Unidad 6

Características de los triángulos y cuadriláteros

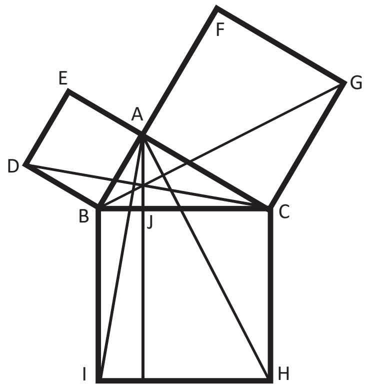
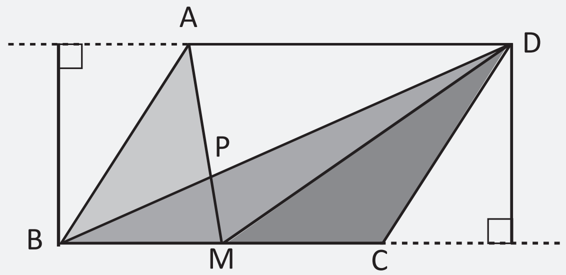


Ilustración de la proposición I. 47, texto Los Elementos *de Euclides.*

El matemático y geómetra griego Euclides, estableció relaciones entre paralelogramos y triángulos con la misma base, que se forman entre rectas paralelas; estas relaciones fueron utilizadas para demostrar otras como la mostrada en la imagen, que corresponde a la proposición I. 47 del libro *Los Elementos*.

Los triángulos son utilizados como base para construir puentes, ventanas, puertas, veleros, señales de tránsito, ganchos para colgar la ropa, etc. Esto debido a que el triángulo es la única figura que no se puede deformar, se haga lo que se haga, seguirá siendo un triángulo.


Pasarela del Redondel Masferrer, San Salvador.



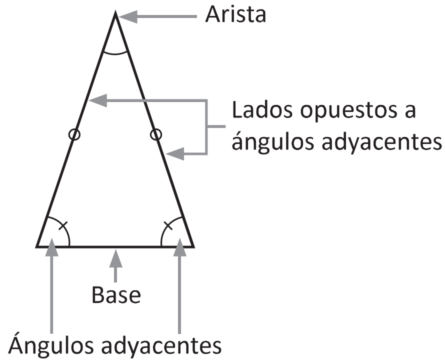
Triángulos de igual base e igual altura.

En el desarrollo de los contenidos de esta unidad, conocerás y demostrarás propiedades de triángulos y cuadriláteros, mediante el uso de los criterios de congruencia de triángulos, así como la relación entre las áreas de triángulos y cuadriláteros.

1.1 Triángulos isósceles

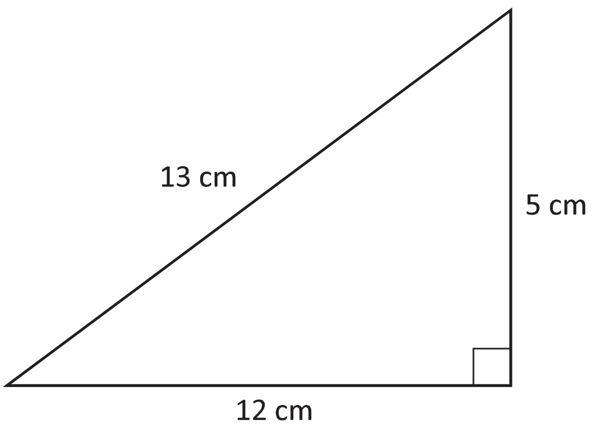
La definición de los triángulos isósceles es que dos de sus lados son de igual longitud y se caracterizan porque la medida de dos de sus ángulos es igual.

Las partes de un triángulo isósceles son:
Arista: Es el vértice donde concurren los lados de igual longitud.
Base: Es el lado opuesto de la arista.
Ángulos adyacentes: Son los ángulos formados por la base y los otros dos lados del triángulo.
Lados opuestos a ángulos adyacentes: Son los lados de igual longitud en un triángulo isósceles.

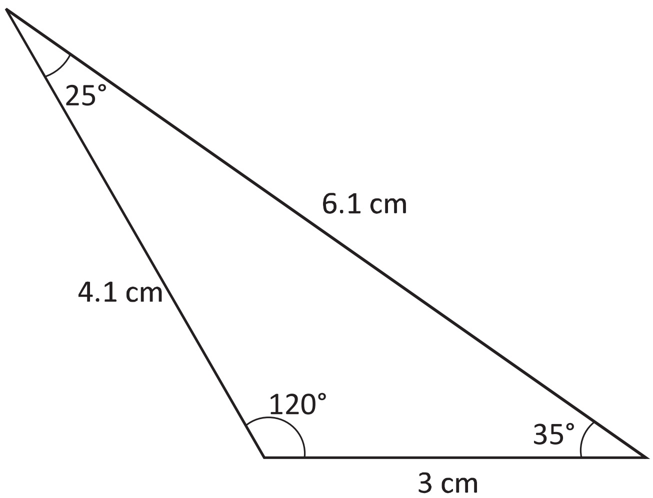


Clasifica los siguientes triángulos, argumenta tu respuesta y señala las partes de los triángulos isósceles.

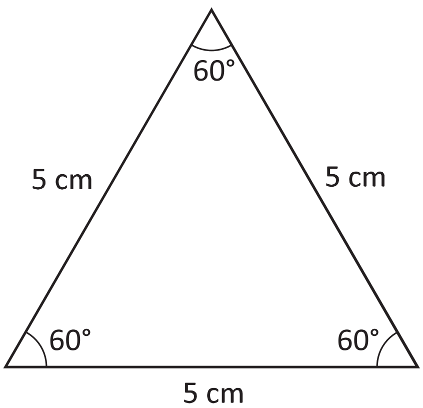
a)



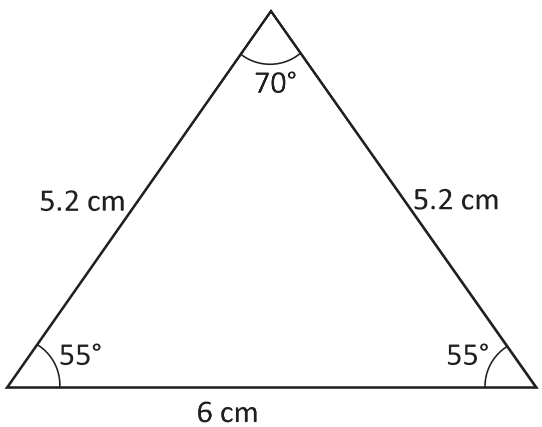
b)



c)



d)



¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.2 Teorema del triángulo isósceles

R

1. ¿Cuáles son las tres clasificaciones de triángulos según la longitud de sus lados?

