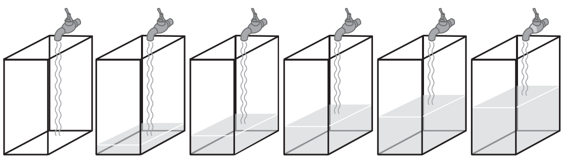
Unidad 3

Función lineal

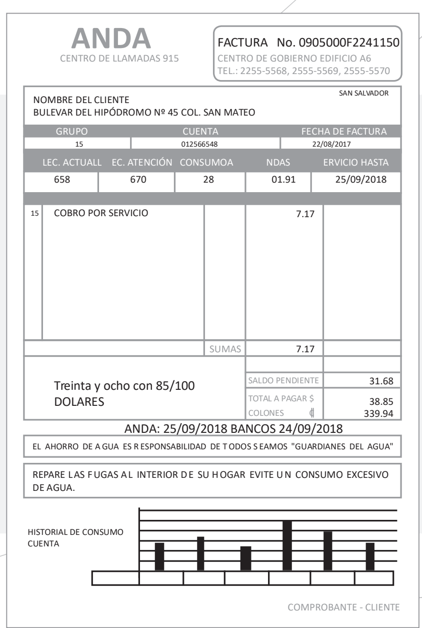
El término función fue usado por primera vez en el año 1637, por el matemático francés René Descartes, para designar una potencia n de la variable x. En 1694, el matemático alemán Gottfried Wilhelm Leibniz utilizó el término para referirse a varios aspectos de una curva, como su pendiente. Hasta recientemente, su uso más generalizado ha sido definido en 1829 por el matemático alemán Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859), quien escribió una definición de función donde relaciona la variable x y y mediante alguna regla o correspondencia que le asigna automáticamente un valor a y.



Para modelar el tiempo de llenado de una pila se puede utilizar la función lineal.

Las funciones permiten describir el mundo real en términos matemáticos, como por ejemplo, las variaciones de la temperatura, el movimiento de los planetas, las ondas cerebrales, los ciclos comerciales, el ritmo cardíaco, el crecimiento poblacional, etc.

Sobre las funciones, en este grado conocerás las más usuales en la modelización de fenómenos de las distintas ciencias y de la vida diaria, así como sus características generales, tanto analíticas como gráficas. Específicamente se revisará la función lineal y sus elementos, que utilizarás para resolver situaciones en diferentes contextos; por ejemplo, determinar el total a pagar en una factura, a partir del análisis de consumo mensual y los cargos fijos.



El total a pagar en una factura se puede determinar mediante una función lineal.

1.1 Recordando el sentido de la proporcionalidad directa

Un corredor de maratón ha avanzado 2 km en los 8 primeros minutos de su recorrido. Si mantiene la velocidad después de los 8 minutos:

1. Encuentra la constante de proporcionalidad.
2. Representa la distancia recorrida y, después de x minutos.
3. ¿Cuánto tiempo tardará en completar los 42 km del recorrido?

Solución.

Sea a la constante de proporcionalidad:

1. $y = ax$, cuando $x = 8$, $y = 2$

$$2 = a(8)$$

$$\frac{2}{8} = a$$

$$\frac{1}{4} = a \text{ , } a = \frac{1}{4}$$

2. Al expresar la distancia y, después de x minutos, se tiene:

$$y = \frac{1}{4}x$$

3. Para determinar en cuánto tiempo completa los 42 km de recorrido, se sustituye el valor de $y = 42$, en $y = \frac{1}{4}x$

$42 = \frac{1}{4}x$, entonces $x = 168$ minutos.

Por tanto, para completar los 42 km, necesita 2 horas con 48 minutos.

1. Determina si y es directamente proporcional a x, expresando $y = ax$ e indica la constante de proporcionalidad.

Cuando un ciclista se desplaza a 90 kilómetros por hora, el tiempo es x horas y la distancia recorrida es y kilómetros.

x (horas)	1	2	3
y (kilómetros)	90		

2. Si y es directamente proporcional a x, encuentra el valor de la constante a en $y = ax$, para cada uno de los siguientes casos:

a) $x = 2$, $y = 16$ b) $x = 4$, $y = 12$ c) $x = 3$, $y = 6$

3. Identifica las situaciones en las que la variable y es función de x.

a) Para una persona que camina 60 metros por minuto, el tiempo es x minutos y la distancia recorrida es y metros.

b) Cuando un metro de varilla de hierro pesa 5 libras, la longitud es x metros y el peso y libras.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.2 Aplicaciones de la proporcionalidad directa

R Si y es directamente proporcional a x, encuentra el valor de la constante a en $y = ax$, para cada uno de los siguientes casos:

a) $x = 4$, $y = 2$ b) $x = 3$, $y = 12$ c) $x = 2$, $y = 5$

C

La tabla muestra la relación entre la longitud del lado de un cuadrado y su perímetro. Complétala y realiza lo siguiente:

Lado x (*cm*)	0	1	2	3	4
Perímetro y (*cm*)		4	8		

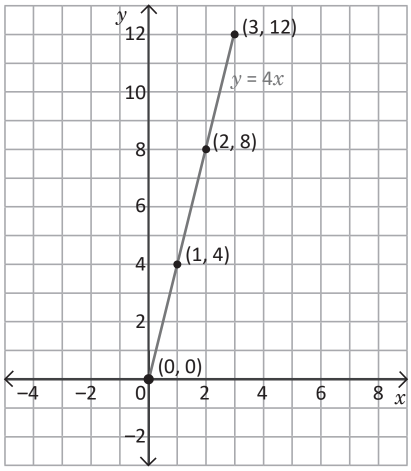
1. Determina si existe proporcionalidad directa entre la medida del lado del cuadrado x y su respectivo perímetro y.
2. Representa el perímetro y, cuando el lado del cuadrado mide x.
3. Representa gráficamente la relación entre la medida del lado de un cuadrado y su perímetro.

Solución.

Lado x (*cm*)	0	1	2	3	4
Perímetro y (*cm*)	0	4	8	12	16

Si $x = 1$, $y = 4$, entonces $4 = a(1)$, $a = \frac{4}{1} = 4$

Si $x = 3$, $y = 12$, entonces $12 = a(3)$, $a = \frac{12}{3} = 4$



- Como el valor de a en $y = ax$ es el mismo en ambos casos, entonces el perímetro del cuadrado es proporcional a la medida de su lado.
- Como la constante de proporcionalidad es 4, entonces $y = 4x$.
- Se determinan algunos pares de valores y se representan en la gráfica.
- Para elaborar la gráfica de proporcionalidad directa, $y = ax$, se toma el punto de origen (0, 0) y otro punto, luego se traza la línea recta que pasa por esos puntos.

1. Elabora la gráfica de $y = 3x$ a partir de la siguente tabla:

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9	12	...

2. Elabora la gráfica de las siguientes proporcionalidades directas:

a) $y = -3x$ b) $y = 2x$ c) $y = 1.5x$ d) $y = -\frac{2}{3}x$

3. A un triángulo equilátero de lado 2 cm le corresponde un perímetro de 6 cm; uno de 3 cm de lado tiene un perímetro de 9 cm.
   a) Determina si existe proporcionalidad directa entre la medida del lado del triángulo x y su respectivo perímetro y, justifica tu respuesta utilizando la relación $y = ax$.
   b) Representa el perímetro y, cuando el lado del triángulo mide x.
   c) Representa gráficamente la relación entre la medida del lado de un triángulo y su perímetro.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.3 Sentido de la función lineal

1. Si y es directamente proporcional a x, encuentra el valor de la constante a en $y = ax$, para cada uno de los siguientes casos:
   a) $x = 6,\ y = 3$ b) $x = 4,\ y = 16$ c) $x = 3,\ y = 5$

2. Un recipiente, en el cual caben 100 litros, está lleno de agua, pero tiene una fuga en la que se pierden 4 litros por minuto. Dado que el tiempo se expresa como x minutos y la cantidad de agua que queda en el recipiente por y litros, determina si existe proporcionalidad directa entre el tiempo x y la cantidad de agua que queda en el recipiente y, justifica tu respuesta utilizando la relación $y = ax$.

Si se tienen dos variables x y y, donde y se puede escribir como una expresión de primer grado en x, **se dice que y es una función lineal de x**, generalmente se expresa de la forma $\boldsymbol{y = ax + b}$, donde a indica que es una relación de proporcionalidad entre las variables, y $\boldsymbol{b}$ es una constante, y recibe el nombre de **ecuación de la función.** Se puede obtener el valor de b observando la tabla donde $x = 0$. Cuando la constante b toma el valor de cero, la función lineal coincide con la proporcionalidad directa y se expresa como $\boldsymbol{y = ax}$.

Por ejemplo, en la función $y = 3x + 5$, se tiene que $a = 3$ y $b = 5$. No representa una relación de proporcionalidad entre las variables.

El dueño de una mueblería paga a los carpinteros un sueldo base de \$ 250.00, más \$ 10.00 adicionales por cada mueble terminado.

a) Completa en la siguiente tabla los valores para el salario que se debe pagar al carpintero, donde x es el número de muebles terminados y y el salario del carpintero.

x (número de muebles)	0	1	2	3	4	5	6	7	...
y (dólares)	250	260	270	280					...

b) ¿Cuál es el pago que recibe el carpintero por 2 muebles terminados? ¿Y por 4?

c) Determina el pago en dólares para x muebles terminados.

d) Escribe una ecuación donde y esté en términos de x.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.4 Función lineal

R

1. Un recipiente en el cual caben 60 litros, está vacio y desea llenarse con una manguera por donde le ingresan 2 litros por minuto. Dado que el tiempo se expresa como x minutos y la cantidad de agua que tiene el recipiente por y litros; determina si existe proporcionalidad directa entre el tiempo x y la cantidad de agua que tiene el recipiente y, justifica tu respuesta utilizando la relación $y = ax$.

2. Una casa comercial paga a los vendedores un sueldo base de $200.00, más una comisión de $10 adicionales por cada cama vendida. Completa en la siguiente tabla los valores para el salario que se debe pagar a los vendedores, donde x es el número de camas vendidas y y el salario del vendedor.

x (número de camas)	0	1	2	3	4	5	6	7	...
y (dólares)	200	210	220	230					...

a) Determina el pago en dólares cuando se han vendido x camas.

b) Escribe una ecuación donde y esté en términos de x.

C

La expresión $y = ax + b$, para $a < 0$ y la expresión de proporcionalidad directa $y = ax$, también son casos de la función lineal.

- La expresión $y = ax + b$, para $a < 0$, a medida que x aumenta, y disminuye.
- La expresión $y = ax$, corresponde a la función lineal cuando $b = 0$.

1. Identifica las ecuaciones que corresponden a una función lineal.

a) $y = 3x + 1$ b) $y = 4x$ c) $y = -2x + 3$ d) $y = \frac{2}{x}$

2. Escribe y en función de x, luego analiza si corresponde a una función lineal.

a) Perímetro y de un triángulo equilátero cuyo lado mide x.

b) Altura y de un rectángulo de base x y su área 32 cm^2.

c) Cantidad y de agua después de x minutos en un recipiente al que ingresan a litros de agua por minuto.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.5 Sentido de la razón de cambio

R

1. Una empleada de una maquila recibe un sueldo base de $ 150.00 más $1 adicional por cada pieza terminada. Completa en la siguiente tabla los valores para el salario que se debe pagar a una empleada donde x es el número de piezas terminadas y y el salario.

x (Número de piezas)	0	1	2	3	4	5	6	7	...
y (Dólares)	150	151	152	153					...

a) Determina el pago en dólares por x piezas terminadas.

b) Escribe una ecuación donde y esté en términos de x.

2. Identifica las ecuaciones que corresponden a una función lineal.

a) $y = 3x - 2$ b) $y = 5x^2$ c) $y = -2x - 1$ d) $y = \frac{1}{x}$

C

Al comparar la variación de la variable y respecto a la variación de x en una función lineal, a esa razón se le llama razón de cambio; es decir,

$$\textbf{\textit{Razón de cambio}} = \frac{\textit{Variación en } y}{\textit{Variación en } x}$$

Una empresa de taxis establece la tarifa de la siguiente manera: la suma del costo fijo por subir al taxi es de $5.00 más un costo de $2 por cada kilómetro recorrido.

a) Llamando x a la cantidad de kilómetros recorridos y y al costo de la carrera, completa en la tabla los datos que hacen falta.

x (kilómetros)	0	5	10	15	20	25	30	35	...
y (dólares)	5				45				...

b) ¿Cuánto se tendría que pagar por una carrera en la que se recorren 100 kilómetros? ¿Y por una de 150 kilómetros?

c) Determina la razón de cambio tomando los resultados del literal b.

d) Expresa y como una función lineal de x.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.6 Razón de cambio

R 1. Identifica las ecuaciones que corresponden a una función lineal.

a) $y = -2x - 3$ b) $y = -3x$ c) $y = 2x^2 - 3$ d) $y = -\frac{1}{x}$

2. Un empleado de una venta de celulares tiene un salario base de $100 mensuales más una comisión de $5 por cada celular vendido (el salario total del empleado es el salario base más la comisión).

a) Llamando x al número de celulares vendidos y y al salario del empleado, completa en la tabla los datos que hacen falta.

x (número de celulares)	0	2	4	6	8	10	12	14	...
y (dólares)	100				140				...

b) ¿Cuánto recibiría de salario si vende 15 celulares? ¿Y si vende 20?

c) Determina la razón de cambio tomando los resultados del literal b.

d) Expresa y como una función lineal de x.

C En la función lineal $y = ax + b$, la razón de cambio es constante y es equivalente al valor de a; es decir,

$$\textbf{\textit{Razón de cambio}} = \frac{\textit{Variación en } y}{\textit{Variación en } x} = a$$

Considerando la expresión para determinar la razón de cambio se tiene:

- ***Variación en*** $y = a \times$ ***(variación en*** x***)***; es decir, que el aumento en y es proporcional al aumento en x.
- El valor de a es equivalente al aumento de y cuando x aumenta una unidad.

Para cada una de las siguientes funciones lineales:

1. Identifica la razón de cambio.

2. Determina el valor de y, cuando $x = 4$.

a) $y = 2x - 3$ b) $y = -2x + 3$ c) $y = 3x - 5$

d) $y = \frac{1}{2}x + 3$ e) $y = \frac{3}{2}x + 1$ f) $y = -\frac{3}{5}x - 1$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.7 Características de la función $y = ax + b$

1. Ana trabaja en una tienda donde se venden maletas, ella tiene un salario base de $80 mensuales más una comisión de $10 por cada maleta vendida.

   a) Llamando x al número de maletas vendidas y y al salario de Ana, completa en la tabla los datos que hacen falta.

x (número de maletas)	0	2	4	6	8	10	12	14	...
y (dólares)	80								...

   b) ¿Cuánto recibiría de salario si vende 20 maletas? ¿Y si vende 25?

   c) Determina la razón de cambio tomando los resultados del literal b.

   d) Expresa y como una función lineal de x.

2. Para cada una de las siguientes funciones lineales, identifica la razón de cambio y determina el valor de y, cuando $x = 5$.

   a) $y = 3x - 2$ b) $y = -2x + 5$ c) $y = \frac{2}{5}x + 1$

La gráfica de la función $y = ax + b$ es una línea recta, que se puede graficar conociendo los valores de las variables x y y para al menos dos pares ordenados.

Todas las funciones lineales $y = ax + b$ tienen una línea recta como gráfica, y siempre pasan por el punto $(0, b)$; y en el caso que $b = 0$, pasan por el origen del sistema de coordenadas cartesianas.

En tu cuaderno, completa la tabla siguiendo la secuencia planteada.

x	...	0	1	2	3	4	5	...
$y = 2x + 3$	...	3	5					...

a) Grafica los pares ordenados (x, y) en el plano.

b) Estima otros valores para y asignándole otros valores a la variable x.

c) Completa la gráfica de la función.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.8 Relación entre la gráfica de la función $y = ax + b$ y la de $y = ax$

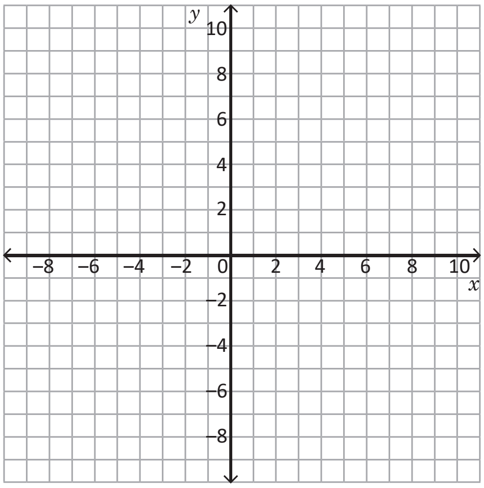
R

1. Para cada una de las siguientes funciones lineales, identifica la razón de cambio y determina el valor de y, cuando $x = 6$.

a) $y = 2x - 5$ b) $y = -3x + 5$ c) $y = -\frac{2}{3}x + 1$

2. Completa la tabla, siguiendo la secuencia planteada.

x	...	0	1	2	3	4	5	...
$y = 2x - 3$	...	−3	−1					...



a) Grafica los pares ordenados (x, y) en el plano.

b) Estima otros valores para y asignándole otros valores a la variable x.

c) Completa la gráfica de la función.

C

La gráfica de la función $y = ax + b$, pasa por el punto $(0, b)$ y es paralela a la gráfica de la función $y = ax$, entonces la gráfica de $y = ax + b$ corresponde a la gráfica de $y = ax$, desplazada b unidades sobre el eje y.

