5 & \end{array}$$

Sustituye $x = 5$ en ② y encuentra el valor de y

$$\begin{aligned} 5x + 5y &= 15 \\ 5(5) + 5y &= 15 \\ 5y &= 15 - 25 \\ 5y &= -10 \\ y &= -2 \end{aligned}$$

Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando reducción.

a) $\begin{cases} 2x - 7y = -16 \\ 3x + 7y = 11 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 5x - 3y = 4 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \frac{1}{3}x + 5y = 12 \\ -\frac{1}{3}x + 2y = 2 \end{cases}$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.7 Método de reducción por adición o sustracción, parte 1

R

1. Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando reducción.

a) $\begin{cases} 9x + 5y = 8 \\ 9x - 4y = -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 2y = -5 \\ 4x + 2y = -6 \end{cases}$

2. Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando reducción.

a) $\begin{cases} 10x - 3y = 1 \\ 5x + 3y = 14 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 4y = 3 \\ 6x + 4y = 1 \end{cases}$

C

Para resolver el sistema de ecuaciones donde ninguna de las incógnitas tiene coeficiente con igual valor absoluto, pero al analizar los coeficientes para una de las incógnitas, uno es múltiplo del otro:

1. Identificar la incógnita que conviene reducir.
2. Multiplicar por un número igual al coeficiente con que aparece la incógnita en la otra ecuación.
3. Determinar qué operación realizar: suma o resta.
4. Resolver la ecuación reducida.
5. Sustituir el valor encontrado en 4 en cualquiera de las ecuaciones del sistema.

Por ejemplo, para resolver el sistema:

$$\begin{cases} x + 3y = -4 & ① \\ 4x + 2y = 4 & ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{lrr} ① \times 4 & \longrightarrow & 4x + 12y = -16 \\ ② & \longrightarrow & (-)\underline{4x + 2y = 4} \\ & & 10y = -20 \\ & & y = -2 \end{array}$$

Sustituyendo y en ①

$$\begin{aligned} x + 3y &= -4 \\ x + 3(-2) &= -4 \\ x - 6 &= -4 \\ x &= -4 + 6 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

La solución del sistema es $x = 2$, $y = -2$.

Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando reducción.

a) $\begin{cases} 3x + y = -1 \\ 5x + 3y = -4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -x + 2y = 1 \\ 3x + 5y = 19 \end{cases}$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.8 Método de reducción por adición o sustracción, parte 2

R

1. Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando reducción.

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ -3x - 7y = 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 9x + 5y = -12 \\ 4x - 5y = -27 \end{cases}$

2. Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando reducción.

a) $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 7x + 3y = 11 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + 5y = 4 \\ 6x + 3y = 0 \end{cases}$

C

Para resolver el sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas aplicando reducción, es necesario:

1. Identificar la incógnita que se va a reducir.
2. Multiplicar las ecuaciones por un número de tal manera que la incógnita que se va a reducir tenga coeficientes de igual valor absoluto.
3. Identificar si se suma o resta para reducir.
4. Resolver la ecuación reducida.
5. Sustituir el valor obtenido en 4, en una de las ecuaciones del sistema.

Por ejemplo, resolver el sistema:

$\begin{cases} 3x - 4y = 3 & ① \\ 2x - 3y = 1 & ② \end{cases}$

$$\begin{array}{lcr} ① \times 2 & \longrightarrow & 6x - 8y = 6 \\ ② \times 3 & \longrightarrow & (-)\underline{6x - 9y = 3} \\ & & y = 3 \end{array}$$

Sustituyendo y en ②

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= 1 \\ 2x - 3(3) &= 1 \\ 2x - 9 &= 1 \\ 2x &= 1 + 9 \\ 2x &= 10 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

La solución del sistema es $x = 5$, $y = 3$.

Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando reducción.

a) $\begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ 7x + 5y = -3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ 3x - 5y = -7 \end{cases}$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.9 Sentido del método de sustitución

R 1. Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando reducción.

a) $\begin{cases} 6x + 5y = 7 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 4y = 8 \\ 5x + 8y = 6 \end{cases}$

2. Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando reducción.

a) $\begin{cases} 4x + 5y = -1 \\ 5x + 3y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 7x + 3y = -1 \end{cases}$

C Cuando en una de las dos ecuaciones del sistema se sustituye una de las incógnitas x o y por su expresión equivalente, se obtiene una nueva ecuación con una incógnita, resolviendo esa ecuación se determina el valor de una incógnita que permitirá determinar el valor de la otra incógnita; tal como se muestra en el ejemplo.