____

____

____

2. Menciona las partes de un triángulo isósceles:

____

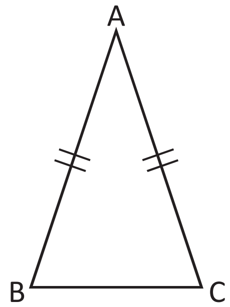
____

____

C

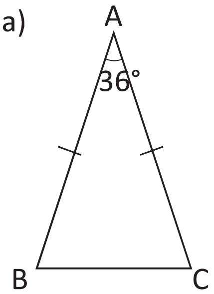
En un triángulo isósceles se cumple que los ángulos de la base son congruentes.

Ejemplo:
Si el ΔABC es isósceles con lados $AB = AC$, entonces $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ACB$.

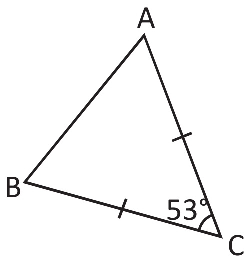


1. Determina la medida de los ángulos restantes de cada triángulo, aplicando el teorema demostrado.

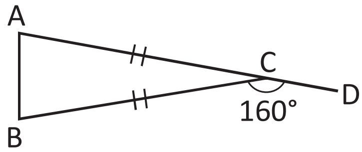
a)



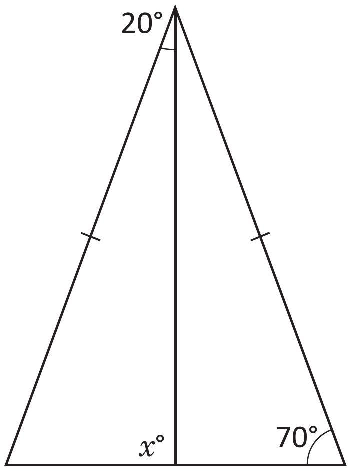
b)



c)



2. En la figura, encuentra la medida del ángulo x aplicando el teorema demostrado en clase.

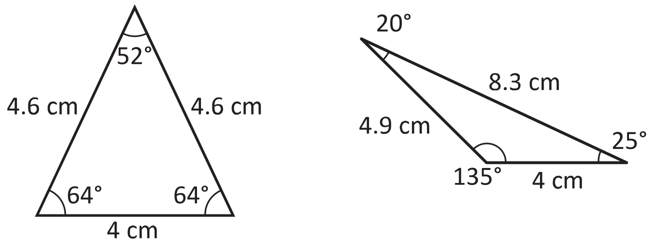


¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

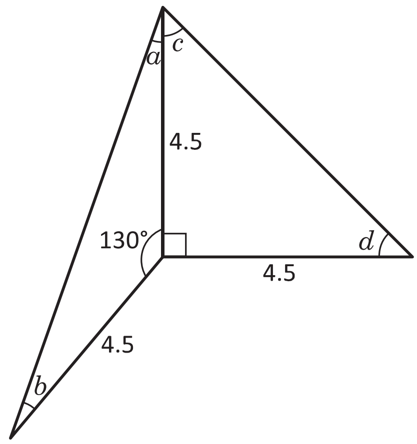
1.3 Bisectriz de un triángulo isósceles

R

1. Clasifica los siguientes triángulos y justifica tu respuesta.



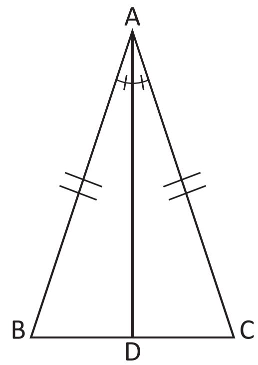
2. Encuentra los ángulos que faltan en la figura que se muestra, conociendo que los triángulos mostrados son isósceles, argumenta utilizando el teorema visto en la clase anterior.



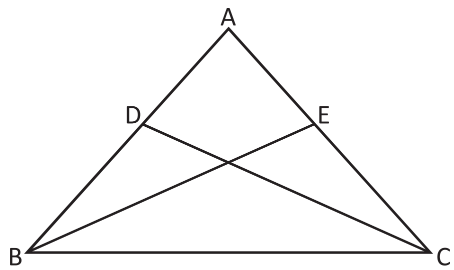
C

En un triángulo isósceles se cumple que la bisectriz del ángulo comprendido entre los dos lados de igual longitud del triángulo es mediatriz del lado opuesto.

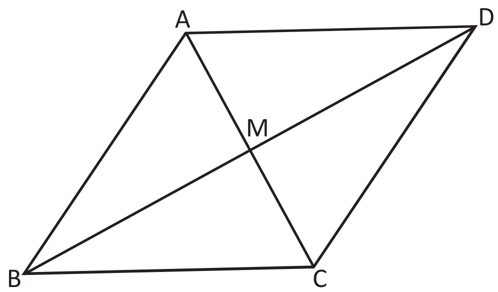
Observa que por este resultado se puede concluir que la bisectriz también es altura y mediana del triángulo isósceles.



1. En un triángulo isósceles ΔABC, los lados congruentes son AB y AC. BE y CD son bisectrices. Demuestra que el segmento BE = CD.



2. En el ΔABC, BA = BC y la bisectriz del ∢B, es el segmento BM, explica la razón por la que el segmento DM es mediana del triángulo ΔACD.



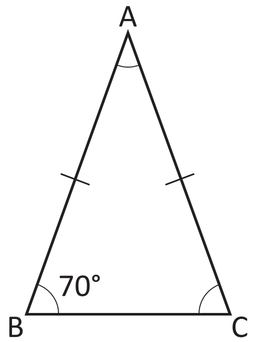
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.4 Triángulos equiláteros

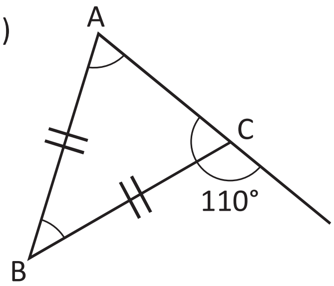
R

1. Determina la medida de los ángulos restantes de cada triángulo aplicando el teorema de ángulos adyacentes, demostrado en la clase 1.2.

a)

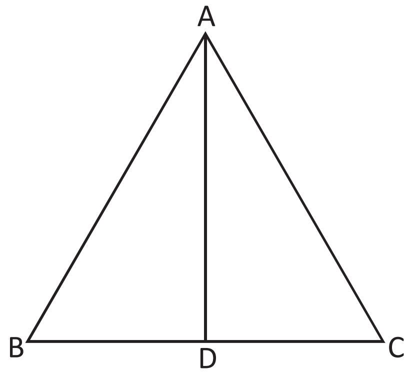


b)



2. En la figura, el segmento AD es mediatriz del lado BC. ¿Cuáles son las afirmaciones correctas? Justifica tu respuesta.

a) El triángulo es isósceles
b) BD = CD
c) AD es la bisectriz del ángulo A

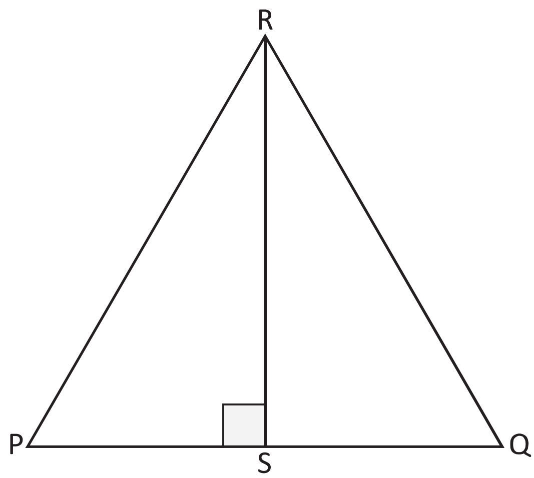


C

Cada uno de los ángulos internos de un triángulo equilátero mide 60°.