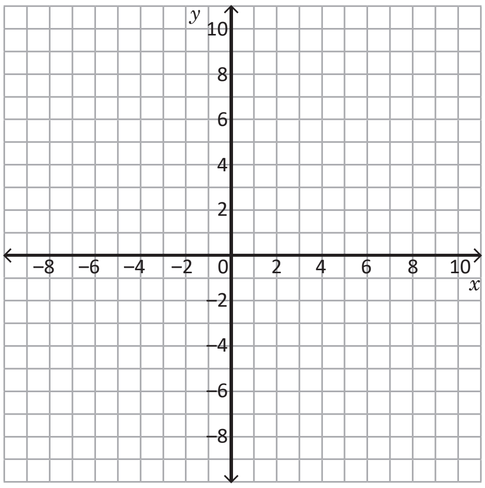
- La constante b es el valor de y cuando $x = 0$, y se le llama intercepto de la función lineal con el eje y.
- En el caso de las funciones de la forma $y = ax$, donde $b = 0$, el intercepto corresponde al origen del sistema de coordenadas cartesianas, donde $x = 0$ y $y = 0$.
- La gráfica de la función $y = ax + b$ es una recta paralela a la gráfica de la función $y = ax$.

Sobre las siguientes funciones lineales, completa la tabla y luego grafica.

a) $y = 3x$

b) $y = 3x - 3$

c) $y = 3x + 2$



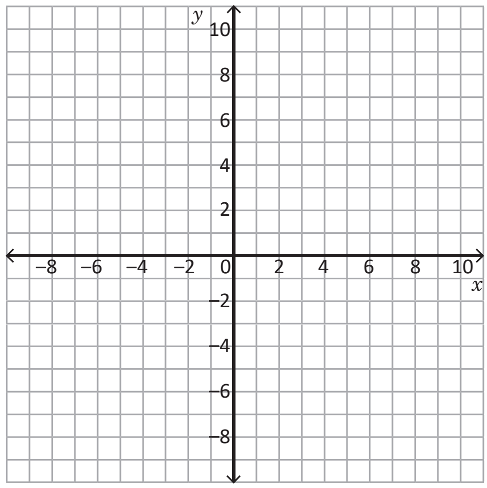
Funciones	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
a) $y = 3x$									
b) $y = 3x - 3$									
c) $y = 3x + 2$									

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.9 Análisis gráfico de la pendiente positiva

1. Completa la tabla, siguiendo la secuencia planteada.

x	…	−2	−1	0	1	2	3	…
$y = -2x + 3$	…	7	5					…



a) Grafica los pares ordenados (x, y) en el plano.

b) Estima otros valores para y, asignándole otros valores a la variable x.

c) Completa la gráfica de la función.

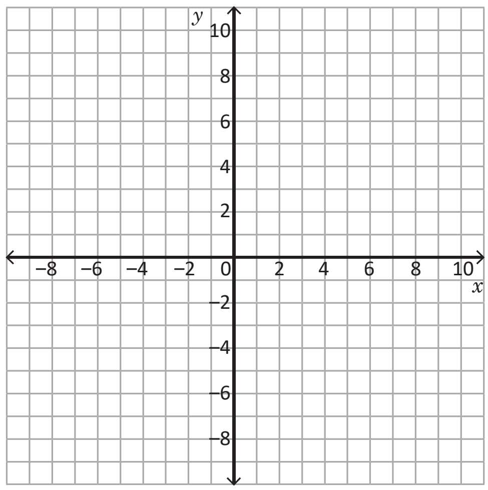
2. Sobre las siguientes funciones lineales, completa la tabla y luego grafica.

a) $y = -2x$

b) $y = -2x + 3$

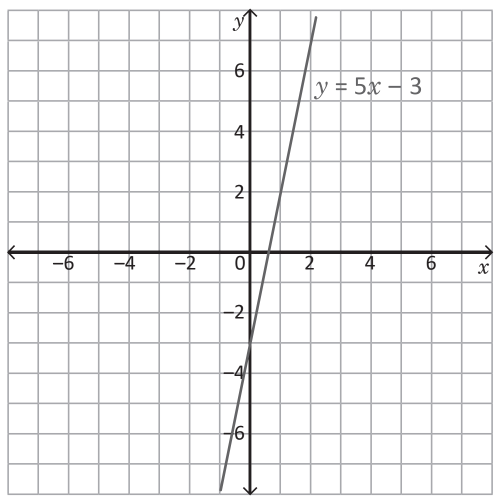
c) $y = -2x - 3$

Funciones	…	−3	−2	−1	0	1	2	3	…
a) $y = -2x$									
b) $y = -2x + 3$									
c) $y = -2x - 3$									



La inclinación de la gráfica de una función lineal $y = ax + b$, depende del valor de la razón de cambio; entonces, cada vez que a aumenta, también aumenta la inclinación de la recta y viceversa. Por tanto, si se quiere cambiar la inclinación de una línea recta, se modifica únicamente el valor de a en la función $y = ax + b$.

Observa la gráfica de la función y responde:



a) ¿Qué sucede con el valor de y cuando el valor de x aumenta una unidad?

b) ¿Qué valor le corresponde a y cuando x vale 5?

c) Determina la razón de cambio.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.10 Análisis gráfico de la pendiente negativa

R

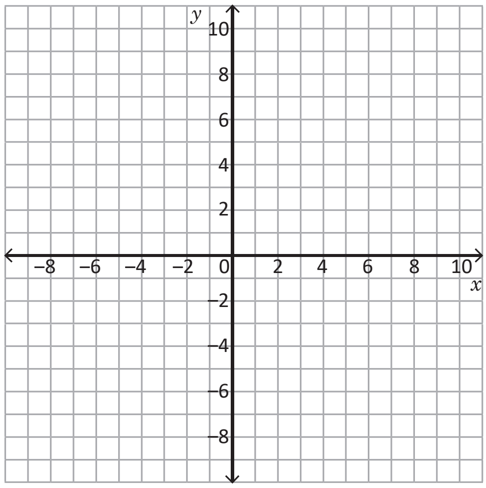
1. Sobre las siguientes funciones lineales, completa la tabla y luego grafica.

   a) $y = \frac{1}{2}x$

   b) $y = \frac{1}{2}x + 3$

   c) $y = \frac{1}{2}x - 3$

Funciones	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
a) $y = \frac{1}{2}x$									
b) $y = \frac{1}{2}x + 3$									
c) $y = \frac{1}{2}x - 3$									

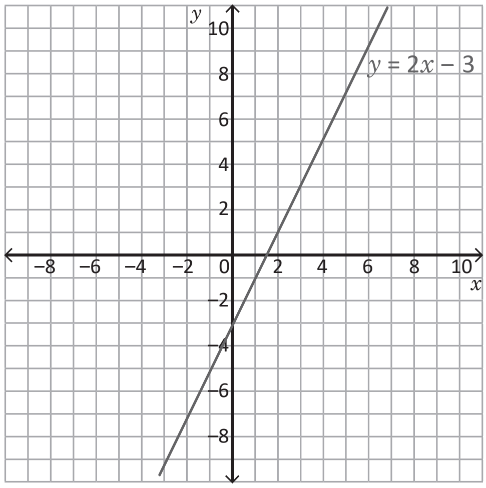


2. Observa la gráfica de la función y responde:

   a) ¿Qué sucede con el valor de y cuando el valor de x aumenta 1 unidad?

   b) ¿Qué valor le corresponde a y cuando x vale −5?

   c) Determina la razón de cambio.



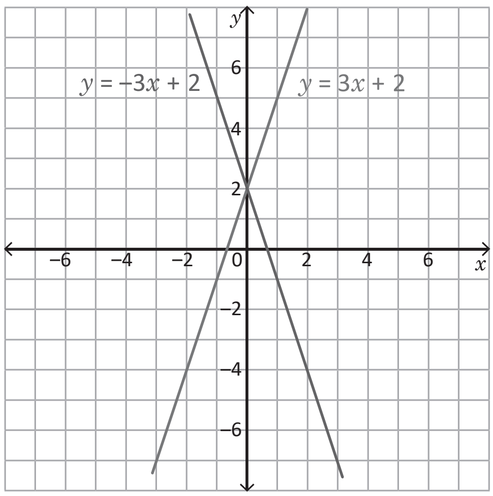
C

Cuando al aumentar la variable x, la variable y disminuye, entonces la razón de cambio es negativa; es decir, cada vez que se desplaza una unidad a la derecha en la dirección del eje x, la línea recta que corresponde a la gráfica de la función se desplaza hacia abajo tantas unidades como el valor de la razón de cambio.

Por tanto, para una función $y = ax + b$ se tiene que

- Si $a > 0$, al aumentar 1 unidad en x, y aumenta a unidades.
  Ejemplo: para $y = 3x + 2$, $a > 0$, entonces cuando x aumenta 1 unidad, y aumenta 3 unidades.

- Si $a < 0$, al aumentar 1 unidad en x, y disminuye $-a$ unidades.
  Ejemplo: para $y = -3x + 2$, $a < 0$, entonces cuando x aumenta 1 unidad, y disminuye 3 unidades.



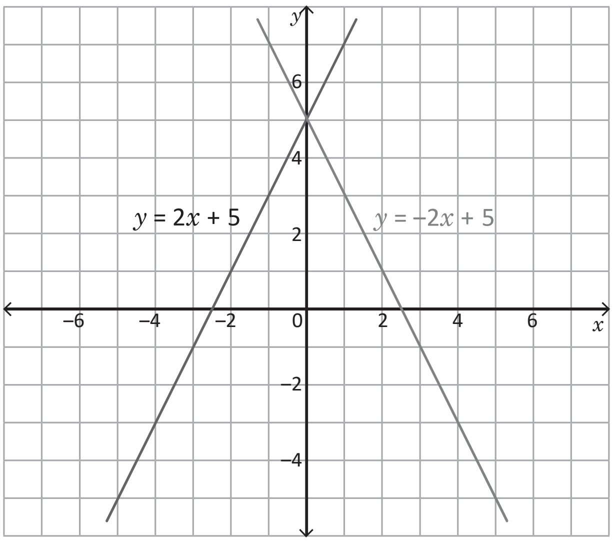
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

Observa la gráfica de las funciones y para cada caso responde:

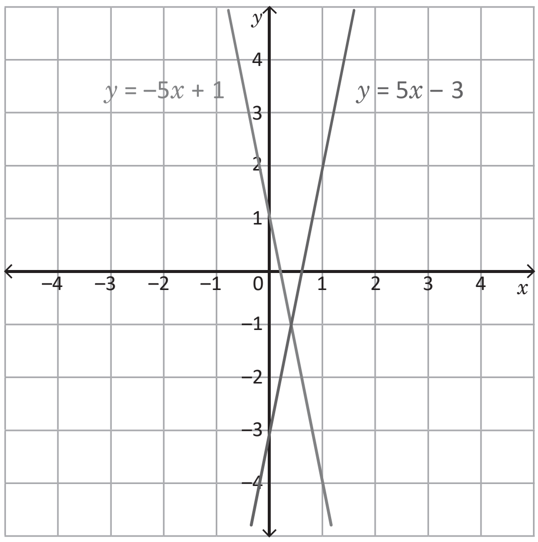
a) ¿Qué sucede con el valor de y cuando el valor de x aumenta una unidad?

b) Determina la razón de cambio.

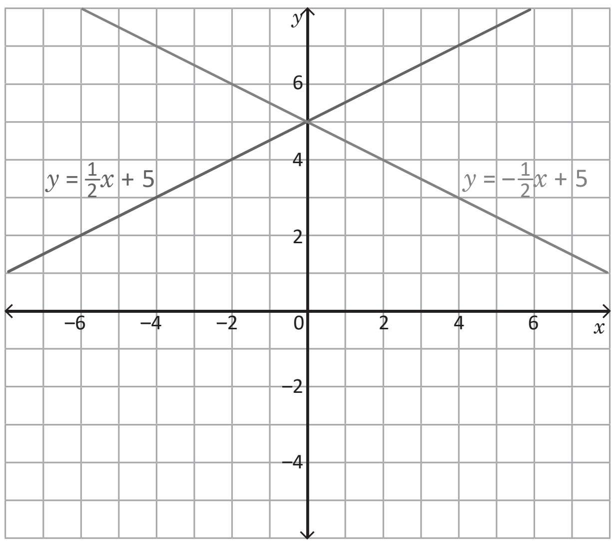
1.



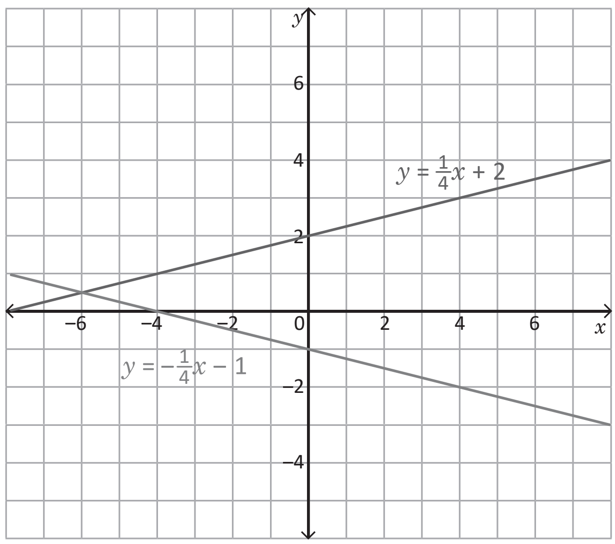
2.



3.



4.



¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.11 Relación entre la razón de cambio y pendiente de la gráfica de $y = ax + b$

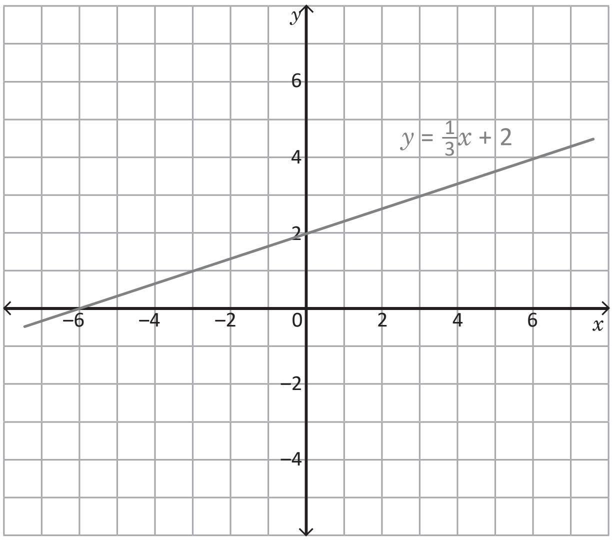
R Observa la gráfica de las funciones y responde:

a) ¿Qué sucede con el valor de y cuando el valor de x aumenta una unidad?

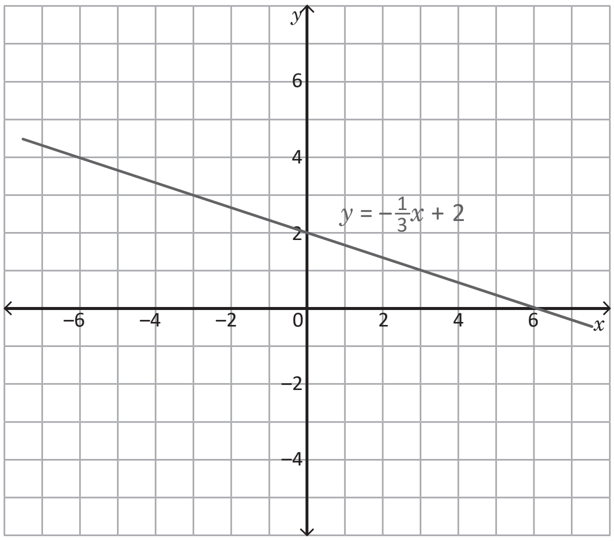
b) ¿Qué valor le corresponde a y, cuando x vale 5?

c) Determina la razón de cambio.

1.



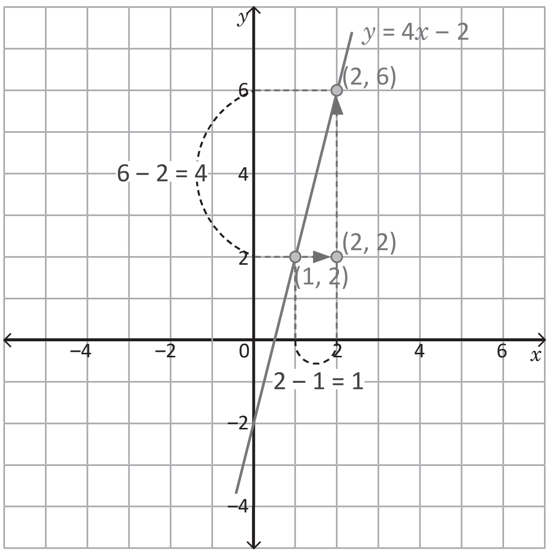
2.



C En la función lineal $y = ax + b$, la razón de cambio coincide con el valor de la pendiente y se puede determinar mediante el cálculo del cociente del incremento para cada una de las coordenadas x y y de dos puntos dados.

Por ejemplo, para una función $y = 4x - 2$, que pasa por los puntos (1, 2) y (2, 6), se tiene:

Razón de cambio = Pendiente = $\mathbf{\frac{6-2}{2-1} = \frac{4}{1} = 4}$**.**



- Para cualquier función que pasa por los puntos $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$, la pendiente se calcula mediante la fórmula:

$$\textbf{Pendiente} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- El coeficiente $\boldsymbol{a}$ en la función $y = ax + b$, corresponde a la **pendiente de la línea recta** de la gráfica de la función, la cual tiene el mismo valor que la razón de cambio.