El método que reduce en una incógnita al sustituir una de las incógnitas por su expresión equivalente, se llama **sustitución**.

Por ejemplo, para resolver el sistema que representa las dos condiciones sobre el precio del quintal de maíz y del quintal de frijol, se tiene:

$$\begin{cases} x + 7y = 440 & ① \\ x = 2y - 10 & ② \end{cases}$$

Al sustituir ② en ①, se obtiene:

$$\begin{aligned} (2y - 10) + 7y &= 440 \\ 2y - 10 + 7y &= 440 \\ 9y &= 440 + 10 \\ 9y &= 450 \\ y &= 50 \end{aligned}$$

Sustituyendo $y = 50$ en la ecuación ②

$x = 2(50) - 10$

$x = 100 - 10$

$x = 90$

Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando sustitución.

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x = 2y + 7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x + 2y = -1 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x + 3y = 6 \\ x = 5y + 13 \end{cases}$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.10 Método de sustitución

R

1. Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando reducción.

a) $\begin{cases} 3x + 5y = 7 \\ -2x + 3y = 8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 2y = 9 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$

2. Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando sustitución.

a) $\begin{cases} x = 9 - 3y \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ y = 3x - 5 \end{cases}$

C

Para resolver un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, aplicando **sustitución**, es necesario considerar:

1. Identificar la incógnita que resulta más fácil despejar.
2. Realizar el despeje.
3. Sustituir la incógnita despejada en ② en la otra ecuación.
4. Resolver la ecuación obtenida.

Por ejemplo, resolver: $\begin{cases} 5x + y = 14 & ① \\ 2x + 3y = 16 & ② \end{cases}$

Despejar y en la ecuación ① y se obtiene $y = 14 - 5x$

- Sustituir y por $14 - 5x$ en la ecuación ②

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 16 \\ 2x + 3(14 - 5x) &= 16 \\ 2x + 42 - 15x &= 16 \\ -13x + 42 &= 16 \\ -13x &= 16 - 42 \\ -13x &= -26 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

- Al sustituir $x = 2$ en $y = 14 - 5x$

$$\begin{aligned} y &= 14 - 5x \\ y &= 14 - 5(2) \\ y &= 4 \end{aligned}$$

Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando sustitución.

a) $\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2x + 5y = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 7x + 2y = 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3y = 4x \,\square\, 11 \end{cases}$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.11 Solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas

R

1. Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando sustitución.

a) $\begin{cases} x = 3y - 5 \\ 5x + 2y = -8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ y = 3x + 2 \end{cases}$

2. Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando sustitución.

a) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - y = -6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x + 3y = -9 \\ y = 2x + 8 \end{cases}$

C

Para resolver un sistema de ecuaciones, se puede seleccionar un método según los tipos de ecuaciones.

- Cuando las incógnitas tienen coeficientes del mismo valor absoluto o uno de sus coeficientes es múltiplo del otro es más fácil aplicar el método de reducción.

- Cuando una ecuación tiene despejada una incógnita o la incógnita tiene coeficiente ± 1, es fácil aplicar **sustitución.**

Por ejemplo, dado el sistema:

$$\begin{cases} 8x - 9y = 7 & ① \\ 9y = 7x - 5 & ② \end{cases}$$

- Sustituye $9y$ en la ecuación ①

$$8x - 9y = 7$$
$$8x - (7x - 5) = 7$$
$$8x - 7x + 5 = 7$$
$$x = 7 - 5$$
$$x = 2$$

- Sustituye $x = 2$ en:

$$9y = 7(2) - 5$$
$$9y = 14 - 5$$
$$9y = 9$$
$$y = 1$$

Resuelve los sistemas de ecuaciones, aplicando el método que consideres más adecuado.

a) $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 3x = 2y - 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 5y = -3 \\ 2x - 9 = 5y \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 7 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.12 Sistemas de ecuaciones con coeficientes decimales

R 1. Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando sustitución.

a) $\begin{cases} x = 2y - 5 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x - 9 = y \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$

2. Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método que consideres más adecuado.

a) $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ 2x = 5 - 3y \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 5x - 4 = 3y \end{cases}$

C

Para resolver el sistema de ecuaciones cuyos coeficientes son decimales, se multiplica cada ecuación por un número tal que los coeficientes se conviertan en números enteros, luego se aplica el método que se considere más adecuado.