Determina si en el triángulo equilátero PQR de la figura, se cumplen las condiciones de los literales a y b o solamente uno de los dos literales.

a) $\Delta PSR \cong \Delta QSR$
b) $\sphericalangle SPR = 60°$

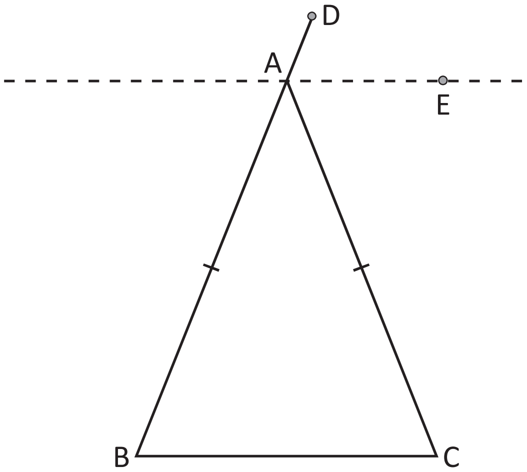


¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

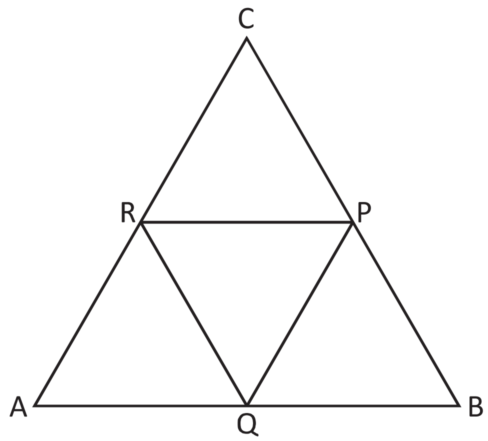
1.5 Teorema sobre triángulos isósceles y equiláteros

R

1. Demuestra que en todo triángulo isósceles, la bisectriz del ángulo externo opuesto a los ángulos congruentes es paralela a la base.



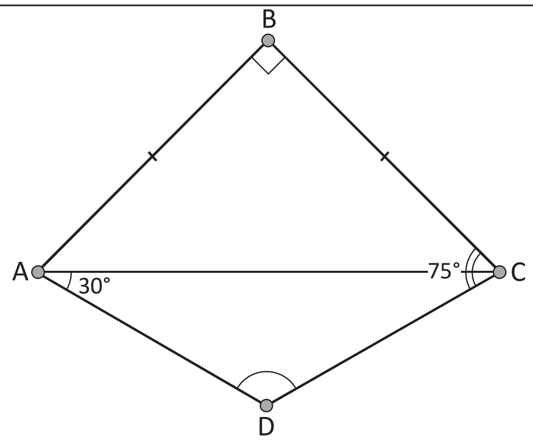
2. En la figura P, Q y R son puntos medios del triángulo equilátero ΔABC. Demuestra que ΔRQP es equilátero.



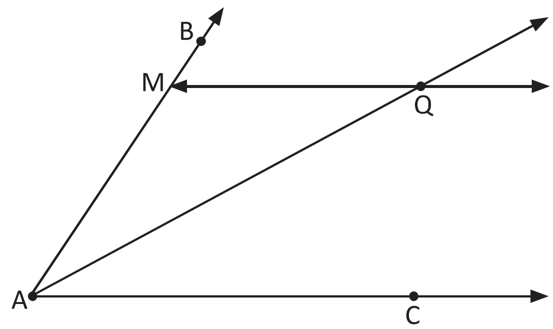
C

En un triángulo, si dos ángulos tienen igual medida, entonces los lados opuestos tienen igual longitud.

1. En la figura, AB = BC, el ∢B = 90°, el ∢DAC = 30°, y el ∢DCB = 75°. Demuestra que AD = DC.



2. Demuestra que, si por un punto Q de la bisectriz del ángulo ∢BAC se traza una paralela al lado AC, el ΔAQM es isósceles.

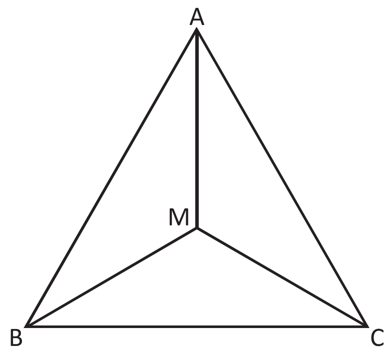


¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

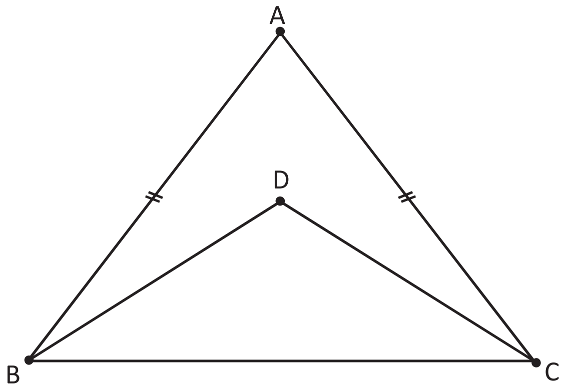
1.6 Recíproco y contraejemplo de un teorema

R

1. En la figura, el triángulo ABC es equilátero y se trazan las bisectrices de los ángulos ABC y BCA, se forman tres triángulos ΔABM, ΔAMC y ΔMBC. Encuentra los ángulos internos de dichos triángulos.



2. En la figura, el ΔABC es isósceles. Demuestra que el triángulo más pequeño es isósceles, siendo D el punto que se encuentra en la mediatriz del ΔABC.



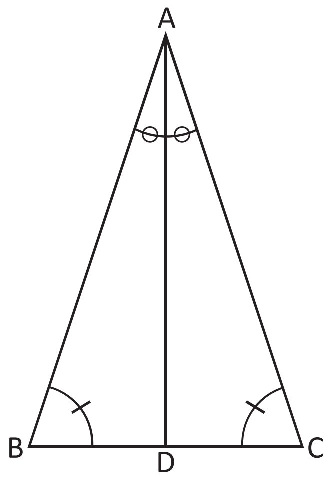
C

El teorema que intercambia la hipótesis y la conclusión de otro teorema se conoce como **teorema recíproco**.