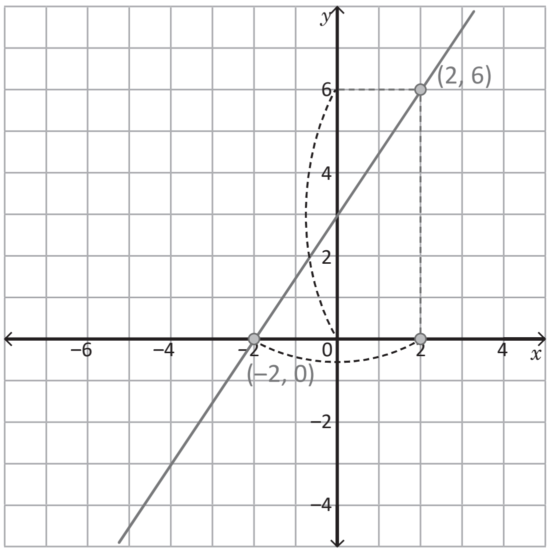
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

Para la función de la gráfica, realiza lo que se indica a continuación:

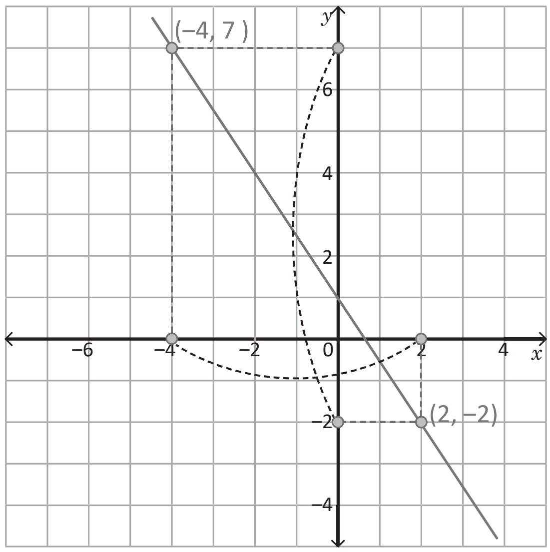
a) Calcula el incremento en x y y, considerando las coordenadas de los puntos indicados.

b) Calcula la pendiente de la función de cada gráfica.

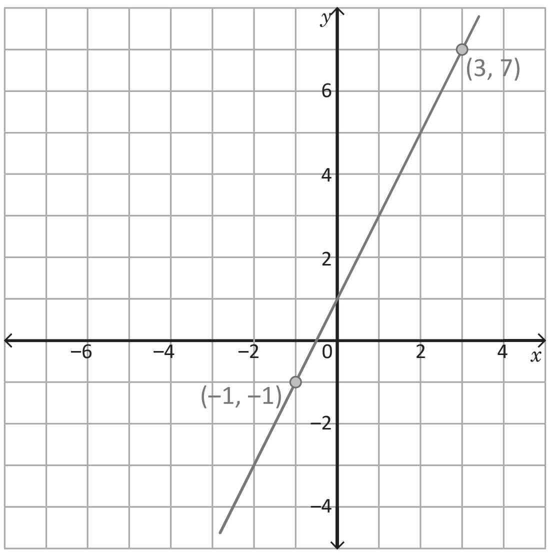
1.



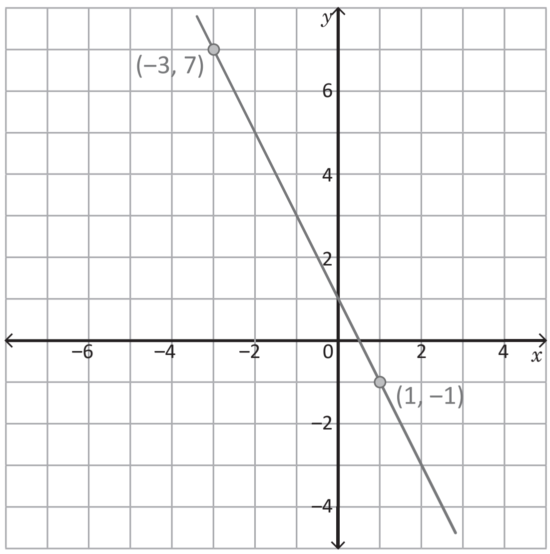
2.



3.



4.



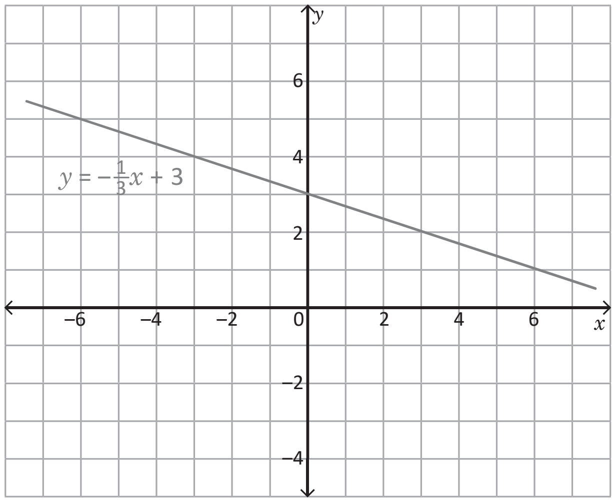
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

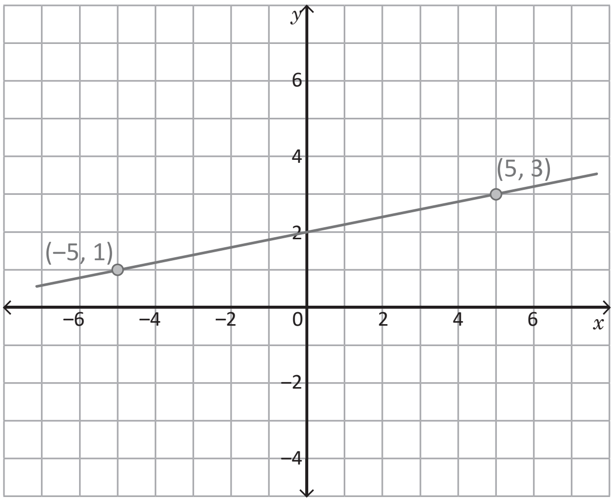
1.12 Pendiente e intercepto de la gráfica de la función $y = ax + b$

1. Observa la gráfica de la función $y = -\frac{1}{3}x + 3$ y responde.

   a) ¿Qué sucede con el valor de y cuando el valor de x aumenta una unidad?

   b) Determina la razón de cambio.





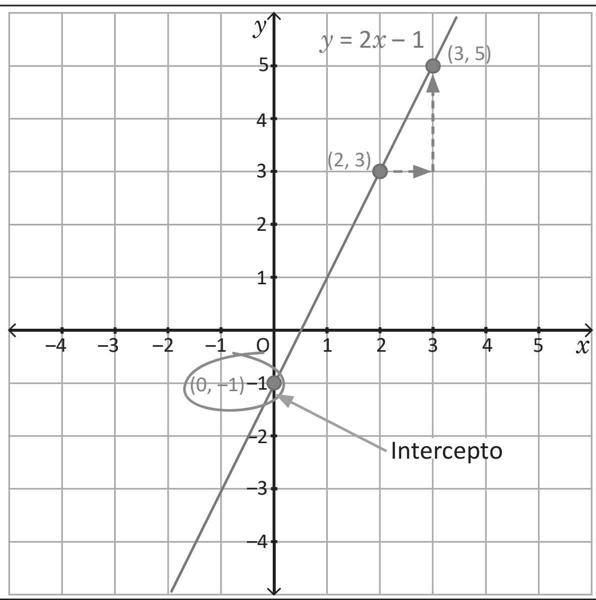
2. Para la función de la gráfica, realiza lo que se indica a continuación:

   a) Calcula el incremento en x y y, considerando las coordenadas de los puntos indicados.

   b) Calcula la pendiente de la función de la gráfica.

Para identificar la pendiente y el punto de corte de la gráfica de la función $y = ax + b$ con el eje y, únicamente es necesario considerar que el valor del coeficiente a indica la pendiente, y la constante b corresponde al valor de y donde la gráfica corta al eje y. El valor donde la gráfica corta el eje y se llama **intercepto**.

- Así, la función $y = ax + b$, tiene:
  Pendiente: a Intercepto con el eje y: b
- Por ejemplo, la gráfica de la función $y = 2x - 1$, tiene:
  Pendiente: 2 Intercepto con el eje y: −1



Para cada una de las funciones, identifica la pendiente y el intercepto con el eje y.

a) $y = -3x + 2$ b) $y = 4x - 1$ c) $y = 2x - 3$ d) $y = -2x$

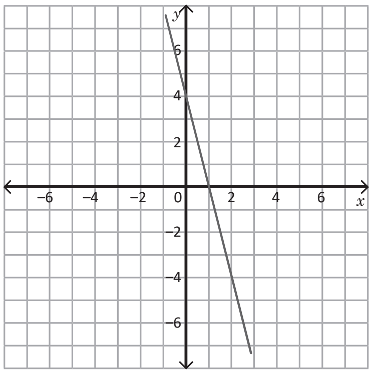
e) $y = -x + 2$ f) $y = x - 6$ g) $y = -5x + \frac{1}{2}$ h) $y = -\frac{1}{2}x - 3$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.13 Relación entre tabla, ecuación y gráfica de función lineal

R

1. Para la función de la gráfica, realiza lo que se indica a continuación:



   a) Calcula el incremento en x y y.

   b) Calcula la pendiente de la función de la gráfica.

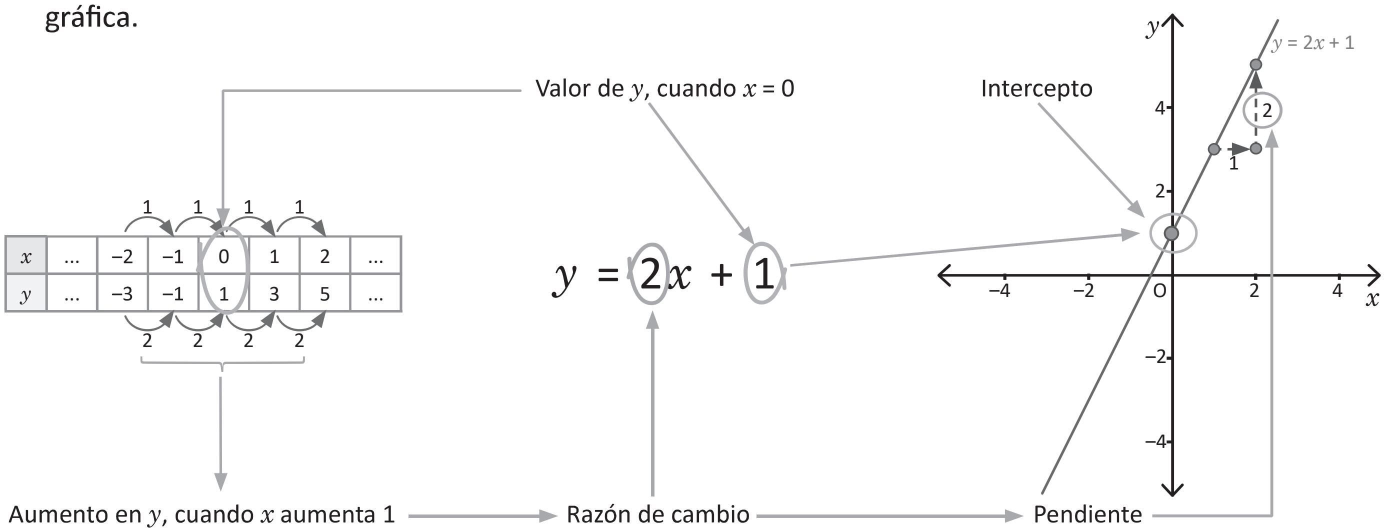
2. Para cada una de las funciones, identifica la pendiente y el intercepto con el eje y.

   a) $y = -4x + 3$ b) $y = -2x + 3$ c) $y = -x + 5$ d) $y = 3x - 5$

   e) $y = -3x + \frac{1}{2}$ f) $y = \frac{1}{2}x + 5$ g) $y = 3x + \frac{1}{4}$ h) $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

C

Para la función $y = 2x + 1$, observa la relación entre las siguientes representaciones: tabla, ecuación y gráfica.



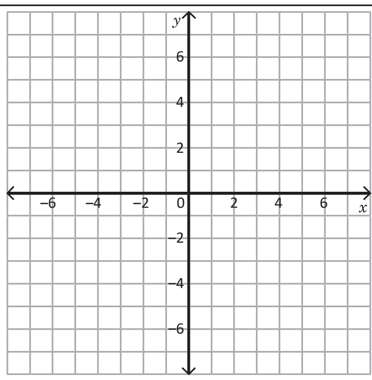
Al observar el diagrama que relaciona la tabla, ecuación y gráfica de la función $y = ax + b$, se puede concluir que

Tabla	Ecuación	Gráfica
Valor de y, cuando $x = 0$	b	Intercepto con el eje y
Aumento en y, al aumentar 1 unidad en x	a	Pendiente

Para la función $y = 2x + 5$, realiza lo siguiente:

a) Completa la tabla.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−1						



b) Grafica la función.

c) Compara los datos de la tabla, la ecuación y gráfica de la función.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.14 Trazo de la gráfica de la función lineal dada la pendiente y el intercepto

1. Para cada una las funciones, identifica la pendiente y el intercepto con el eje y.

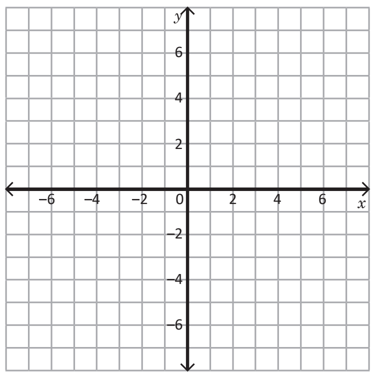
a) $y = -4x + 5$ b) $y = -x + 7$ c) $y = x - 4$ d) $y = \frac{5}{3}x + \frac{1}{2}$

2. Para la función $y = -x + 2$, realiza lo siguiente:

a) Completa la tabla.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	5						

b) Grafica la función.
c) Compara los datos de la tabla, la ecuación y la gráfica de la función.



Para graficar una función $y = ax + b$, dado el valor de a y b, se coloca el punto $(0, b)$, luego se determina un nuevo punto por donde pasa la gráfica a partir de la pendiente, considerando la variación en x y la variación en y.

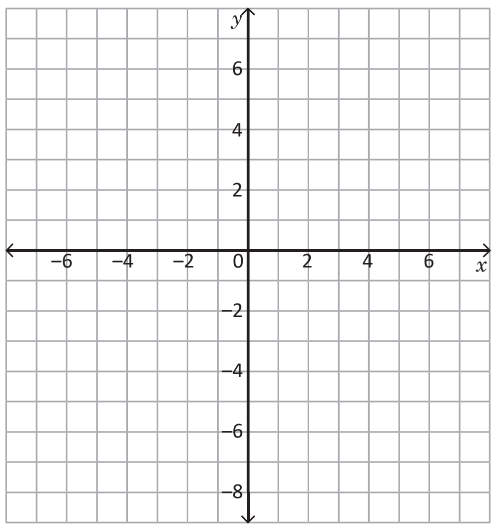
1. Traza el gráfico de la función $y = ax + b$, en cada caso.

a) Si $a = -3$ y $b = 2$. b) Si $a = 2$ y $b = -1$.

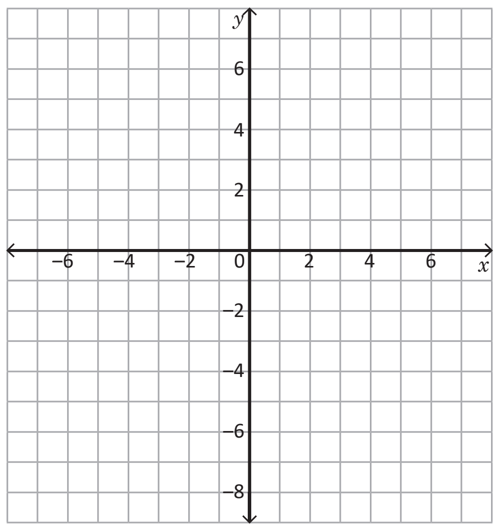
2. Para cada una de las funciones, identifica el valor de a y b, luego grafícalas.

a) $y = -x + 4$ b) $y = x + 3$ c) $y = 2x$ d) $y = \frac{1}{5}x + 1$

1.



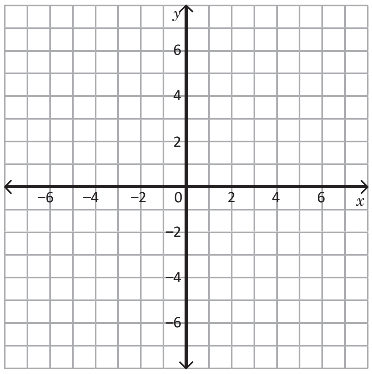
2.



¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.15 Relación entre la ecuación y gráfica de la función lineal

1. Para la función $y = \frac{1}{3}x + 1$, realiza lo siguiente:



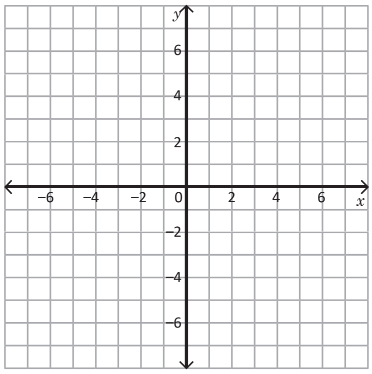
a) Completa la tabla.

x	−9	−6	−3	0	3	6	9
y	−2						

b) Grafica la función.

c) Compara los datos de la tabla, la ecuación y la función.