Por ejemplo, resolver $\begin{cases} 1.5x + 0.5y = 10 & ① \\ 0.1x + 0.2y = 1 & ② \end{cases}$

1. Se convierten en ecuaciones con coeficientes enteros:

① × 10 ⟶ $15x + 5y = 100$

② × 10 ⟶ $x + 2y = 10$

2. Se despeja x en ②:

$$x + 2y = 10$$
$$x = 10 - 2y$$

3. Se sustituye x en la ecuación ①:

$$15(10 - 2y) + 5y = 100$$
$$150 - 30y + 5y = 100$$
$$-25y = 100 - 150$$
$$y = 2$$

4. Se sustituye $y = 2$

$$x = 10 - 2(2)$$
$$x = 6$$

Resuelve los sistemas de ecuaciones, aplicando el método que consideres más adecuado.

a) $\begin{cases} 0.1x + 0.2y = 0 \\ x + y = 15 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 0.25x + 0.2y = 2 \\ 3x - 2y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 0.4x + 0.1y = 3 \\ 0.2x + 0.5y = 6 \end{cases}$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.13 Sistemas de ecuaciones con coeficientes fraccionarios

R

1. Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método que consideres más adecuado.

a) $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 3x - 2y = 6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x - y = 2 \\ 4x = 2y + 3 \end{cases}$

2. Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método que consideres más adecuado.

a) $\begin{cases} 0.3x + 0.8y = 2 \\ 3x - 8y = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 0.5x + 0.3y = 2 \\ 6x - 3y = -9 \end{cases}$

C

Para resolver el sistema de ecuaciones cuyo coeficiente es un número fraccionario, se multiplica cada ecuación por un número tal que los coeficientes fraccionarios se conviertan en números enteros, luego se aplica el método de solución que se considere más adecuado.

Por ejemplo, resolver el sistema:

$$\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}y = 12 & ① \\ \frac{7}{9}x + y = 15 & ② \end{cases}$$

1. Se convierten en ecuaciones con coeficientes enteros:

① $\times 12 \longrightarrow 8x + 9y = 144$

② $\times 9 \longrightarrow 7x + 9y = 135$

2. Se reduce en y, restando ② de ①:

$$\begin{array}{rr} & 8x + 9y = 144 \\ (-) & \underline{7x + 9y = 135} \\ & x = 9 \end{array}$$

3. Se sustituye $x = 9$ en la ecuación ② del sistema dado:

$$\frac{7}{9}x + y = 15$$
$$\frac{7}{9}(9) + y = 15$$
$$7 + y = 15$$
$$y = 8$$

Resuelve los sistemas de ecuaciones, aplicando el método que consideres más adecuado.

a) $\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y = 2 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 5 \\ \frac{3}{4}x - \frac{1}{3}y = 0 \end{cases}$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.14 Sistemas de ecuaciones que contienen signos de agrupación

R

1. Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método que consideres más adecuado.

a) $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 0.2x + 0.2y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 0.5x - 0.5y = -4 \\ 3x + 5y = 0 \end{cases}$

2. Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método que consideres más adecuado.

a) $\begin{cases} x + \frac{1}{3}y = 2 \\ 3x - \frac{2}{3}y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x - \frac{1}{2}y = 1 \\ 2x + \frac{1}{2}y = 2 \end{cases}$

C

Para resolver un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas que contiene signos de agrupación, como el que se muestra en el ejemplo, es necesario:

- Suprimir los signos de agrupación, efectuar las operaciones indicadas.
- Resolver el sistema aplicando el método que se considere más adecuado.

Por ejemplo, resolver el sistema:

$$\begin{cases} 8x - 3(x - y) = 50 & ① \\ 3(x + y) - (6y - 5x) = 41 & ② \end{cases}$$

1. Realiza las operaciones indicadas:

① $\longrightarrow 8x - 3x + 3y = 50 \longrightarrow 5x + 3y = 50$

② $\longrightarrow 3x + 3y - 6y + 5x = 41 \longrightarrow 8x - 3y = 41$

2. Sumando ① y ②

$$\begin{array}{rr} & 5x + 3y = 50 \\ (+) & \underline{8x - 3y = 41} \\ & 13x = 91 \\ & x = 7 \end{array}$$