El recíproco de un teorema puede que no se cumpla, en ese caso hay que presentar un ejemplo que muestre que no se cumple y se conoce como **contraejemplo**.

1. Determina el recíproco del siguiente enunciado: "Todo triángulo isósceles es un triángulo rectángulo"; en caso de no ser cierto, proporciona un contraejemplo.

2. Determina el recíproco de: "En el triángulo isósceles ΔABC, donde AB = AC, si AD es mediatriz; entonces, AD es bisectriz del ∢A. Escribe su recíproco, demuestra si se cumple y en caso de que no se cumpla, proporciona un contraejemplo.



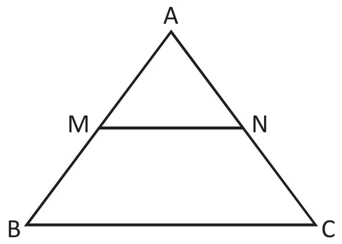
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

Unidad 6

1.7 Primer criterio de congruencia de triángulos rectángulos

R

1. En la figura AB = AC, BC ∥ MN, demuestra que el ΔAMN es isósceles.

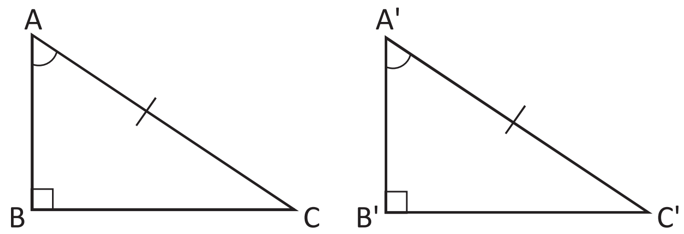


2. Determina el recíproco de "en el ΔABC, si ∢A = 90°, entonces ∢B < 90° y ∢C < 90°". Demuestra si se cumple o proporciona un ejemplo si no se cumple.

C

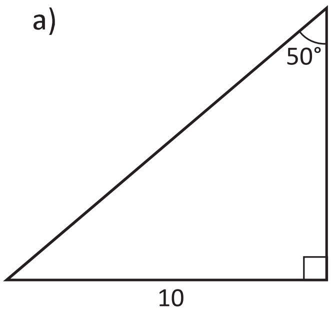
Primer criterio de congruencia de triángulos rectángulos

Si en dos triángulos rectángulos se cumple que la hipotenusa y un ángulo agudo son respectivamente de igual medida, entonces los triángulos son congruentes.

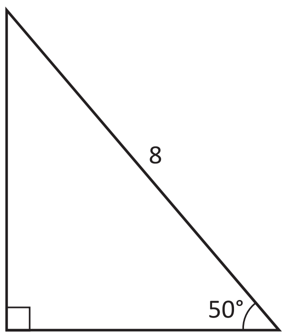


En los siguientes triángulos rectángulos, agrupa los que son congruentes. Justifica tu solución.

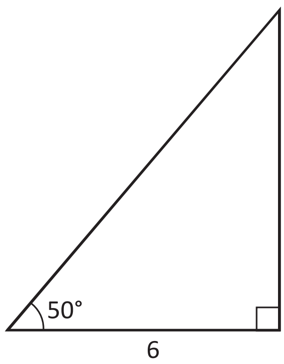
a)



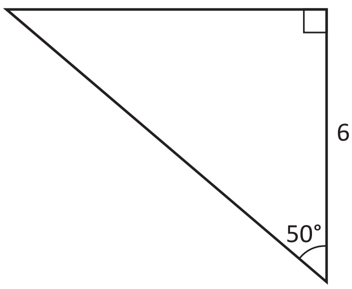
b)



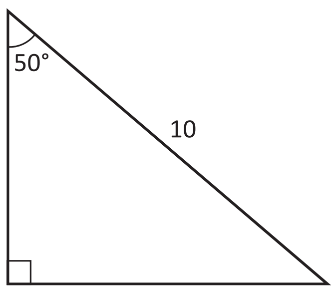
c)



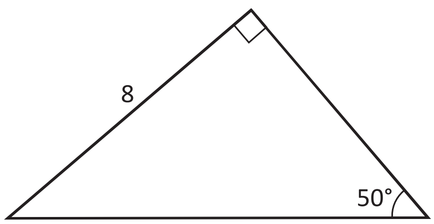
d)



e)



f)

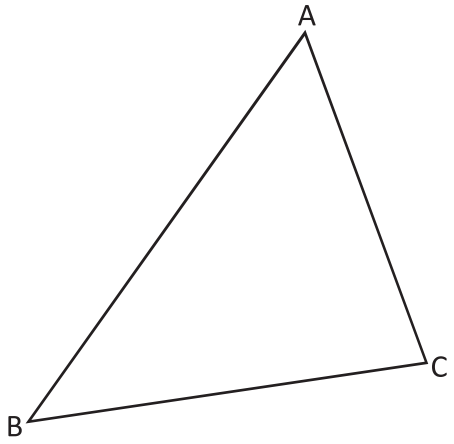


¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.8 Segundo criterio de congruencia de triángulos rectángulos

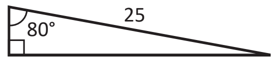
R

1. Determina el recíproco de "En el ΔABC, si AB > AC, entonces ∢B < ∢C".

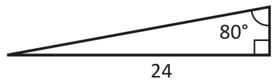


2. En los siguientes triángulos rectángulos, agrupa los que son congruentes. Justifica tu solución.

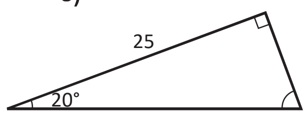
a)



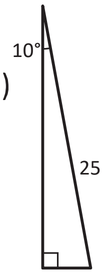
b)



c)



d)

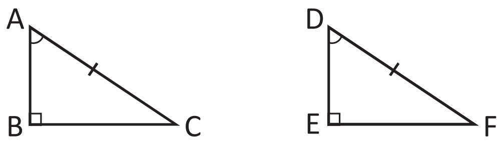


C

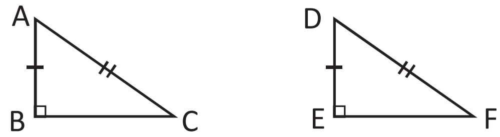
Criterios de congruencia de triángulos rectángulos

Dos triángulos rectángulos son congruentes si se satisface alguna de las siguientes condiciones:

1. La hipotenusa y un ángulo agudo son respectivamente de igual medida.

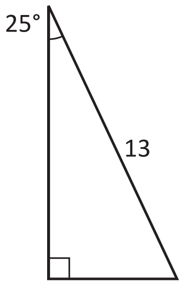


2. La hipotenusa y un cateto son respectivamente de igual medida.

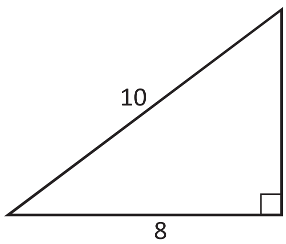


En los siguientes triángulos rectángulos, agrupa los que son congruentes. Justifica tu solución.