2. Traza el gráfico de la función $y = ax + b$, en cada caso.



a) Si $a = -3$ y $b = 4$.

b) Si $a = 5$ y $b = 0$.

c) $y = -2x + 7$

d) $y = -\frac{1}{2}x + 3$

Para relacionar la gráfica de una función lineal con la respectiva ecuación, únicamente se debe relacionar:

- El valor de b con el punto de intersección de la gráfica con el eje y.
- El valor de a con la variación de y así cuando x aumenta una unidad.

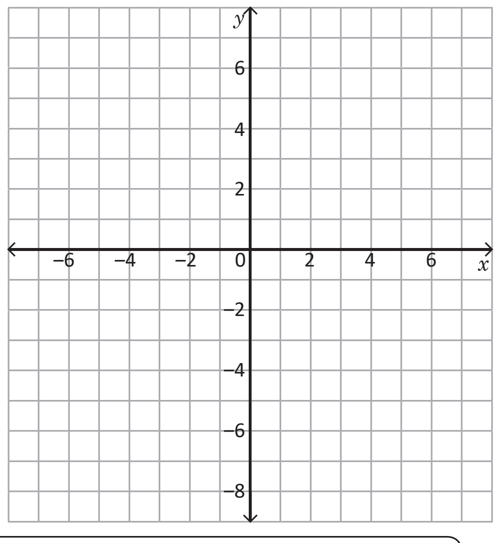
Grafica las siguientes funciones lineales.

a) $y = 5x + 2$

b) $y = 5x - 2$

c) $y = -5x + 2$

d) $y = -5x - 2$



¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.16 Valores de y cuando se delimitan los valores de x

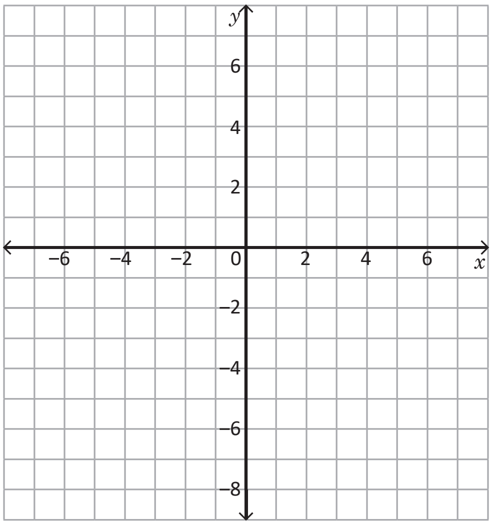
R 1. En los casos que sea necesario, identifica el valor de a y b, luego traza la gráfica para cada función.

a) $a = -1$ y $b = 2$ b) $y = -x + 1$ c) $y = \frac{1}{3}x + 1$ d) $y = -\frac{1}{2}x$

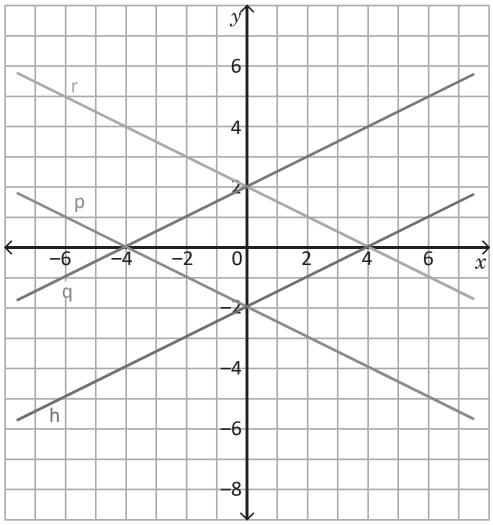
2. Relaciona cada función con su respectiva gráfica entre r, p, q, y h, considera el valor de a y b para justificar tu respuesta.

a) $y = \frac{1}{2}x + 2$ b) $y = \frac{1}{2}x - 2$ c) $y = -\frac{1}{2}x + 2$ d) $y = -\frac{1}{2}x - 2$

1 y 2.



3.



C

Para determinar entre qué valores se encuentra y, cuando se conocen los valores de x, se puede utilizar cualquiera de las opciones siguientes:

- A partir de la ecuación: sustituyendo los valores de x de los extremos, se encuentran los valores de y de los extremos.
- A partir de la gráfica: identifica las coordenadas de x, se buscan las correspondientes coordenadas de y.

A partir de la ecuación de cada función, determina entre qué valores se encuentra y, conociendo los respectivos valores de x.

a) Si $y = 5x - 3$, ¿entre qué valores está y, si x está entre −3 y 5?

b) Si $y = -x + 4$, ¿entre qué valores está y, si x está entre 2 y 5?

c) Si $y = 2x - 5$, ¿entre qué valores está y, si x está entre 0 y 4?

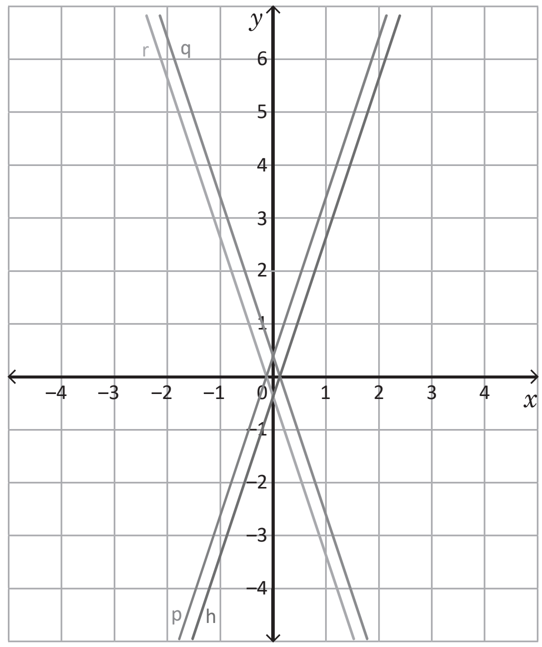
d) Si $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$, ¿entre qué valores está y, si x está entre 2 y 5?

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.17 Expresión de la función en $y = ax + b$ mediante la lectura de la gráfica

R

1. Relaciona cada función con su respectiva gráfica entre r, p, q y h, considera el valor de a y b para justificar tu respuesta.



a) $y = 3x + \frac{1}{2}$

b) $y = 3x - \frac{1}{2}$

c) $y = -3x + \frac{1}{2}$

d) $y = -3x - \frac{1}{2}$

2. A partir de la ecuación de cada función, determina entre qué valores se encuentra y, conociendo los respectivos valores de x.

a) Si $y = 7x - 9$, ¿entre qué valores está y, si x está entre -1 y 5?

b) Si $y = -\frac{3}{4}x - 2$, ¿entre qué valores está y, si x está entre -8 y 8?

c) Si $y = 2x + \frac{1}{3}$, ¿entre qué valores está y, si x está entre 0 y $\frac{7}{3}$?

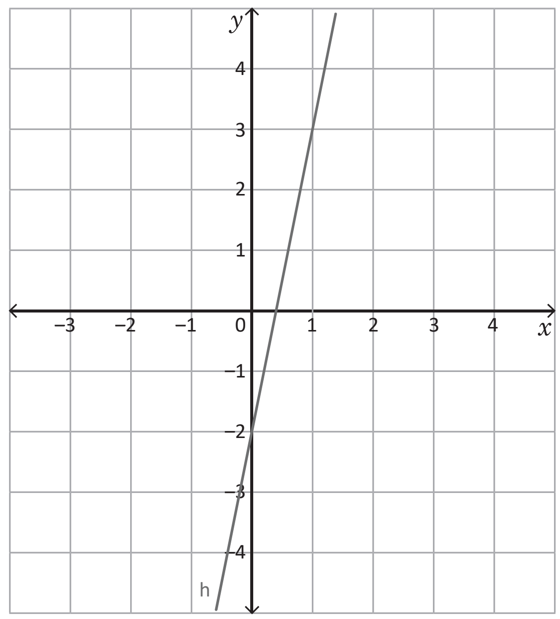
C

Para escribir la ecuación de una función de la forma $y = ax + b$ a partir del gráfico, es necesario identificar el intercepto con el eje y, y determinar la pendiente de la recta.

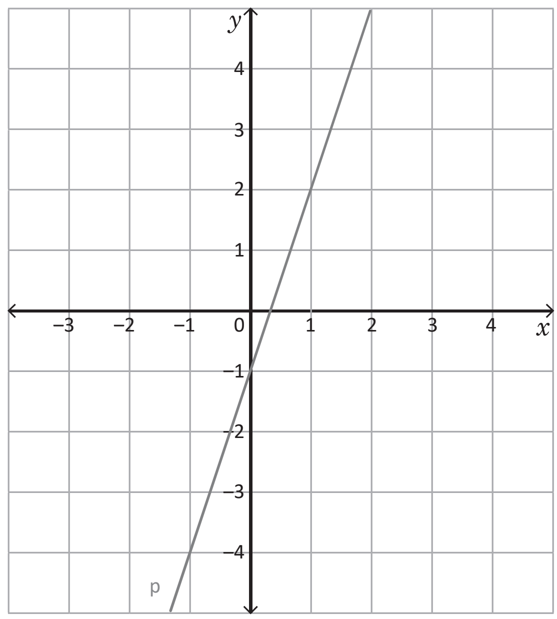
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

Escribe la ecuación de cada una de las funciones cuyas gráficas se muestran a continuación.

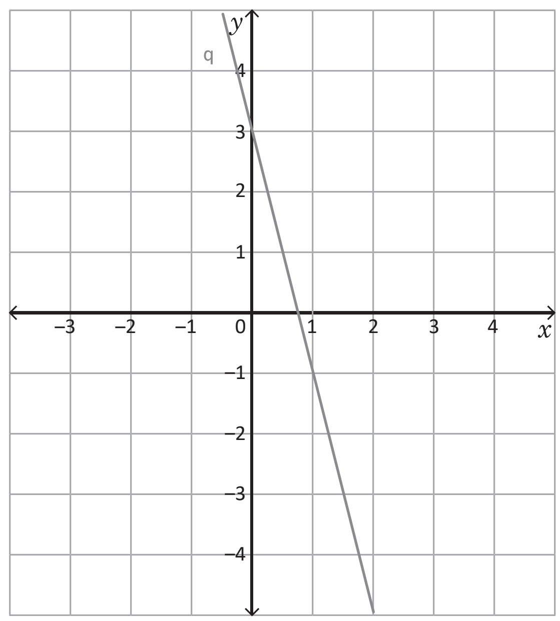
a)



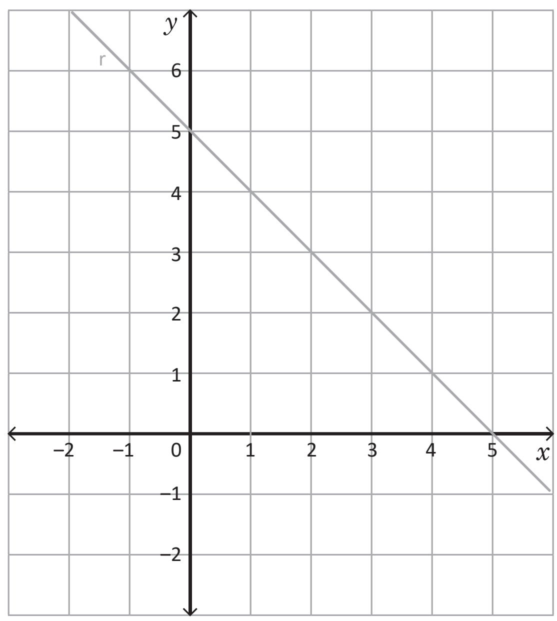
b)



c)



d)



¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.18 Ecuación de la función a partir de un punto de la gráfica y la pendiente

1. A partir de la ecuación de cada función, determina entre qué valores se encuentra y, conociendo los respectivos valores de x.

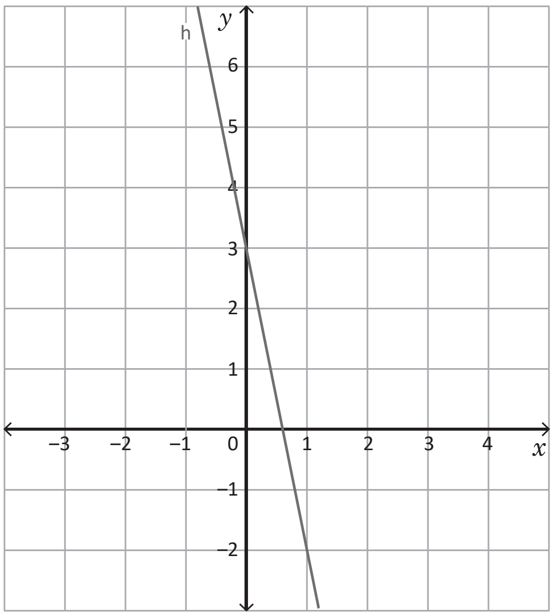
   a) Si $y = 10x - 8$, ¿entre qué valores está y, si x está entre 1 y 7?

   b) Si $y = \frac{3}{5}x - 4$, ¿entre qué valores está y, si x está entre -5 y 10?

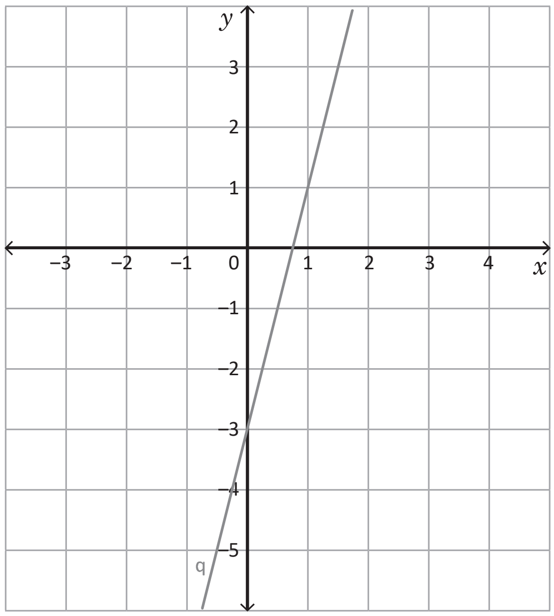
   c) Si $y = -3x + \frac{1}{2}$, ¿entre qué valores está y, si x está entre $-\frac{1}{2}$ y $\frac{7}{2}$?

2. Escribe la ecuación de cada una de las funciones cuyas gráficas se muestran a continuación.

a)



b)



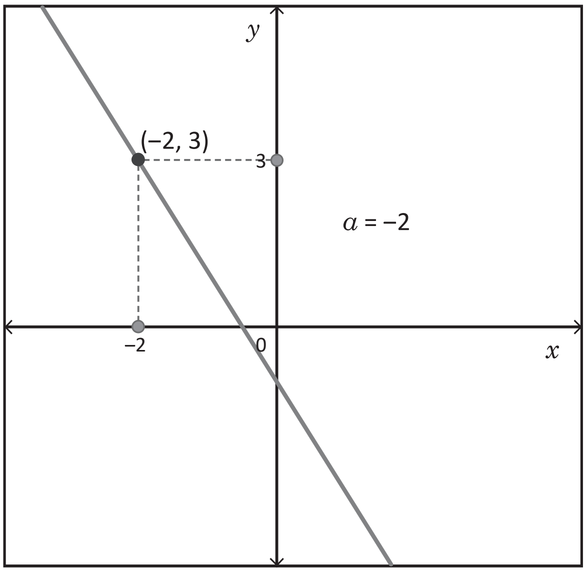
Para determinar la ecuación de la función lineal, dada la pendiente y las coordenadas (x, y) de un punto por donde pasa la gráfica, se realiza lo siguiente:

1. Sustituir la pendiente en la forma $y = ax + b$.
2. Sustituir los valores de las coordenadas del punto (x, y) en $y = ax + b$ y calcular el valor de b.
3. Escribir la ecuación $y = ax + b$ con los valores a y b encontrados.