3. Sustituye x en la ecuación ①

$$\begin{aligned} 5x + 3y &= 50 \\ 5(7) + 3y &= 50 \\ 3y &= 50 - 35 \\ 3y &= 15 \\ y &= 5 \end{aligned}$$

Resuelve los sistemas de ecuaciones, aplicando el método que consideres más adecuado.

a) $\begin{cases} 5x - 3(x - y) = 7 \\ 6y - 3(y - x) = 9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 2(y - x) = -9 \\ 2(x - y) + 3y = 0 \end{cases}$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.15 Sistemas de ecuaciones de la forma $ax + by + c = 0$

R

1. Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método que consideres más adecuado.

a) $\begin{cases} \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}y = 3 \\ \frac{5}{3}x + \frac{1}{3}y = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{2}{5}x + \frac{1}{2}y = 1 \\ \frac{3}{5}x - \frac{1}{2}y = -6 \end{cases}$

2. Resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método que consideres más adecuado.

a) $\begin{cases} 6x - 2y = 3(x + 2) \\ 3x - 3y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 10x + 7y = 4(x - 1) + 8 \\ 8x + 7y = 10 \end{cases}$

C

Para resolver un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, cuya forma es $ax + by + c = 0$, como el que se muestra en el ejemplo es necesario:

- Llevar las ecuaciones a la forma $ax + by = c$, efectuando la transposición de términos.
- Se resuelve el sistema aplicando el método que se considere más adecuado.

Por ejemplo, resolver el sistema:

$$\begin{cases} 0.8x + 1.2y - 14 = 0 & ① \\ 0.4x - 0.3y - 2.5 = 0 & ② \end{cases}$$

1. Transponer el término independiente c para llevar a la forma $ax + by = c$ y convertir a coeficientes enteros:

$$① \longrightarrow 0.8x + 1.2y = 14 \longrightarrow 8x + 12y = 140$$
$$② \longrightarrow 0.4x - 0.3y = 2.5 \longrightarrow 4x - 3y = 25$$

2. Restando ② de ①:

$$\begin{array}{lrr} ① & \longrightarrow & 8x + 12y = 140 \\ ② \times 2 & \longrightarrow & (-)\ \underline{8x - 6y = 50} \\ & & 18y = 90 \\ & & y = 5 \end{array}$$

3. Sustituye $y = 5$ en la ecuación ②:

$$\begin{aligned} 4x - 3(5) &= 25 \\ 4x - 15 &= 25 \\ 4x &= 25 + 15 \\ 4x &= 40 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

Resuelve los sistemas de ecuaciones, aplicando el método que consideres más adecuado.

a) $\begin{cases} x + 2y + 5 = 0 \\ 3x + 2y - 9 = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - y - 5 = 0 \\ 3x - y - 15 = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - 2y - 5 = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases}$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.16 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Identifico la diferencia entre estas ecuaciones: $3x + 2y = 5$, $2x + 5 = 9$, $2(x - 3) = 10$, $2(x - y) = 4$				
2. Identifico la diferencia entre resolver una ecuación con dos incógnitas como esta: $2x + y = 5$ y resolver una como esta: $x - 2 = 0$				
3. Resuelvo ecuaciones como $2x + y = 5$, mediante el uso de tablas.				
4. Resuelvo un sistema de ecuaciones mediante el uso de tablas, por ejemplo: $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$				
5. Resuelvo un sistema de ecuaciones haciendo uso del método de reducción, por ejemplo: $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$				
6. Resuelvo un sistema de ecuaciones haciendo uso del método de sustitución, por ejemplo: $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 7x + 2y = 3 \end{cases}$				
7. Determino qué método resulta más adecuado aplicar para resolver un sistema de ecuaciones con dos incógnitas, por ejemplo: $\begin{cases} x + y = 7 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$				

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.17 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Resuelvo sistemas de ecuaciones de primer grado con coeficientes decimales, por ejemplo: $\begin{cases} 0.8x - 0.2y = 1.4 \\ 0.4x + 2y = 2.8 \end{cases}$				
2. Resuelvo sistemas de ecuaciones de primer grado con coeficientes fraccionarios, por ejemplo: $\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{5}y = 2 \\ \frac{1}{3}x - y = -4 \end{cases}$				
3. Resuelvo sistemas de ecuaciones de primer grado con coeficientes decimales y fraccionarios, por ejemplo: $\begin{cases} 0.2x + 0.4y + 0.6 = 0 \\ \frac{3}{2}x + \frac{5}{4}y - \frac{5}{2} = 0 \end{cases}$				
4. Resuelvo sistemas de ecuaciones de primer grado de la forma $ax + by + c = 0$, por ejemplo: $\begin{cases} 6x - 5y - 17 = 0 \\ 14x + 25y - 3 = 0 \end{cases}$				