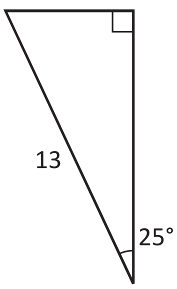
a)



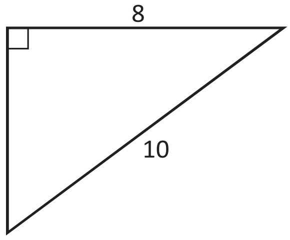
b)



c)



d)

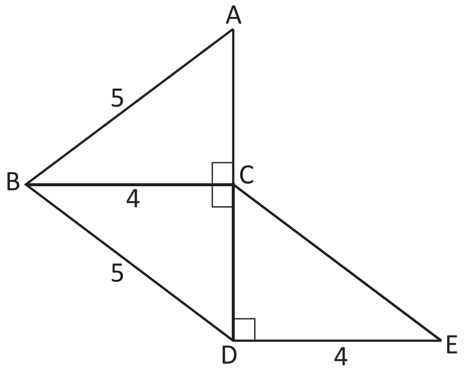


¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

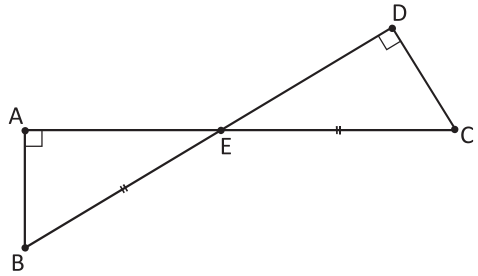
1.9 Condiciones necesarias y suficientes

R

1. En la figura, ¿con qué criterios puedes comprobar que los triángulos ΔABC, ΔDBC y ΔCED son congruentes?



2. En la figura, ¿qué criterios puedes utilizar para comprobar que el ΔABE y ΔDCE son congruentes?



C

Cuando se cumple la proposición "si A, entonces B", se dice que "A es suficiente para B" y que "B es necesaria para A".

Una condición es necesaria para otra si al no cumplirse, la otra tampoco se cumple.

En los siguientes enunciados, ¿cuáles de los literales de B son necesarios o suficientes para A?

A: En los isósceles ABC y DEF, se cumple que BC = EF.

a) B: La altura de los 2 triángulos mide lo mismo.

b) B: Los lados de los triángulos AB = DE y AC = DF son iguales.

c) B: Los triángulos ABC y DEF, son congruentes.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.10 Uso de las condiciones necesarias y suficientes

R

1. Escribe los dos criterios que se utilizan cuando dos triángulos rectángulos son congruentes entre sí. Elabora un ejemplo.

2. Determina si en los siguientes enunciados la condición A es necesaria y/o suficiente para B.

   En los ΔABC y ΔDEF

   A: $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

   B: $\sphericalangle A = \sphericalangle D$ y $\sphericalangle B = \sphericalangle E$

C

Una condición A es **necesaria y suficiente** para B, si A es tanto necesaria como suficiente para B.

Observa que la condición A es necesaria y suficiente para B, significa que se cumple la proposición "si A entonces B" y la recíproca "si B entonces A".

1. En las siguientes condiciones sobre triángulos, determina si la condición A es necesaria y suficiente para B.

a) A: rectángulo	B: tiene dos ángulos agudos
b) A: isósceles	B: mediatriz y bisectriz son iguales
c) A: equilátero	B: Tiene dos ángulos de igual medida

2. Elabora enunciados sobre condiciones necesarias y suficientes.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.11 Características de las bisectrices de un triángulo

R

En los siguientes enunciados, investiga si la condición A es necesaria, suficiente o necesaria y suficiente para la condición B.

a) A: Dos triángulos tienen sus tres lados respectivamente congruentes.
   B: Dos triángulos son congruentes.

b) A: Un triángulo es isósceles.
   B: La mediana correspondiente a la base del triángulo es la altura.

C

El punto "I" donde se interceptan dos bisectrices de un triángulo, se conoce como **incentro**. La distancia del incentro a cualquiera de los lados del triángulo es la misma (la distancia es la longitud del segmento trazado desde el punto "I" perpendicular a un lado del triángulo). Además, la tercera bisectriz también debe pasar por el punto "I", es decir, las 3 bisectrices se interceptan en el incentro.

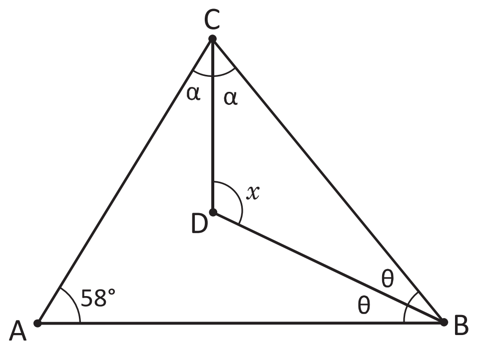
1. Con ayuda de una regla y un compás:

   a) Dibuja un triángulo cualquiera y etiqueta sus vértices con las letras A, B y C.

   b) Construye las tres bisectrices del triángulo.

   c) Comprueba sobre el triángulo construido que se cumple la siguiente propiedad: **"Los puntos de la bisectriz equidistan de los lados del ángulo"**.

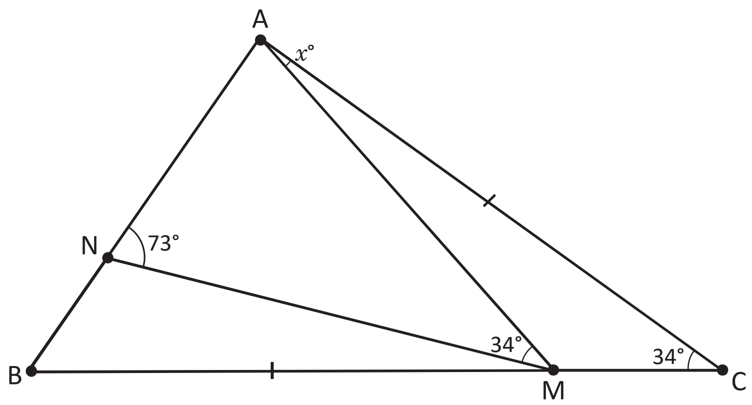
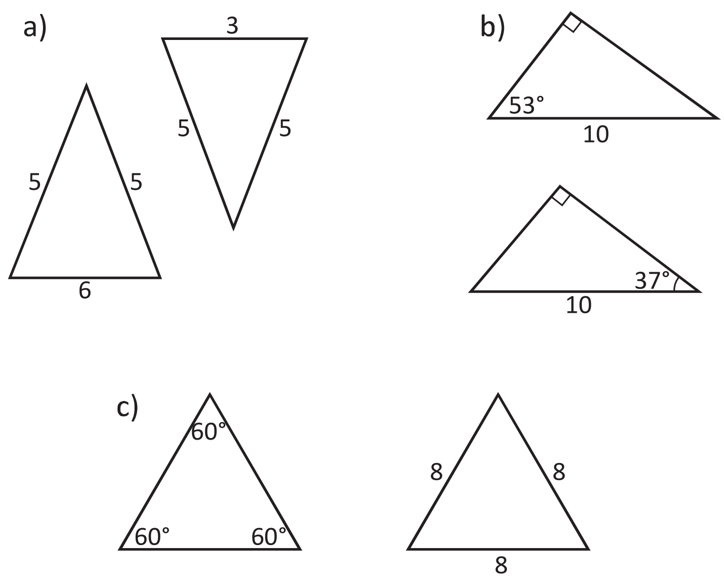
2. En un triángulo ABC, ∢A = 58°, ¿cuánto mide el ∢BDC, donde D es el el punto de intercepción de las bisectrices de los ángulos ∢B y ∢C?



¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.12 Autoevaluación de lo aprendido

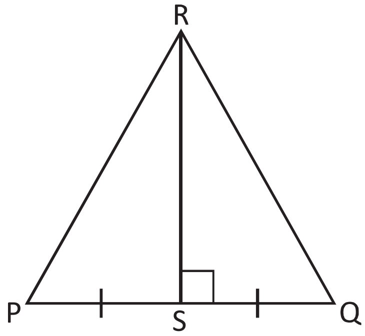
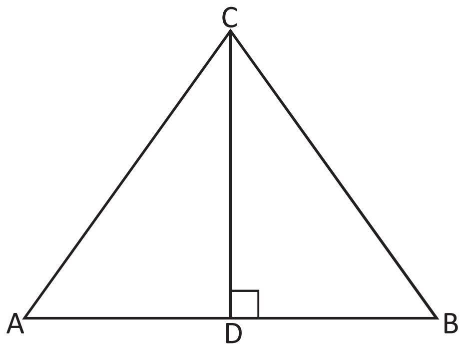
Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Utilizando los teoremas estudiados sobre triángulos, encuentro el ángulo x, si BM = AC. 				
2. Identifico los triángulos congruentes y justifico mi respuesta utilizando los teoremas de triángulos: 				
3. ¿En qué tipo de triángulo, al trazar cualquier bisectriz se forman dos triángulos congruentes?				

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.13 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

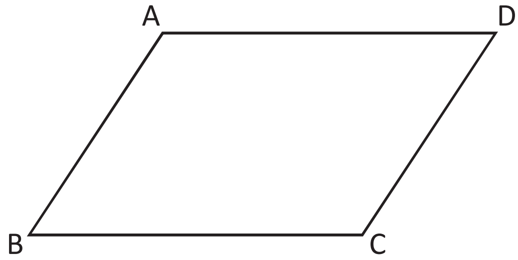
Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. En el triángulo ΔPQR, RS es altura y PS = SQ. ¿Bajo qué condiciones el ΔPQR es equilátero?  				
2. En el siguiente ΔABC, CD es la altura. ¿Qué condiciones nos permiten asegurar que los triángulos $\Delta DAC \cong \Delta DBC$?  				
3. En los siguientes enunciados, determina si la condición A es necesaria o suficiente para B: a) En dos triángulos rectángulos: A: Tienen un cateto respectivamente congruente. B: Los triángulos son congruentes. b) En dos triángulos rectángulos: A: Tienen la hipotenusa congruente. B: Los triángulos son congruentes.				
4. De los siguientes enunciados, identifica los recíprocos de cada uno de ellos y demuestra si se cumple. Proporciona un contraejemplo si no se cumple. a) En dos triángulos rectángulos, si tienen dos ángulos correspondientes congruentes, entonces son congruentes. b) En dos triángulos rectángulos, si son congruentes, tienen los lados correspondientes iguales.				

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

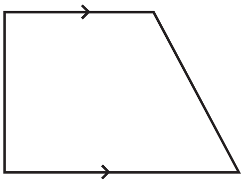
2.1 El paralelogramo

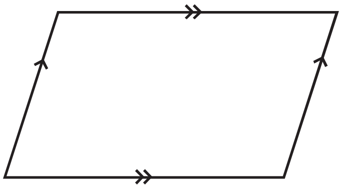
Un cuadrilátero que tiene dos pares de lados opuestos se llama **paralelogramo**.

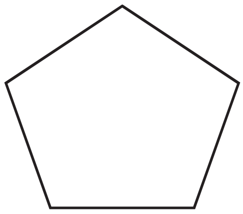
Recuerda que un rectángulo y un cuadrado también cumplen la condición de ser un paralelogramo.

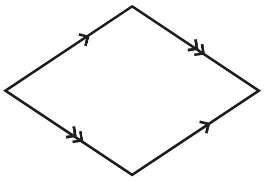


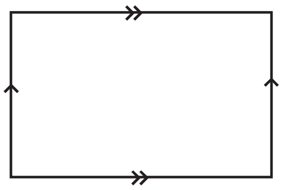
1. Identifica en las figuras, cuáles son paralelogramos y explica por qué lo son o por qué no lo son.

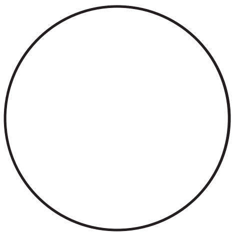
a) 

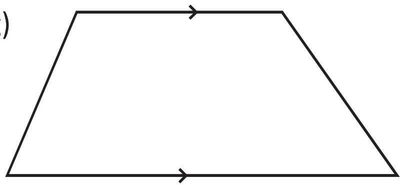
b) 

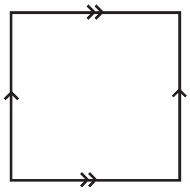
c) 

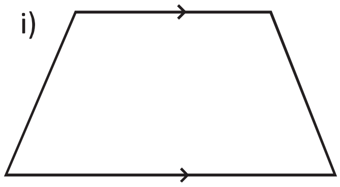
d) 

e) 

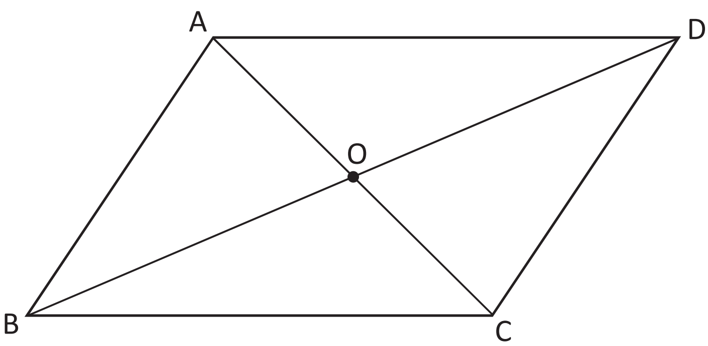
f) 

g) 

h) 

i) 

2. Si rotas 180° la figura que se muestra, con respecto al punto O como punto central, ¿qué sucede con las características del paralelogramo, se mantienen o cambian? Realiza la rotación y explica tu respuesta.



¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.2 Características de los paralelogramos

R Escribe ejemplos de paralelogramos que observes en el entorno y clasifica además si son cuadrados o rectángulos.

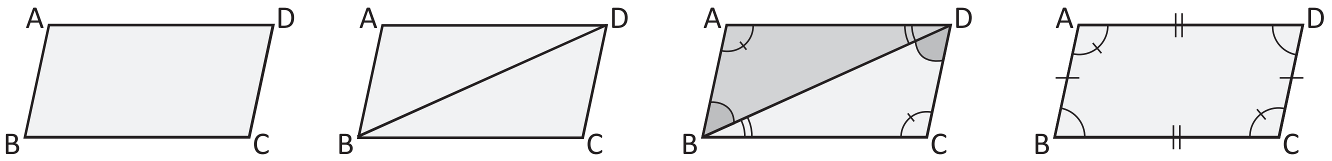
____

____

____

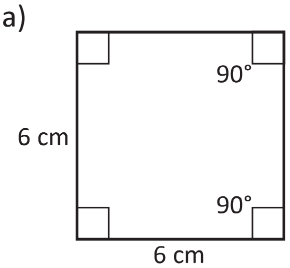
____

C En un paralelogramo se cumple que los lados y los ángulos opuestos son congruentes y los ángulos consecutivos son suplementarios.

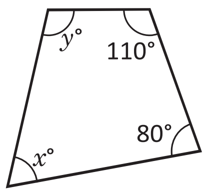


1. Dadas las figuras, explica si son paralelogramos caracterizando sus lados y ángulos, encuentra la medida de los lados y ángulos en el caso de ser paralelogramos.

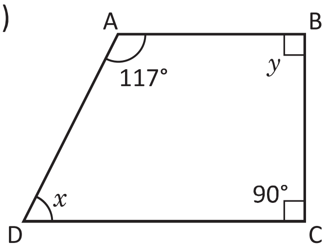
a)



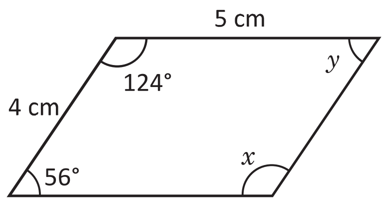
b)



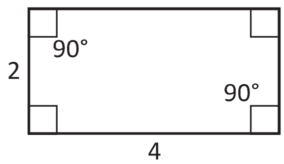
c)



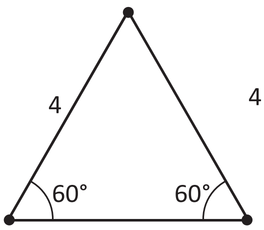
d)



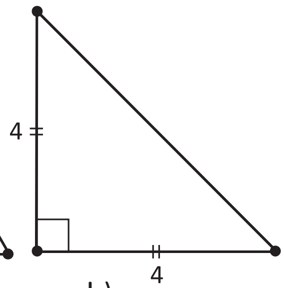
e)



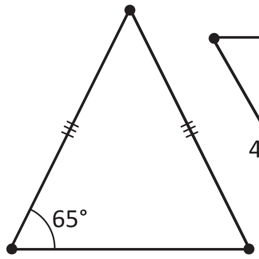
2. Dados los siguientes triángulos, selecciona las parejas de figuras que al unirlas forman paralelogramos y explica por qué son paralelogramos.



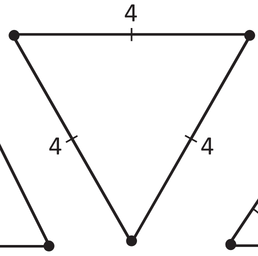
a)



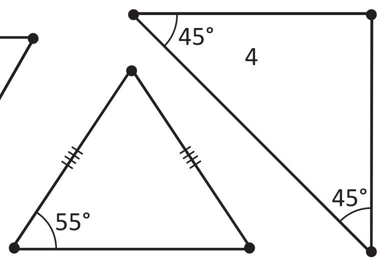
b)



c)



d)



e)

f)

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.3 Diagonales de un paralelogramo

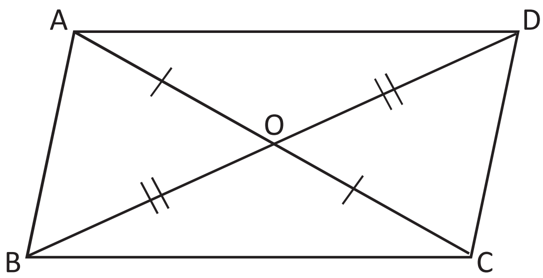
1. Escribe la definición de un paralelogramo:

____
____
____
____

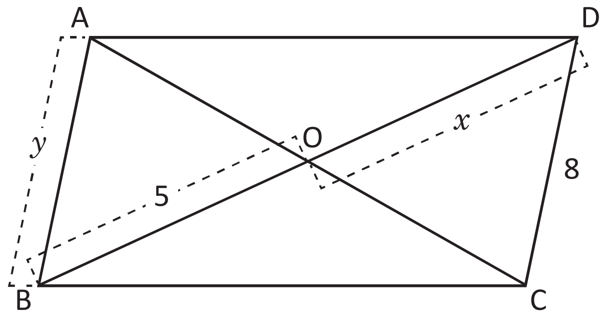
2. Menciona lo que se cumple cuando el cuadrilátero es un paralelogramo:

____
____
____
____

En un paralelogramo se cumple que las diagonales se intersectan en su punto medio.



1. En el paralelogramo ABCD, encuentra el valor de x y y dejando constancia del proceso de cálculo.



2. Demuestra que si las diagonales de un paralelogramo son bisectrices de los ángulos opuestos, el paralelogramo es un rombo; es decir los 4 lados son congruentes.

Utiliza la definición de rombo que aprendiste en Educación Básica.