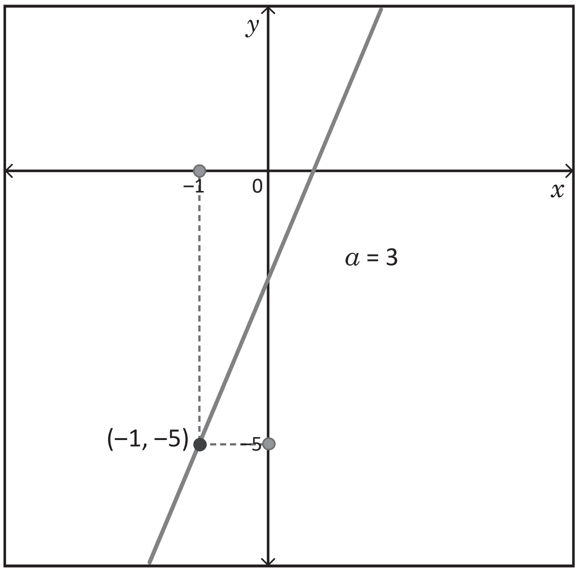
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

Escribe la ecuación para cada una de las funciones cuyas gráficas se muestran a continuación:

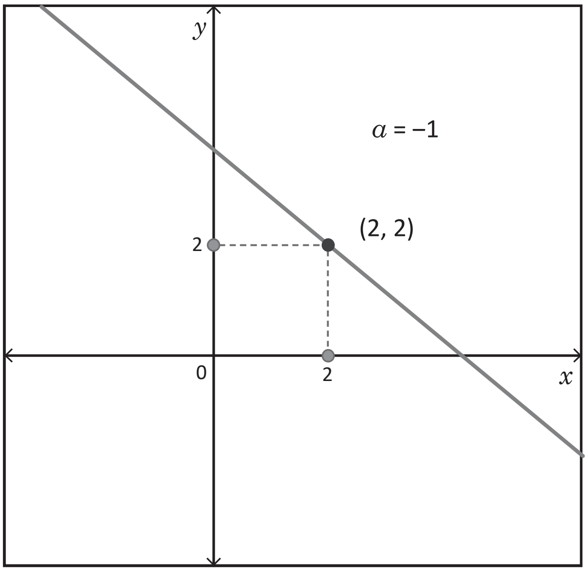
a)



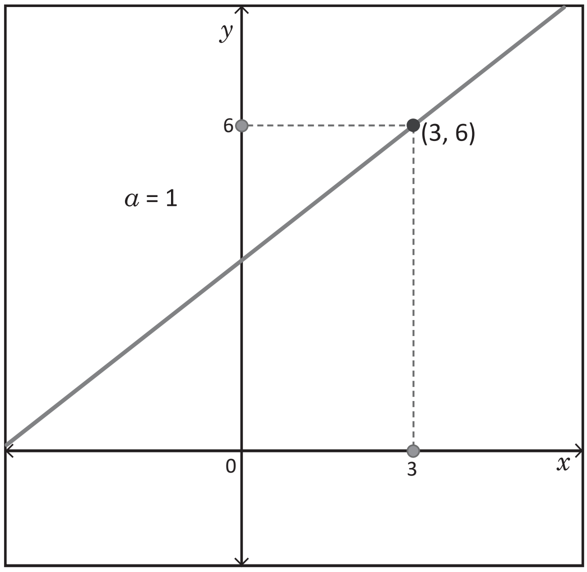
b)



c)



d)



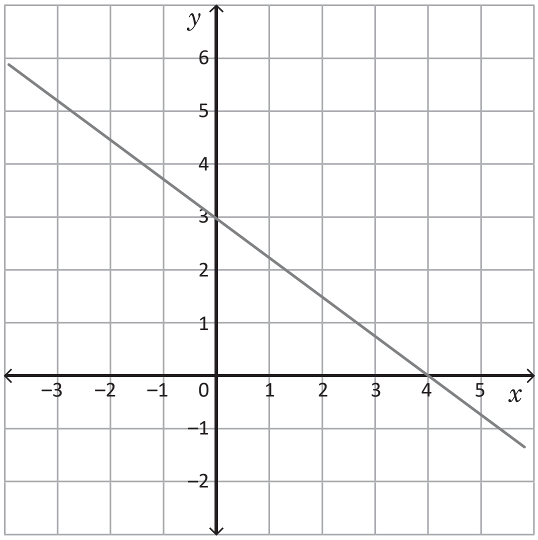
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.19 Ecuación de la función a partir de dos puntos de la gráfica

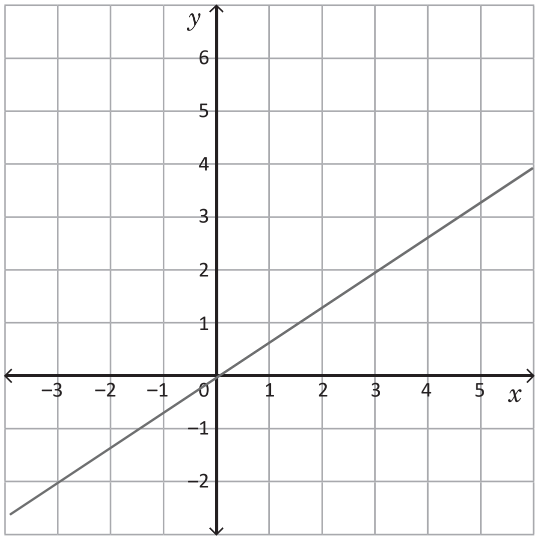
R Escribe la ecuación para cada una de las funciones cuyas gráficas se muestran a continuación:

1.

a)

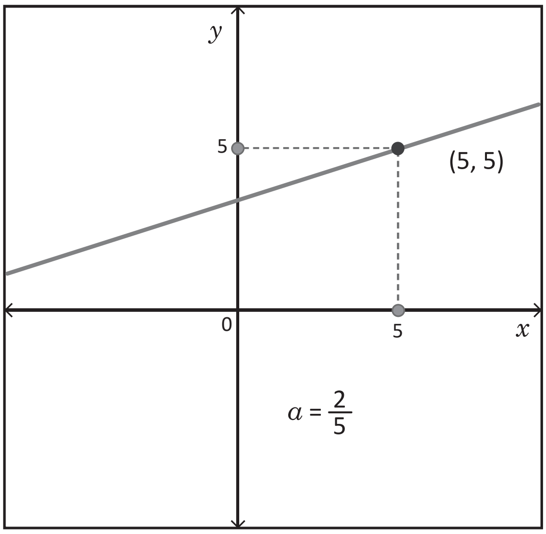


b)

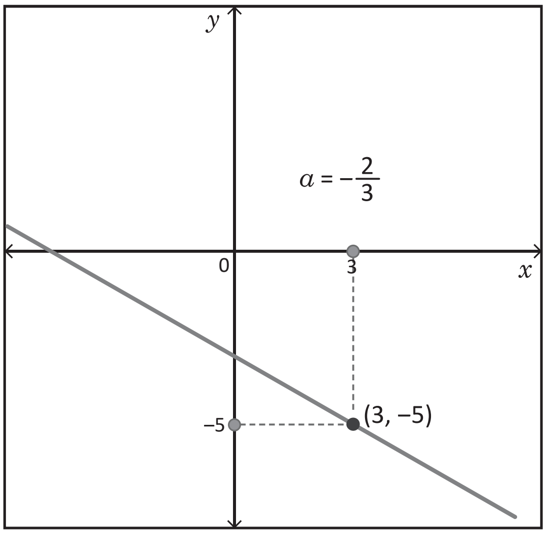


2.

a)



b)



C Para determinar la ecuación de una función cuando se conocen las coordenadas de dos puntos A(x_A, y_A), y B(x_B, y_B) de la gráfica, puedes:

1. Determinar la pendiente a utilizando la fórmula $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

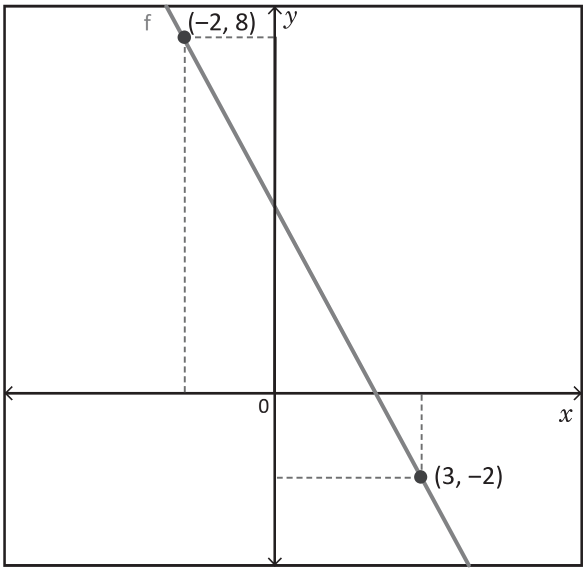
2. Sustituyendo en $y = ax + b$ el valor de a calculado en 1 y las coordenadas de uno de los puntos dados, para encontrar el valor de b.

3. Escribir la ecuación $y = ax + b$ sustituyendo los valores a y b encontrados.

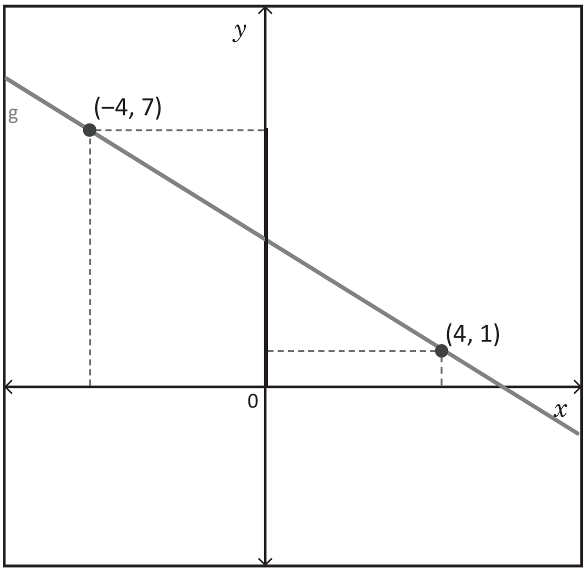
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

En cada caso, escribe la ecuación de la función lineal a partir de los puntos dados.

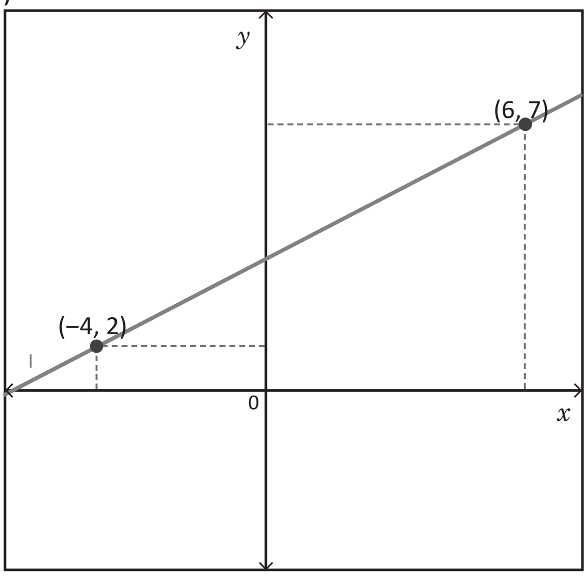
a)



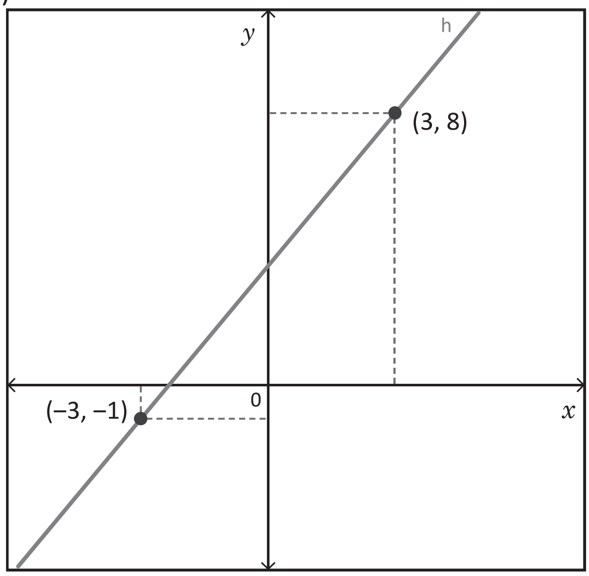
b)



c)



d)

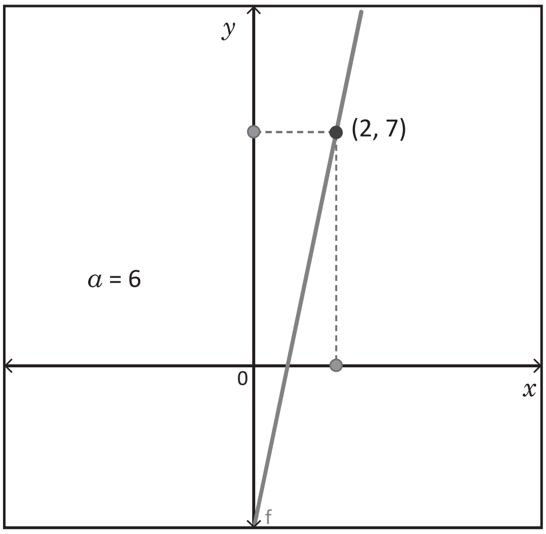


¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

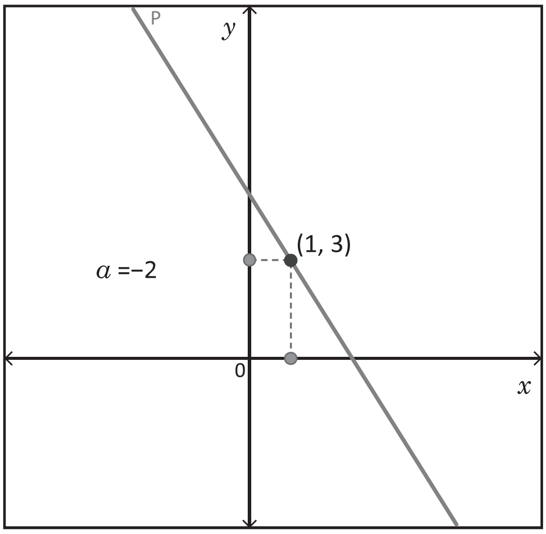
1.20 Ecuación de la función a partir de los interceptos con los ejes

R 1. Escribe la ecuación para cada una de las funciones cuyas gráficas se muestran a continuación:

a)

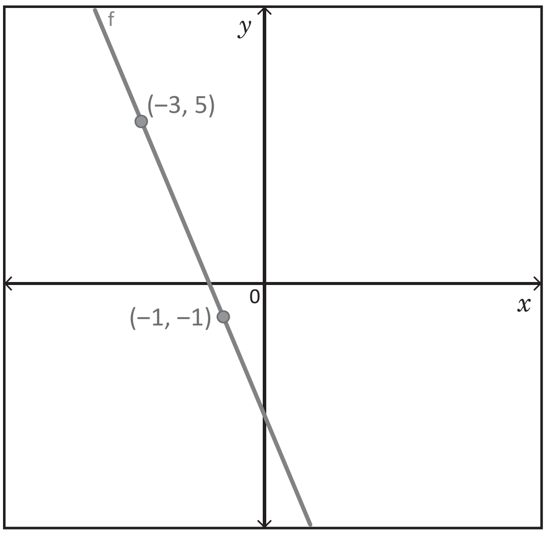


b)

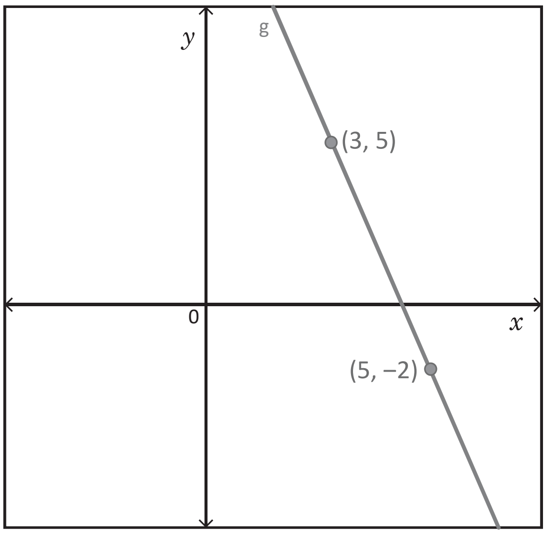


2. Escribe la ecuación de la función lineal en cada caso, a partir de los datos proporcionados.

a)



b)



C

Cuando se conocen las coordenadas de dos puntos de la forma (x, 0), (0, y) de la gráfica de una función lineal, se puede determinar la ecuación considerando que

1. Para (0, y) ⟹ $y = b$ corresponde al intercepto con el eje y.

2. La pendiente $a = \frac{y-0}{0-x} = \frac{y}{-x} = -\frac{y}{x}$

Se escribe la ecuación sustituyendo los valores calculados de a y b en la expresión $y = ax + b$.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1. Escribe la ecuación para la función lineal en cada caso:

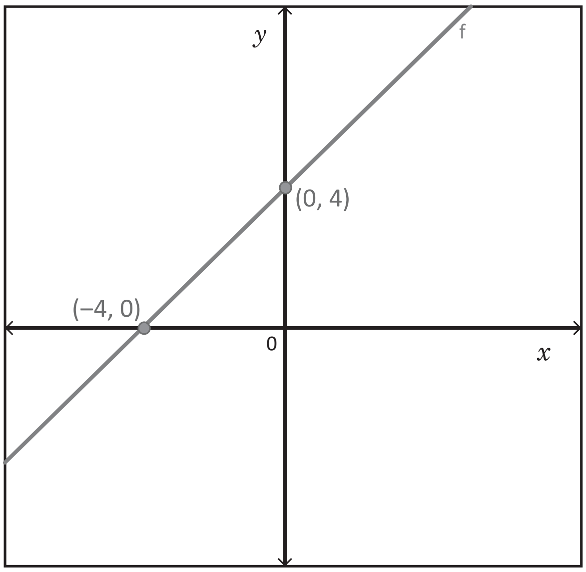
a) Pasa por los puntos (0, –3) y (4, 0)

b) Pasa por los puntos (2, 0) y (0, –4)

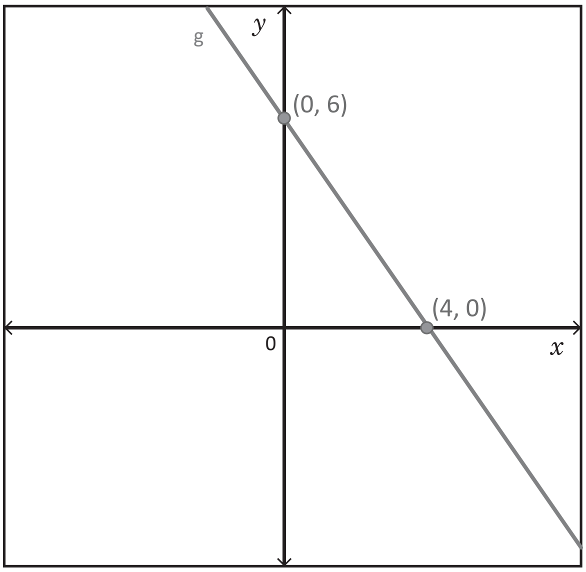
c) Pasa por los puntos (–3, 0) y (0, 6)