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.1 Aplicación de sistemas de ecuaciones en geometría

R Expresa en lenguaje algebraico:

1. Un número aumentado en trece.

2. El doble de un número.

3. Un número que es aumentado en cuatro es igual a nueve.

4. Un número disminuido en nueve es igual a tres.

5. La suma de dos números es igual a quince.

C Para resolver problemas mediante el uso de sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, es necesario:

1. Definir las cantidades que se representan con las incógnitas.
2. Escribir las ecuaciones que corresponden a las condiciones del problema para plantear el sistema.
3. Resolver el sistema de ecuaciones.
4. Verificar si la solución es pertinente a la situación.

1. Una parcela rectangular tiene un perímetro de 240 m, si mide el triple de largo que de ancho, ¿cuáles son las dimensiones de la parcela?

2. El Hotel La Esperanza tiene una piscina rectangular cuyo perímetro mide 40 m y el largo es 4 m menos que el doble del ancho. ¿Cuánto mide de largo y ancho la piscina?

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.2 Aplicación de sistemas de ecuaciones en ciencias naturales

R

1. El perímetro de un rectángulo es 64 cm y la diferencia entre el largo y el ancho es 6 cm. Calcula las dimensiones de dicho rectángulo.

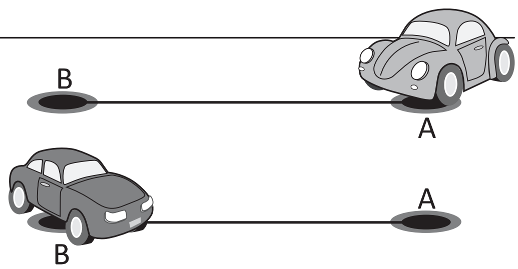
2. Calcula las dimensiones del escritorio de Ana, cuyo perímetro es 400 cm y el ancho es $\frac{2}{3}$ de su largo.

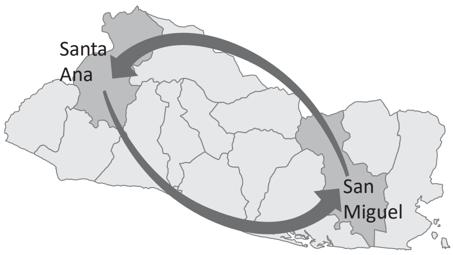
C

Para resolver problemas mediante el uso de sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, es necesario:

1. Definir las cantidades que se representan con las incógnitas.
2. Escribir las ecuaciones que corresponden a las condiciones del problema para plantear el sistema.
3. Resolver el sistema de ecuaciones.
4. Verificar si la solución es pertinente a la situación.

1. La distancia entre dos ciudades A y B es de 255 km. Un automóvil sale de A hacia B a una velocidad de 90 km/h. Al mismo tiempo, sale otro automovil de B hacia A a una velocidad de 80 km/h. Suponiendo su velocidad constante, calcula la distancia que ha recorrido cada uno hasta el momento del encuentro.





2. La distancia entre Santa Ana y San Miguel es de 200 km aproximadamente. Carlos sale de San Miguel hacia Santa Ana a una velocidad de 60 km/h. A la misma hora sale Carmen de Santa Ana hacia San Miguel, a una velocidad de 100 km/h. Suponiendo su velocidad constante y una misma ruta, determina la distancia recorrida por cada uno al momento del encuentro.

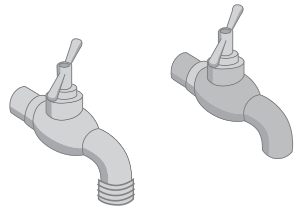
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.3 Aplicación de sistemas de ecuaciones en aritmética, parte 1

R

1. Calcula las dimensiones de la pantalla de televisión de la casa de Carlos, cuyo perímetro es 140 cm y el ancho es $\frac{3}{4}$ de su largo.