2. Considerando las coordenadas de los puntos que se muestran en la gráfica de la función, escribe la respectiva ecuación.

a)



b)



¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

Unidad 3

1.21 Autoevaluación de lo aprendido

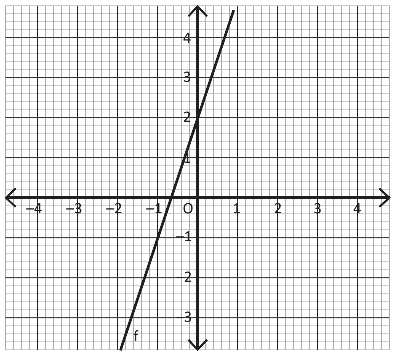
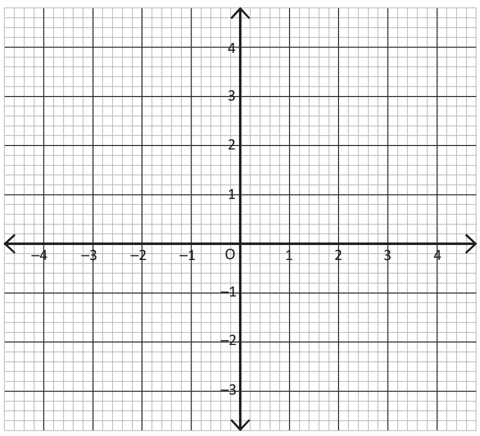
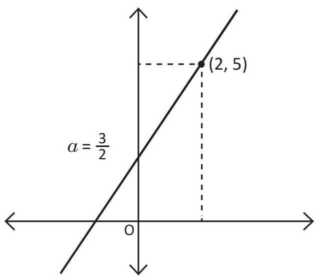
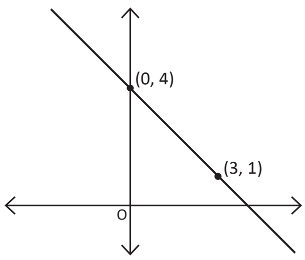
Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Determino si una ecuación corresponde a una función lineal, por ejemplo a) $y = \frac{3}{4}x + 1$ b) $y = -\frac{7}{x} + 5$				
2. Identifico la pendiente e indico el intercepto con el eje y, conociendo la ecuación de una función lineal, por ejemplo: a) $y = 7x - \frac{2}{3}$ b) $y = -5x$				
3. Trazo el gráfico de la función $y = ax + b$, si $a = -3$ y $b = 2$.				
4. Determino entre qué valores está y, si x está entre -1 y 4; para la función $y = 5x - 3$.				
5. Escribo la ecuación de una función lineal de x que tiene pendiente 2 y pasa por el punto (5, 3).				
6. Escribo la ecuación de la función lineal, que pasa por los puntos: a) (−2, 0) y (0, 5) b) (3, 5) y (2, 8)				

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.22 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Determino a) Intercepto con el eje y, b) razón de cambio y c) ecuación para la función de la gráfica: 				
2. Grafico las dos funciones en un solo plano, identifico el intercepto y razón de cambio, luego comparo sus valores, de donde concluyo que las rectas son__________________________, por tener igual pendiente. a) $y = 2x - 1$ b) $y = 2x + 3$ 				
3. Escribo la ecuación de la función a partir de la gráfica y los datos que se muestran en ella:  				

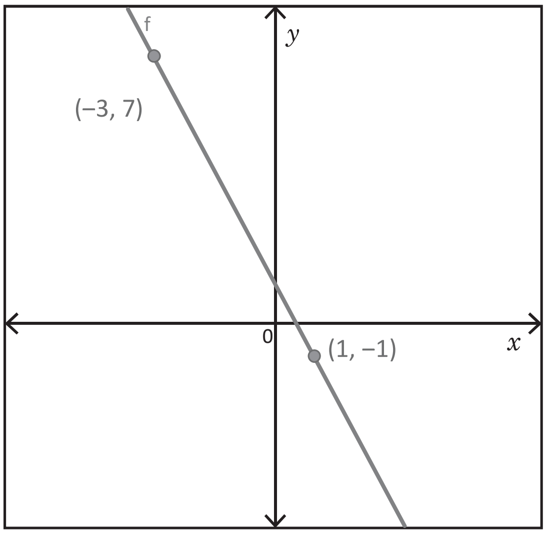
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.1 Trazo de la gráfica de una ecuación de primer grado con dos incógnitas

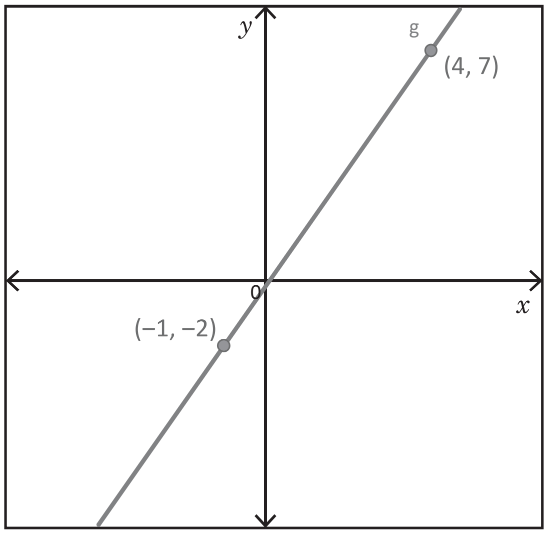
R

1. Escribe la ecuación de la función lineal para cada caso, a partir de los puntos dados.

a)



b)

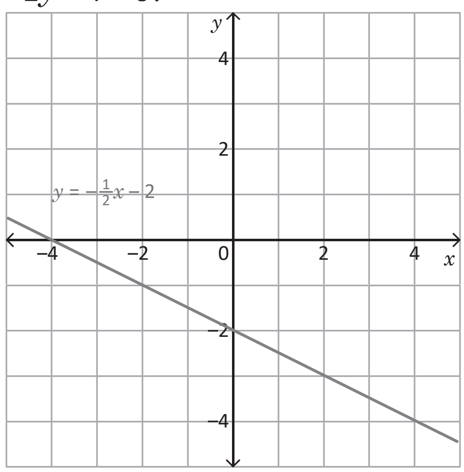


2. Escribe la ecuación de una función lineal cuya gráfica pasa por los puntos (2, 0) y (0, 5).

C

Para representar gráficamente la ecuación de la forma $ax + by + c = 0$, es necesario determinar algunos valores para x y y que hacen cierta la ecuación y representarlos como pares ordenados en el plano. Por ejemplo, ¿cómo puedes representar gráficamente la ecuación $x + 2y + 4 = 0$?

x	...	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	...
y	...	0	$-\frac{1}{2}$	−1	$-\frac{3}{2}$	−2	$-\frac{5}{2}$	−3	$-\frac{7}{2}$	−4	...

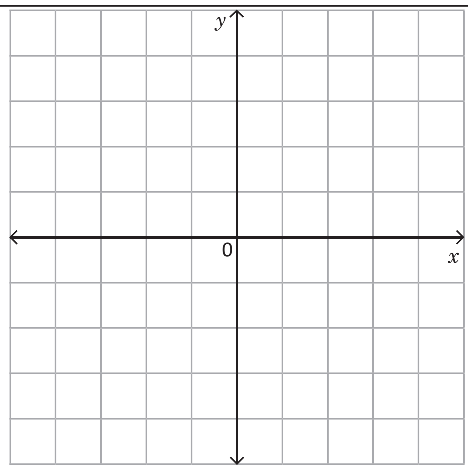


Al comparar la representación gráfica de la ecuación de la forma $ax + by + c = 0$, con la gráfica de la función lineal, se puede concluir que en ambos casos la gráfica es una línea recta y que para graficar la ecuación $ax + by + c = 0$, es necesario encontrar el valor de y correspondiente a x.

Para cada una de las ecuaciones, realiza lo siguiente:

- Determina el valor de y correspondiente a x.
- Elabora la tabla para organizar los pares ordenados.
- Represéntalas gráficamente.

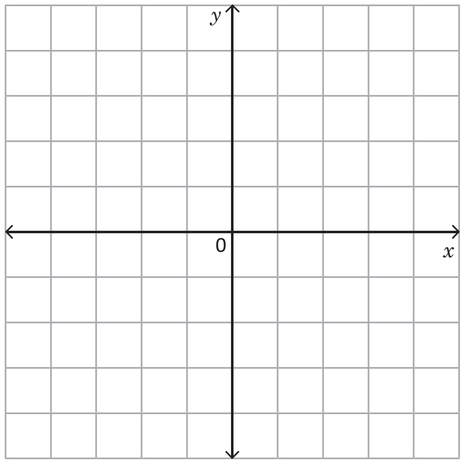
a) $-2x + y - 3 = 0$
b) $4x - y - 3 = 0$
c) $3x + 2y - 6 = 0$



¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.2 Relación entre la gráfica de la ecuación $ax + by + c = 0$ y la función $y = ax + b$

1. Escribe la ecuación para una función lineal cuya gráfica pasa por los puntos (7, 0) y (0, −1).

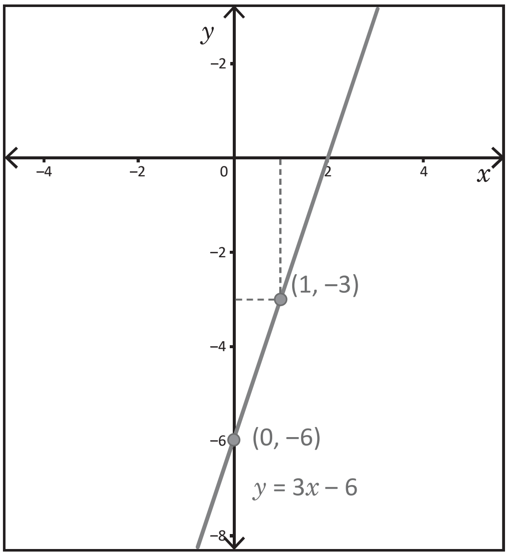


2. Para cada una de las ecuaciones, realiza lo siguiente:
   - Determina el valor de y correspondiente a x.
   - Elabora la tabla para organizar los pares ordenados.
   - Represéntalas gráficamente.

   a) $-2x + y + 4 = 0$
   b) $2x + 3y - 12 = 0$

Para llevar la ecuación de primer grado con dos incógnitas a la forma $y = ax + b$ de la línea recta, y luego graficarla, es necesario:

1. Resolver la ecuación, sobre y.
2. Identificar la pendiente a y el intercepto b.
3. A partir de la pendiente y el intercepto, encontrar las coordenadas de otro punto de la gráfica.
4. Trazar la línea recta que pasa por los dos puntos determinados.



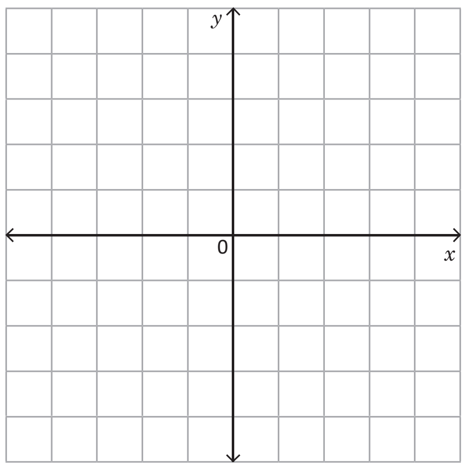
Por ejemplo:
¿Cómo puedes llevar la ecuación $-3x + y + 6 = 0$, a la forma $y = ax + b$? Luego grafícala.

- Al llevar la ecuación $-3x + y + 6 = 0$ a la forma $y = ax + b$, se tiene $y = 3x - 6$.
- Ahora, para graficar, se identifica la pendiente, $a = 3$, y el intercepto $b = -6$; es decir, pasa por el punto (0, 6).
- Se determina otro punto de la gráfica:
  si $x = 1$ $\quad y = 3(1) - 6 = -3$

También pasa por el punto (1, −3).

Para cada una de las ecuaciones, realiza lo siguiente:
- Lleva la ecuación a la forma $y = ax + b$, resolviendo sobre y.
- Determina otro punto por donde pasa la gráfica.
- Traza la gráfica.

a) $-2x + y = 6$ $\qquad$ b) $4x + y = 8$



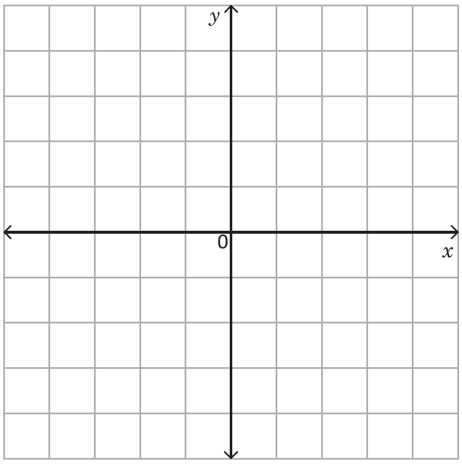
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.3 Gráfica de la ecuación $ax + by + c = 0$ a partir de los interceptos

R

1. Para cada una de las ecuaciones, realiza lo siguiente:
   - Determina el valor de y correspondiente a x.
   - Elabora la tabla para organizar los pares ordenados.
   - Represéntalas gráficamente.

   a) $x + 2y - 4 = 0$ b) $5x + y + 2 = 0$



2. Para cada una de las ecuaciones, realiza lo siguiente:
   - Lleva la ecuación a la forma $y = ax + b$, resolviendo sobre y.
   - Determina otro punto por donde pasa la gráfica.
   - Traza la la gráfica.

   a) $-5x + y + 7 = 0$ b) $3x + y = 2$

C

Para trazar la gráfica de la ecuación $ax + by + c = 0$, a partir de los interceptos con los ejes x y y, es necesario:

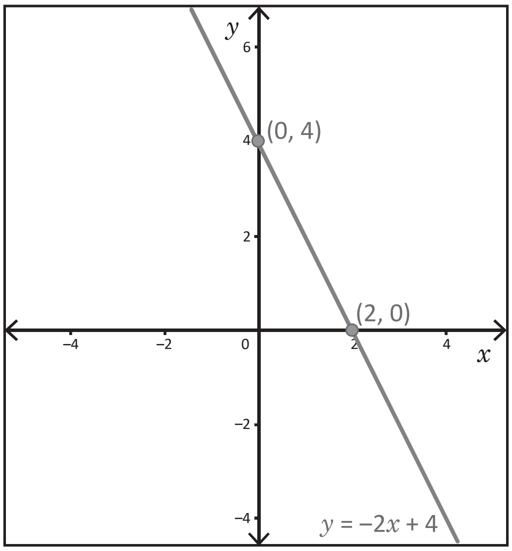
1. Identificar el intercepto con el eje y, $(0, b)$
2. Determinar el intercepto con el eje x, haciendo $y = 0$ y calculando el respectivo valor de x, obteniendo el punto $(x, 0)$.
3. Representar los interceptos y trazar la gráfica.

Por ejemplo, para la ecuación $2x + y - 4 = 0$, realiza lo siguiente:

Los interceptos con los ejes son:

1. El intercepto con el eje y, como $x = 0$, se tiene:
   $2(0) + y - 4 = 0$, $y = 4$, se obtiene el punto $(0, 4)$.

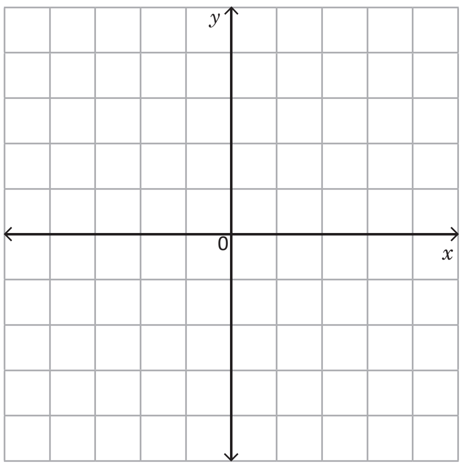
2. El intercepto con el eje x, $y = 0$, entonces sustituyendo en la expresión $2x + y - 4 = 0$:
   $2x + 0 - 4 = 0$, $x = 2$, se obtiene el punto $(2, 0)$.



Para cada una de las ecuaciones, realiza lo siguiente:

1. Determina el valor de los interceptos de la gráfica con los ejes y y x.
2. Traza la gráfica de la ecuación.

   a) $x - 3y = 6$ b) $2x - y = -4$



¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.4 Trazo de la gráfica de la ecuación de la forma $ax + by + c = 0$, cuando $a = 0$

1. Para cada una de las ecuaciones, realiza lo siguiente:
   - Lleva la ecuación a la forma $y = ax + b$, resolviendo sobre y.
   - Determina otro punto por donde pasa la gráfica.
   - Traza la la gráfica.

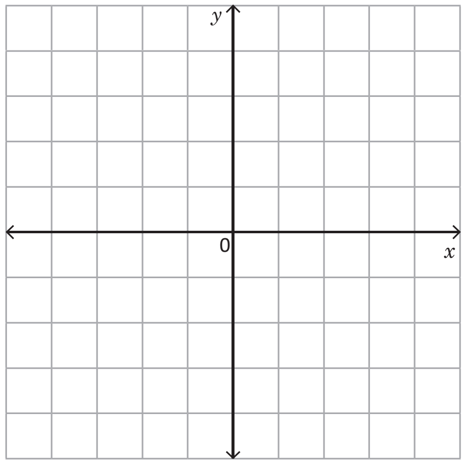
   a) $5x - y = 3$

   b) $2x + y + 4 = 0$

2. Para cada una de las ecuaciones, realiza lo siguiente:
   - Determina el valor de los interceptos de la gráfica con los ejes y y x .
   - Traza la gráfica de la ecuación.

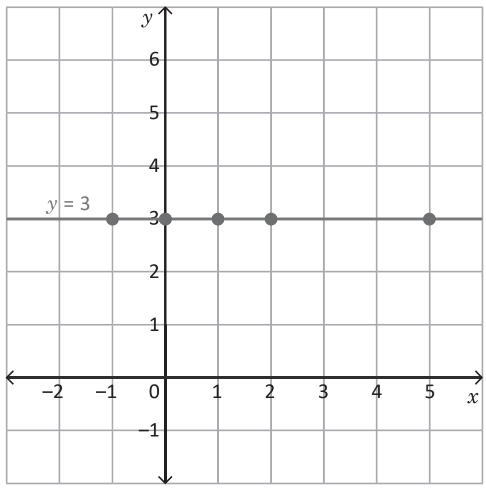
   a) $2x + 3y = 6$

   b) $-x + 2y = 4$



Para representar gráficamente la ecuación $by + c = 0$, únicamente se traza una recta horizontal en $y = -\frac{c}{b}$, pues x puede tomar cualquier valor; por tanto, la gráfica será una recta paralela al eje x.

Ejemplo: para la ecuación $3y - 9 = 0$.
1. Al resolver la ecuación en y, se tiene $3y = 9$; entonces $y = 3$.
2. Al representar gráficamente se tiene:



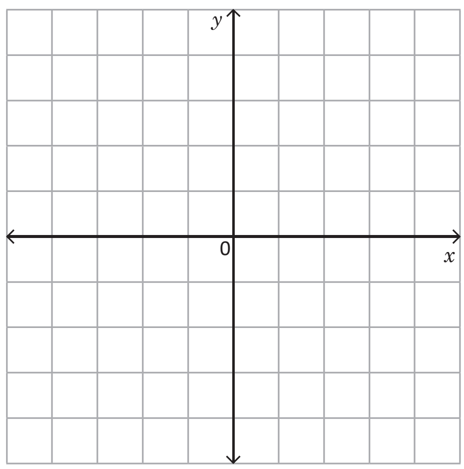
En cada una de las siguientes ecuaciones de la forma $by + c = 0$:

- Despeja la incógnita y.
- Represéntala gráficamente.

  a) $-3y - 12 = 0$

  b) $\frac{2}{3}y - 4 = 0$

  c) $-\frac{1}{2}y - 1 = 0$

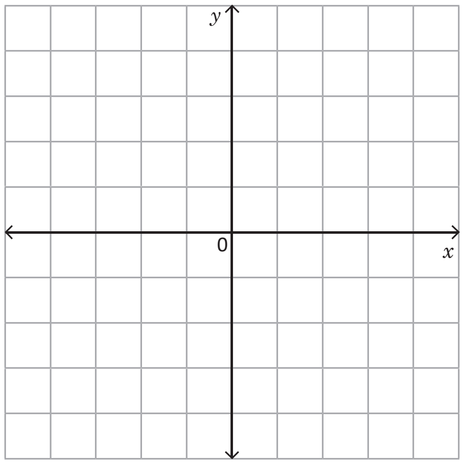


¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.5 Trazo de la gráfica de la ecuación $ax + by + c = 0$, cuando $b = 0$

1. Para cada una de las ecuaciones, realiza lo siguiente:
   - Determina el valor de los interceptos de la gráfica con los ejes y y x.
   - Traza la gráfica de la ecuación.

   a) $x - y = 2$ b) $-\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}y = 2$



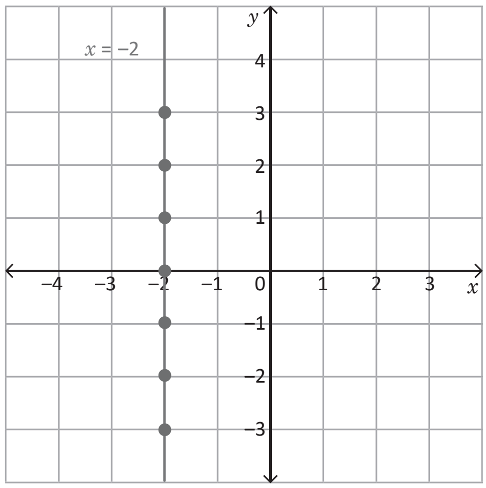
2. En cada una de las ecuaciones de la forma $by + c = 0$, realiza lo siguiente:
   - Despeja la incógnita y.
   - Represéntala gráficamente.

   a) $3y + 12 = 0$ b) $\frac{2}{5}y - 2 = 0$

Para representar gráficamente la ecuación $ax + c = 0$, únicamente se traza una recta vertical en $x = -\frac{c}{a}$ pues y puede tomar cualquier valor; por tanto, la gráfica será una recta paralela al eje y, tal como se muestra en el ejemplo desarrollado.

Por ejemplo: para la ecuación $3x + 6 = 0$.

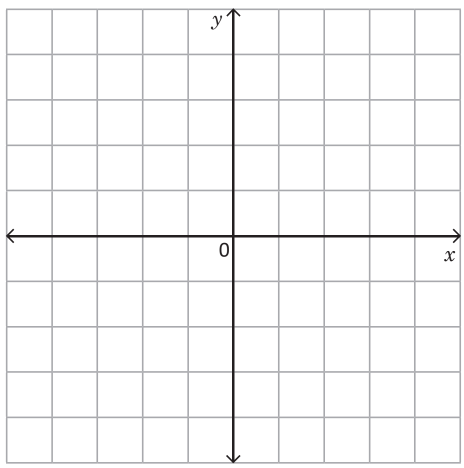
1. Al resolver la ecuación en x, se tiene $3x = -6$; entonces $x = -2$.
2. Entonces, al representar gráficamente se tiene:



En cada una de las siguientes ecuaciones de la forma $ax + c = 0$:

- Despeja la incógnita x.
- Represéntala gráficamente.

a) $x - 3 = 0$ b) $3x - 6 = 0$ c) $\frac{1}{2}x + 2 = 0$

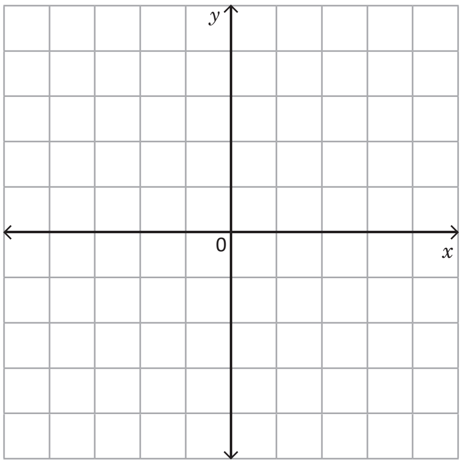


¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.6 Intercepto de la gráfica de dos ecuaciones de la forma $ax + by + c = 0$

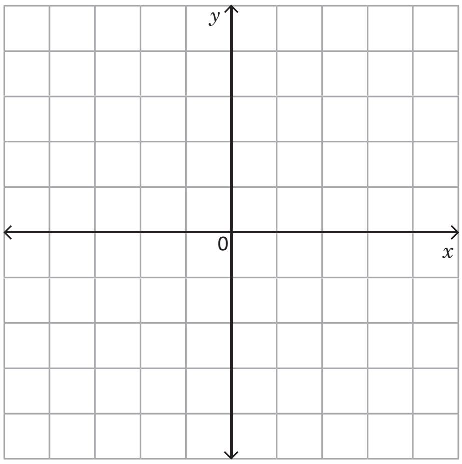
1. En cada una de las siguientes ecuaciones de la forma $by + c = 0$, realiza lo siguiente:
   - Despeja la incógnita y.
   - Represéntala gráficamente.

   a) $8y - 4 = 0$ b) $\frac{1}{3}y - \frac{1}{2} = 0$



2. En cada una de las ecuaciones $ax + c = 0$, realiza lo siguiente:
   - Despeja la incógnita x.
   - Represéntala gráficamente.

   a) $4x + 8 = 0$ b) $\frac{1}{3}x - 1 = 0$

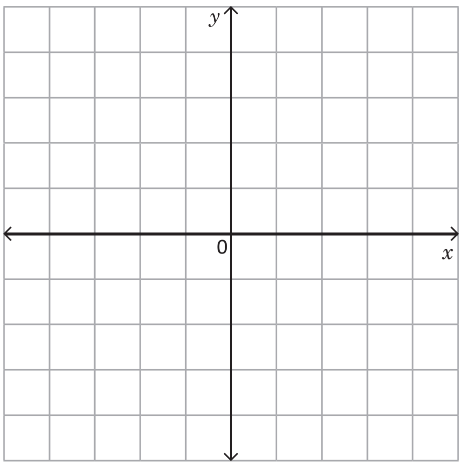


Cuando se grafica un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas en un solo plano, las coordenadas del punto en que se intersecan las dos gráficas, corresponden a la solución del sistema; por tanto, un sistema de ecuaciones también se puede resolver de manera gráfica, representando las dos gráficas en un solo plano e identificando las coordenadas que corresponden al punto de intersección.

Para cada uno de los sistemas de ecuaciones, realiza lo siguiente:

1. Lleva las dos ecuaciones a la forma pendiente intercepto.
2. Grafica las dos ecuaciones en un mismo plano.
3. Identifica las coordenadas del punto donde se intersectan las dos rectas.
4. Resuelve el sistema aplicando cualquier método conocido.

a) $\begin{cases} 2x + y = 3 & ① \\ -2x + y = -1 & ② \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 4 & ① \\ x - y = 2 & ② \end{cases}$

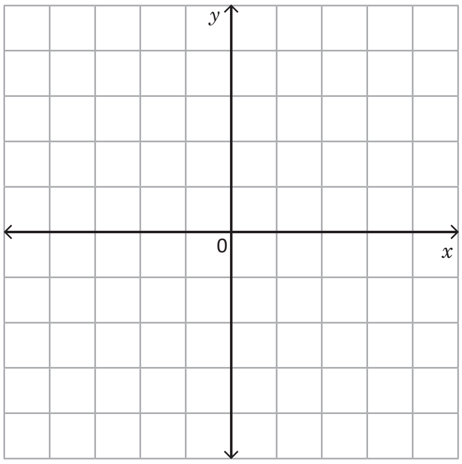


¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.7 Solución gráfica de un sistema de ecuaciones de la forma $ax + by + c = 0$

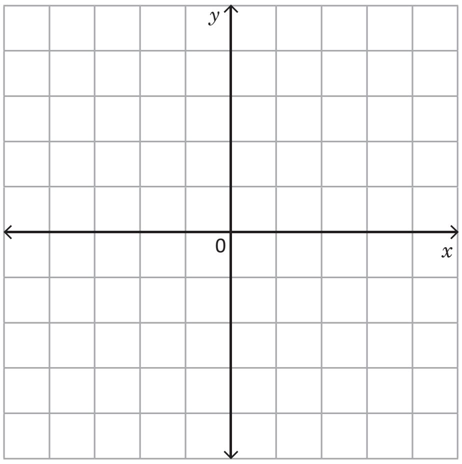
1. En cada una de las ecuaciones de la forma $ax + c = 0$, realiza lo siguiente:
   - Despeja la incógnita x.
   - Represéntala gráficamente.

   a) $6x - 24 = 0$ b) $10x + 20 = 0$



2. Para cada uno de los sistemas de ecuaciones, realiza lo siguiente:
   - Lleva las dos ecuaciones a la forma pendiente intercepto.
   - Grafica las dos ecuaciones en un mismo plano.
   - Identifica las coordenadas del punto donde se intersectan las dos rectas.

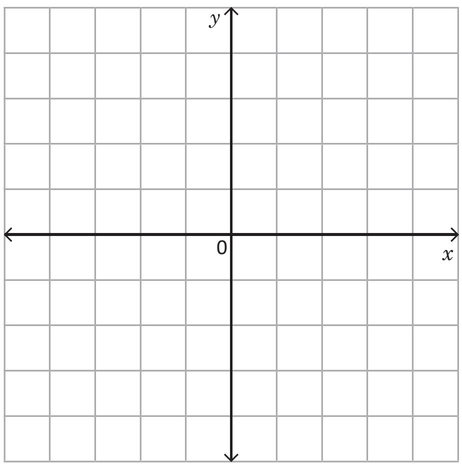
   a) $\begin{cases} x + y = 4 & ① \\ 2x - y = -1 & ② \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 4 & ① \\ 2x + y = 5 & ② \end{cases}$



Para determinar la solución de un sistema de ecuaciones de manera gráfica, es necesario:
1. Determinar el intercepto con cada uno de los ejes x y y.
2. Representar los interceptos en el plano y construir la gráfica.
3. Identificar los valores de x y y que corresponden al punto de intersección de las rectas.

Determina la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones, de forma gráfica.

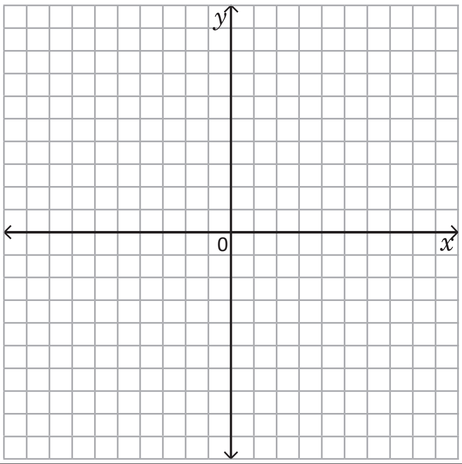
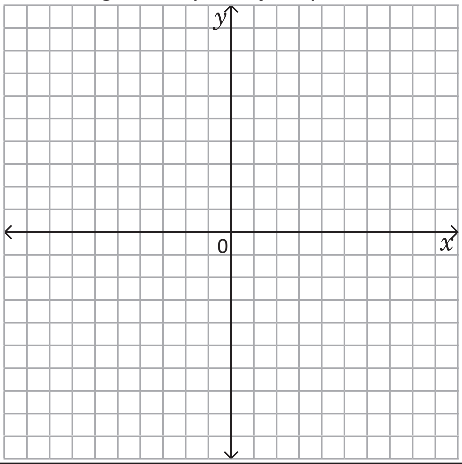
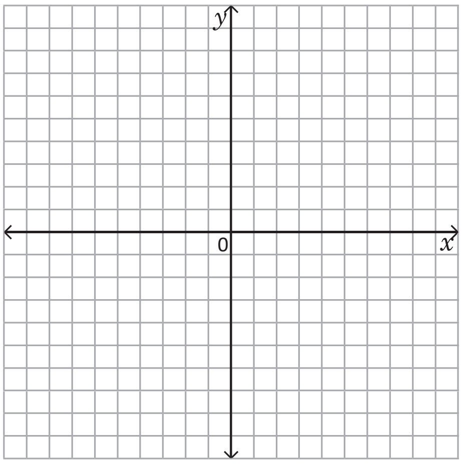
a) $\begin{cases} 2x - y = 2 & ① \\ x + 2y = 6 & ② \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + y = 6 & ① \\ 2x - y = 2 & ② \end{cases}$



¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.8 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

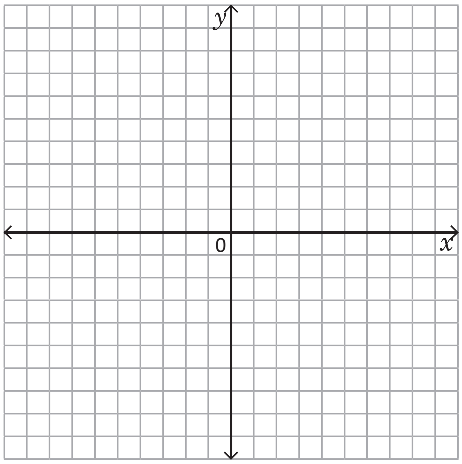
Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Grafico en el plano ecuaciones de la forma $ax + by + c = 0$, por ejemplo: a) $x - 3y - 6 = 0$ ① b) $2x - y - 3 = 0$ ② 				
2. Determino la solución gráfica de un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, por ejemplo: $\begin{cases} 2x + y = 3 & ① \\ -3x + 2y = 6 & ② \end{cases}$ 				
3. Determino si un sistema tiene o no solución, por ejemplo: a) $\begin{cases} x + 3y = 5 & ① \\ x + 3y = -2 & ② \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 4y = 18 & ① \\ 4x - 3y = -1 & ② \end{cases}$ 				

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

3.1 Aplicaciones de la función lineal, parte 1

1. Para cada uno de los sistemas de ecuaciones, realiza lo siguiente:

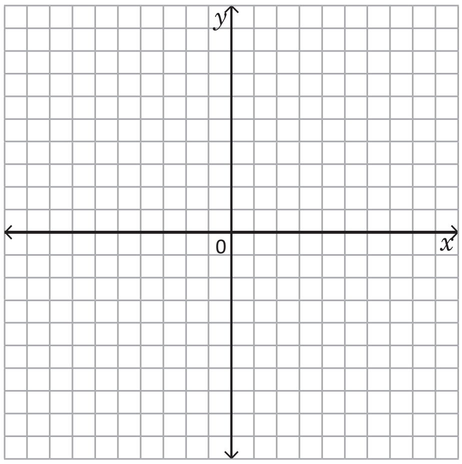
- Lleva las dos ecuaciones a la forma pendiente intercepto.
- Grafica las dos ecuaciones en un mismo plano.
- Identifica las coordenadas del punto donde se intersectan las dos rectas.
- Comprueba la solución encontrada aplicando un método conocido.



a) $\begin{cases} x + y = 5 & ① \\ x - 2y = -1 & ② \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 3 & ① \\ -2x + y = 9 & ② \end{cases}$

2. Determina la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones, de forma gráfica.



a) $\begin{cases} 2x + y = 5 & ① \\ 3x + y = 5 & ② \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y = 10 & ① \\ 3x - y = 5 & ② \end{cases}$

Para resolver problemas aplicando la función lineal, únicamente se necesita identificar las dos variables x y y, y pensar en y como una función lineal de x, luego dar respuesta a la situación planteada.