2. En la casa de Mario tienen dos grifos A y B. Si se abre el grifo A durante 3 minutos y el grifo B durante 1 minuto, salen en total 50 litros de agua. En cambio, al abrir el grifo A durante 1 minuto y el B durante 2 minutos, entonces salen en total 40 litros. ¿Cuántos litros de agua por 1 minuto salen en cada grifo?



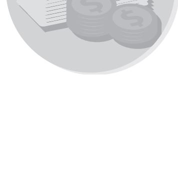
C

Para resolver problemas mediante el uso de sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, es necesario:

1. Definir las cantidades que se representan con las incógnitas.
2. Escribir las ecuaciones que corresponden a las condiciones del problema para plantear el sistema.
3. Resolver el sistema de ecuaciones.
4. Verificar si la solución es pertinente a la situación.

1. Carlos ha comprado un pantalón y un par de zapatos. Los precios de estas prendas suman $190.00, pero le han hecho un descuento del 10% en el pantalón y un 20% en los zapatos, pagando en total $158.00. ¿Cuál es el precio sin descuento de cada prenda?

2. Antonio dispone de un capital de $9,000.00 dólares, del que una parte la deposita en una cuenta al 4% de interés anual y otra al 5% anual. Calcula ambas partes sabiendo que el capital acumulado al cabo de un año es de $9,400.00 dólares.



¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.4 Aplicación de sistemas de ecuaciones en aritmética, parte 2

R

1. Una señora pagó 26.40 dólares por 20 libras de tomates y cebollas. Si los tomates costaron \$1.20 la libra, y las cebollas \$1.50 la libra, ¿qué cantidad compró de cada verdura?

2. Juan compró una computadora y una pantalla de televisión por 2,000 dólares y los vendió por 2,260 dólares, ¿cuánto le costó cada objeto, sabiendo que en la venta de la computadora ganó el 10% y en la venta de la pantalla de televisión ganó el 15%?

C

En el zoológico tienen avestruces y cebras a razón de 7 a 8, si entre todas se cuentan 92 patas, ¿cuántas avestruces y cuántas cebras hay?

1. Llamando y al número de avestruces y x al número de cebras, representa las condiciones:

"a razón de 7 a 8" $y : x = 7 : 8 \longrightarrow 8y = 7x$
"se cuentan 92 patas" $4x + 2y = 92 \longrightarrow 4x + 2y = 92$

2. Se plantea el sistema $\begin{cases} 8y = 7x & ① \\ 4x + 2y = 92 & ② \end{cases}$

3. Se resuelve el sistema

- Despejar y de la ecuación ①

$$y = \frac{7}{8}x$$

- Sustituir $y = \frac{7}{8}x$ de la ecuación ②

$$4x + 2(\tfrac{7}{8}x) = 92$$
$$4x + \tfrac{7}{4}x = 92$$
$$16x + 7x = 368$$
$$23x = 368$$
$$x = \frac{368}{23}$$
$$x = 16$$

- Sustituye el valor $x = 16$, en ②

$$y = \tfrac{7}{8}(16)$$
$$y = 7(2)$$
$$y = 14$$

4. Hay 14 avestruces y 16 cebras.

Lee las siguientes situaciones y resuélvelas.

1. En la granja del tío de Carlos se han acomodado 525 huevos en cartones pequeños y grandes a razón de $\frac{3}{2}$. Si en los cartones pequeños se acomodaron 15 huevos y en los grandes 30, ¿cuántos cartones pequeños y cuántos grandes se utilizaron?

2. En la Hacienda Pueblo Viejo se cultivaron 35 manzanas de frijol y maíz, a razón de $\frac{3}{4}$. ¿Cuántas manzanas de frijol y cuántas de maíz se cultivaron?

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.5 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste.
Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Resuelvo problemas como el siguiente: El perímetro de un terreno rectangular es de 40 metros. Si se duplica el largo del terreno y se aumenta en 6 metros el ancho, el perímetro queda en 76 metros. ¿Cuáles son las medidas del terreno?				
2. Puedo resolver problemas como María y sus amigos pagaron $109 por 5 pizzas y 7 sodas. Si la semana anterior compraron 8 pizzas y 11 sodas por $173, ¿cuánto cuesta cada pizza y cada soda?				
3. Puedo resolver problemas como Ana es costurera y quiere aprovechar una oferta de botones. El paquete de botones blancos cuesta $15 y el de botones negros $10. Si con $180.00 compró en total 14 paquetes, ¿cuánto gastó en botones blancos?				
4. Puedo resolver problemas como La suma de las tres cifras de un número capicúa es igual a 12. La cifra de las decenas excede en 4 unidades al doble de la cifra de las centenas. Halla dicho número. **Nota:** Un número capicúa tiene las cifras de las centenas igual a la de las unidades.				