La relación entre la escala Kelvin (K) y la escala Celsius (C) es la siguiente:

- 0° C es equivalente a 273° K y 100° C a 373° K.
- Si x° C equivalen a y° K, y es una función lineal de x, encuentra la ecuación que relaciona las dos variables.

a) Determina la variación térmica de un día de invierno en que se registra una temperatura mínima de 0° C y una máxima de 18° C, exprésala en grados Kelvin.
b) ¿A qué temperatura un termómetro Kelvin marca numéricamente el cuádruple que el de Celsius?

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

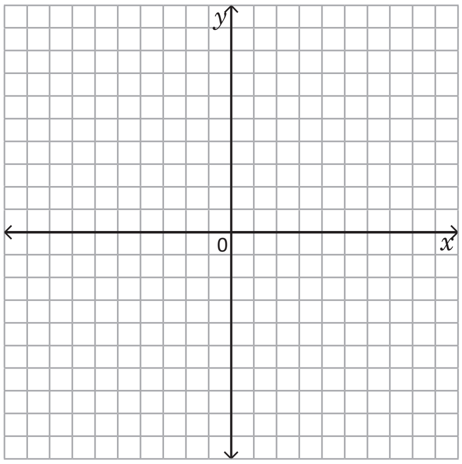
3.2 Aplicaciones de la función lineal, parte 2

R

1. Determina la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones de forma gráfica.

a) $\begin{cases} 2x + y = 7 & \textcircled{1} \\ 3x + y = 9 & \textcircled{2} \end{cases}$

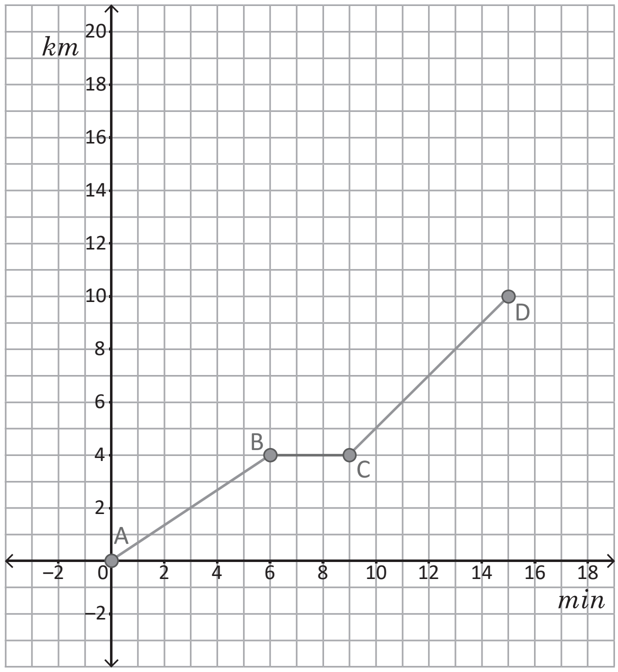
b) $\begin{cases} 2x - 3y = -4 & \textcircled{1} \\ x + 2y = 5 & \textcircled{2} \end{cases}$



2. La relación entre el colón salvadoreño ₡ y el dólar americano \$ es la siguiente: \$1 es equivalente a ₡8.75 y \$10 a ₡87.5.
   a) Si x \$ equivalen a y ₡, y es una función lineal de x, encuentra la ecuación que relaciona las dos variables.
   b) Carmen tenía ₡175.00 y como regalo, su tío le dio \$40.00. ¿Cuánto dinero tiene Carmen en total? Expresa tu respuesta en dólares.

Ana participó en una carrera de atletismo. Después de 6 minutos hizo una parada para beber agua, luego de 3 minutos retomó la carrera; para recuperar el tiempo perdido aumentó la velocidad. Considerando y kilómetros recorridos en x minutos, responde:

1. ¿A qué distancia del punto de partida bebió agua Ana?
2. Expresa la distancia recorrida y después de transcurridos x minutos en el recorrido, tanto antes como después de la parada.
3. ¿Cuál es la distancia total recorrida por Ana?



¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

3.3 Aplicaciones de la función lineal, parte 3

R

1. La relación entre yardas y metros es la siguiente: 1 yarda (yd) es equivalente a 0.9 metros (m) aproximadamente y 10 yd equivale a 9 m.
   a) Si x (yd) equivalen a y (m), y es una función lineal de x, encuentra la regla de correspondencia que relaciona las dos variables.

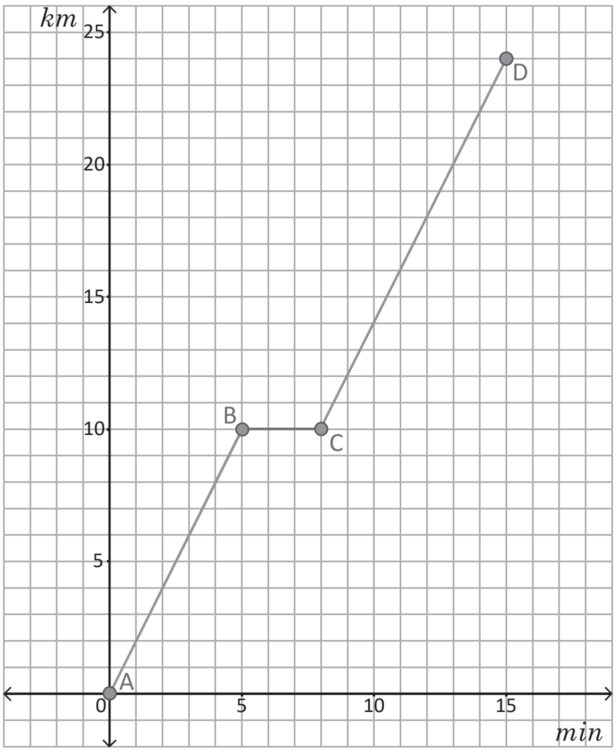
   b) Carlos compró un bollo de cordel de 900 yd para elevar piscuchas, ¿para cuántas piscuchas le alcanza el cordel si para cada una utiliza 10 metros?

2. Antonio participó en una carrera de caballos, a los 5 minutos tuvo problemas y necesitó apoyo para revisar la montura; luego de 3 minutos retomó la carrera, y aumentó la velocidad. Considerando y kilómetros recorridos en x minutos, responde:

   a) ¿A qué distancia del punto de partida se hizo la revisión del estado de la montura?

   b) Expresa la distancia recorrida y, después de transcurridos x minutos en el recorrido tanto antes como después de revisar la montura.

   c) ¿Cuál es la distancia total recorrida por Antonio?



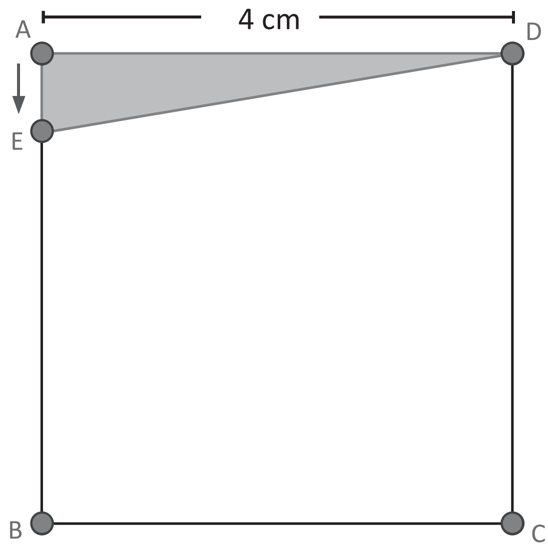
En el cuadrado ABCD, el punto E se mueve sobre el borde desde el punto A hasta D, pasando por el punto B y C. Cuando el punto E se ha movido x cm, se toma el área del triángulo AED como y cm^2. Observa las figuras y responde:

1. Explica qué sucede con el área del triángulo AED cuando:

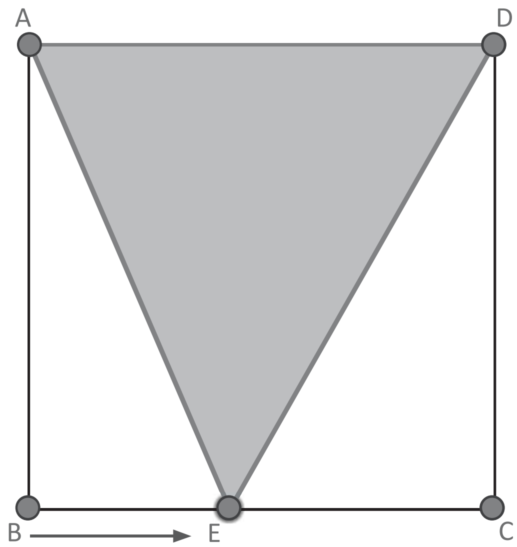
   a) E se desplaza sobre el AB, es decir $0 \leq x \leq 4$.
   b) E se desplaza sobre el BC, es decir $4 \leq x \leq 8$.
   c) E se desplaza sobre el CD, es decir $8 \leq x \leq 12$.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

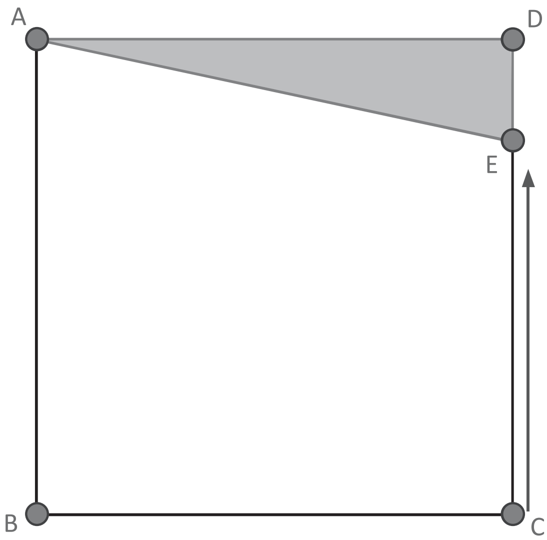
2. Expresa el área y del triángulo AED, cuando E se mueve de A hasta B.



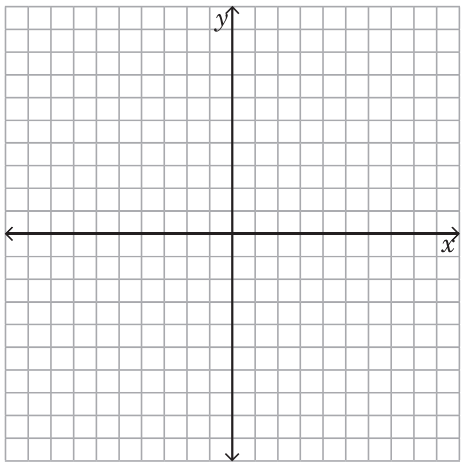
3. Determina el área y del triángulo AED, cuando E se mueve de B hasta C.



4. Expresa el área y del triángulo AED, cuando E se mueve de C hasta D.

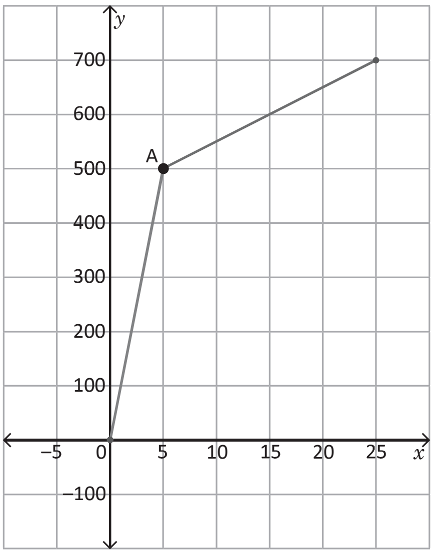


5. Representa gráficamente en un mismo plano el área del triángulo AED , cuando:
   a) E se mueve sobre el lado AB.
   b) E se mueve sobre el lado BC.
   c) E se mueve sobre el lado CD.



3.4 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Item	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Resuelvo situaciones que impliquen equivalencia de unidades que se relacionan linealmente como la siguiente: La relación entre los grados Fahrenheit (F) y los Celsius (C) es la siguiente: 0° C es equivalente a 32° F, y 100° C a 212° F. a) Si x° C equivalen a y° F, y es una función lineal de x, escribe la ecuación que relaciona las dos variables. b) Determina la variación térmica de un día de invierno en que se registra una temperatura mínima de 10° C y una máxima de 20° C, exprésala en grados Fahrenheit. c) ¿A qué temperatura un termómetro Fahrenheit marca numéricamente el triple que el de Celsius?				
2. Resuelvo situaciones que impliquen interpretación de gráficas como la siguiente: Miguel salió de su casa hacia la escuela que dista 1 500 m de su casa. De la casa hasta el punto A se desplazó en bicicleta y a partir de ahí se fue caminando. La gráfica muestra la relación entre el tiempo x (minutos) transcurridos desde que sale de la casa y la distancia recorrida y (metros). a) Determina la velocidad en metros por minuto mientras se desplaza en bicicleta. b) Expresa la relación entre el tiempo transcurrido x minutos y la distancia recorrida y metros, desde 0 a 5 minutos. c) Determina la velocidad de Miguel cuando se desplaza caminando.  d) Expresa la relación entre los x minutos transcurridos y la distancia y recorrida desde 5 a 25 minutos.				

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

3.5 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. En el recibo del consumo mensual de energía eléctrica de la casa de María, aparecen reflejados los siguientes conceptos: costo mensual de comercialización y distribución aproximadamente de \$6.00 y \$0.35 por kilowatt (kw/h) de energía consumida. a) ¿Cuánto deberá pagar en un mes que haya consumido 15 kw/h? b) Escribe el total y a pagar, cuando se consumen x kw/h de energía eléctrica. c) Representa gráficamente la función que relaciona el consumo de energía con el costo total a pagar.				
2. En un negocio de reparación de llantas un trabajador tiene un sueldo diario formado por la suma de una base fija más \$2 por cada llanta reparada. En cierto día del mes, después de que había reparado 12 llantas, el empleado calculó que su sueldo diario era de \$44. a) ¿Cuál es el sueldo diario fijo del trabajador? b) ¿Cuál es la función que representa el sueldo y del trabajador cuando arregla x llantas? c) Grafica la función lineal obtenida.				

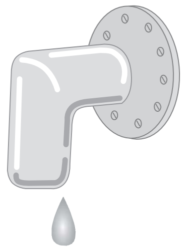
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

Problemas de aplicación

El 1 de septiembre de 1992, entró en vigencia la LEY DE IMPUESTO A LA TRANSFERENCIA DE BIENES MUEBLES Y A LA PRESTACIÓN DE SERVICIOS (IVA), con una tasa del 10% por medio del Decreto Legislativo número 296, aprobado el 27 de julio de 1992 y publicado en el Diario Oficial N° 143 tomo 316 del 31 de julio de 1992; que tiene como objeto aplicar el impuesto a la transferencia, importación, exportación y al consumo de los bienes muebles corporales; y a la prestación, importación, internación, exportación y el autoconsumo de servicios. Posteriormente, según Decreto Legislativo número 370 del 8 de junio de 1995, la tasa se incrementó del 10% al 13%.

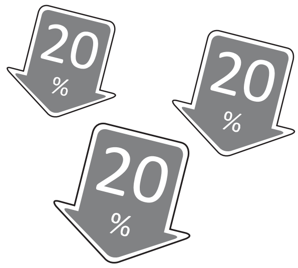
Trabajos de fontanería

a) Si un fontanero hace una reparación de \$240, ¿a cuánto ascenderá el costo al agregar el IVA?
b) Si la reparación costara \$50, ¿cuánto se deberá pagar?
c) Obtener la regla de correspondencia de la función del precio del trabajo del fontanero y la cantidad total que se paga.



Descuentos por cambio de temporada

En uno de los centros comerciales de Soyapango, las tiendas A y B ofrecen una mochila a un precio de \$50 sin IVA, pero para atraer clientes tienen disponible la oferta siguiente:



Tienda A: descuento del 20% sobre precio original (0.8) (\$50), y sobre este aplica el IVA, es decir, tú pagarías por la mochila (1.13) (0.8) (\$50).

Tienda B: aplica el IVA (1.13) (\$50), y sobre este costo hace un descuento del 20%; es decir tú pagarías por la mochila (0.8) (1.13) (\$50).

a) Considerando las condiciones, ¿en cuál tienda comprarías la mochila? ¿Por qué?
b) Si el precio de la mochila es x dólares, escribe una función lineal que modele el costo a pagar por la mochila considerando el descuento del 20% y el IVA.

Crecimiento del bebé durante el período de gestación

Un estudio de un ginecólogo muestra cómo crece un bebé antes de nacer según el mes de gestación en que se encuentre su madre, de acuerdo con la siguiente tabla:

Edad (meses)	2	3	4	5	6	7	8	9
Longitud (cm)	4	8	15	24	29	34	38	42

a) Representar la función "longitud" en función de la edad del bebé.
b) Determinar la razón de cambio del crecimiento del bebé para al menos 3 meses.
c) La función "longitud", ¿es una función lineal?

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?