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.6 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Puedes resolver problemas como Don José y don Antonio fueron a comprar semillas para sembrar. Don José compró cuatro sacos de maíz y tres sacos de frijol, y don Antonio compró tres sacos de maíz y dos de frijol. La carga de don José fue de 480 kilogramos y la de don Antonio de 340. ¿Cuánto pesaba cada saco de maíz y cada saco de frijol?				
2. Puedo resolver problemas como Don Miguel invierte en una empresa A una cantidad de dinero, obteniendo un 5% de beneficio. Por otra inversión en una segunda empresa B, obtiene un beneficio del 3.5%. Sabiendo que en total invirtió \$10,000, y que los beneficios de la primera inversión superan en \$300 a los de la segunda, ¿cuánto dinero invirtió en cada empresa?				
3. Puedo resolver problemas como Carmen y Carlos hacen pizzas para vender. La materia prima necesaria para hacer una pizza grande les cuesta \$5.00 y para una pizza pequeña \$3.00. Si disponen de \$570.00 y quieren hacer 150 pizzas, ¿cuántas pizzas de cada tamaño podrán hacer?				
4. Puedo resolver problemas como Industrias Doña Mary, tiene dos camiones cuyas capacidades de carga son respectivamente de 3 y 4 toneladas, se está transportando café hacia el beneficio para procesarlo y se hicieron 23 viajes para transportar un total de 80 toneladas de café, ¿cuantos viajes realizó cada camión?				

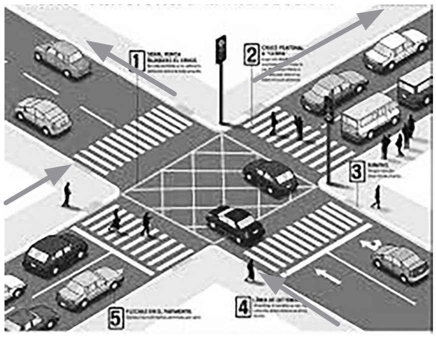
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

Problemas de aplicación

Conociendo el porcentaje de vehículos que suelen pasar de una calle a otra en cada intersección, se puede utilizar un sistema de ecuaciones lineales que, siendo resuelto, permita hacer un cálculo de la cantidad de tráfico que soportará cada calle y tomar las medidas oportunas de temporización de los semáforos, colocación de pasos de cebra, señales de alto y/o para su remodelación o reorganización del tráfico.

Analizar el flujo de tráfico en una red de calles que se cruzan

Supóngase que se tiene un segmento de la red vial de una determinada ciudad. Se quiere analizar el flujo de tráfico en la intersección de la calle A con la avenida M. La dirección del tráfico en cada una de las calles está dada en la figura de la derecha.



Considerando que por la intersección pasan 1 400 vehículos por hora y que la cantidad de vehículos que circulan por la avenida es el 75% de los que circulan por la calle, determina:

a) La cantidad de vehículos que circulan por la calle y los que circulan por la avenida.
b) Considerando el flujo vehicular de la calle y avenida, haz una programación de tiempo para los semáforos de esa intersección.

Los sistemas de ecuaciones permiten modelar situaciones cotidianas de diferentes contextos, entre ellos calcular el presupuesto de un proyecto para una empresa, sea cual sea su ámbito, considerando que hay muchos factores interrelacionados: el tamaño del proyecto, los materiales a utilizar, las horas de trabajo que se necesitan, el número de personas que lo realizarán, entre otras cosas. Con todos estos factores, se puede formar matemáticamente un sistema de ecuaciones lineales que pueden ser resueltos con un ordenador. Asi también modelar situaciones cotidianas como la siguiente:

Salarios devengados por empleados en una empresa.

Dos empleados de una empresa trabajan 8 horas diarias. El primero gana $5 diarios menos que el segundo; pero ha trabajado durante 30 días; mientras que el segundo solo ha trabajado 24 días. Si el primero ha ganado $330.00, más que el segundo calcula el salario diario de cada obrero.

a) Calcula el salario diario de cada empleado.
b) Determina el salario total devengado por cada uno de los empleados.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?