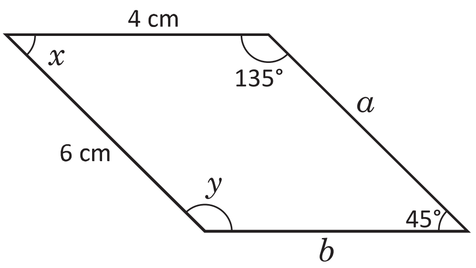
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

Unidad 6

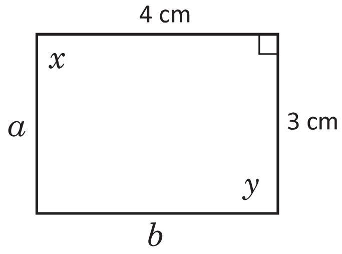
2.4 Condiciones de los lados de un cuadrilátero para que sea paralelogramo

1. Dados los siguientes paralelogramos, encuentra las medidas faltantes de los lados y los ángulos.

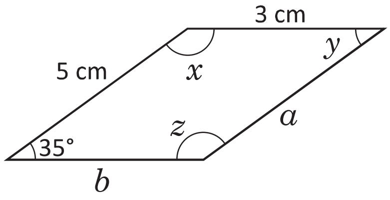
a)



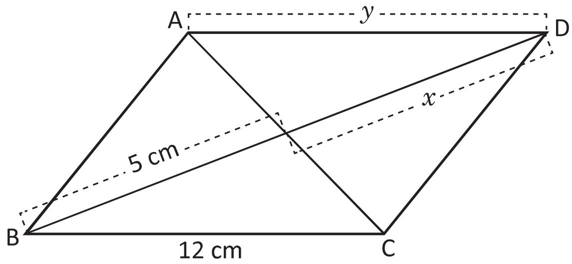
b)



c)



2. En el siguiente paralelogramo ABCD, encuentra el valor de x y y.

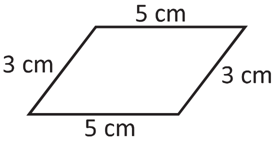


Si los lados opuestos de un cuadrilátero son de igual medida, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo. Este teorema es el recíproco de "En un paralelogramo, dos pares de lados opuestos son de igual medida".

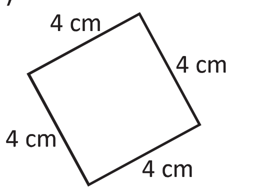
Observa que ser paralelogramo es una condición, necesaria y suficiente, para que un cuadrilátero tenga lados opuestos de igual medida.

1. En los siguientes cuadriláteros, describe los que son paralelogramos con base en la condición de paralelogramos.

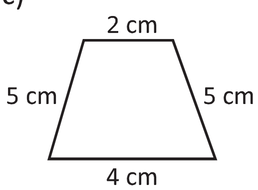
a)



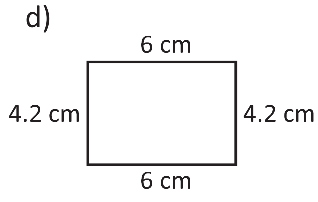
b)



c)



d)

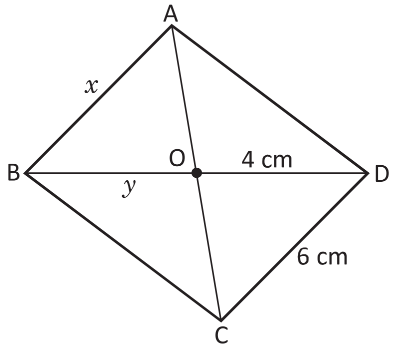


2. Dibuja un par de triángulos que al unirlos, formen paralelogramos y explica las características que cumplen al ser paralelogramos.

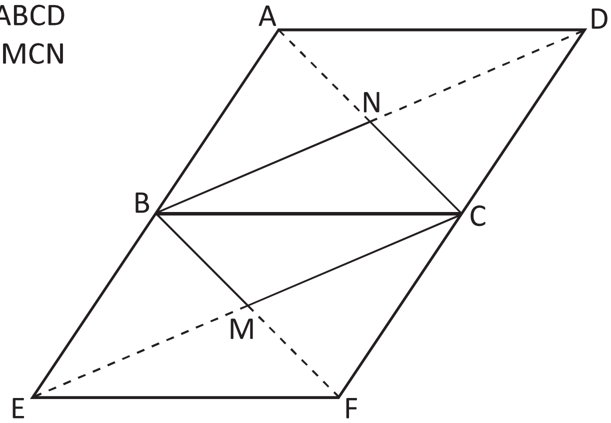
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.5 Condiciones de los ángulos de un cuadrilátero para que sea paralelogramo

1. La siguiente figura es un paralelogramo, encuentra la medida x y y utilizando los datos del gráfico.



2. Demuestra que en la figura, si los paralelogramos ABCD y BEFC son congruentes, entonces el cuadrilátero BMCN es un paralelogramo.

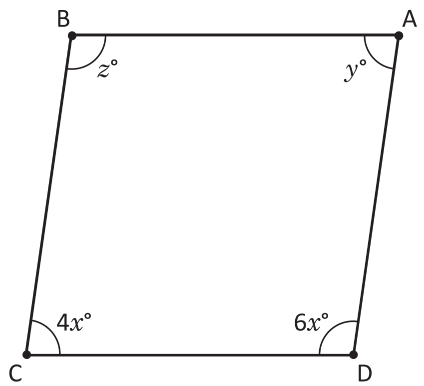


Si dos pares de ángulos opuestos son congruentes en un cuadrilátero, entonces es un paralelogramo. Este es el recíproco del teorema "En un paralelogramo dos pares de ángulos opuestos son congruentes".

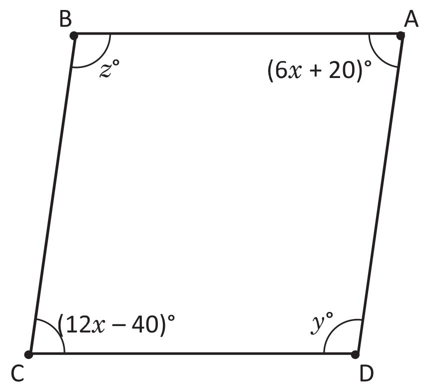
> Ser paralelogramo es una condición, necesaria y suficiente, para que un cuadrilátero tenga ángulos opuestos de igual medida.

1. Determina la medida de x, y y z de manera que el cuadrilátero sea paralelogramo.

a)



b)



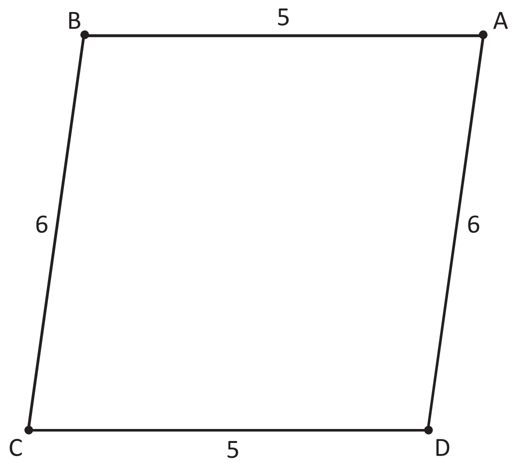
2. Los ángulos opuestos de un paralelogramo tienen por medida $(2x + 30)°$ y $(6x – 90)°$. Encuentra la medida (en grados) de cada uno de los ángulos del paralelogramo.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

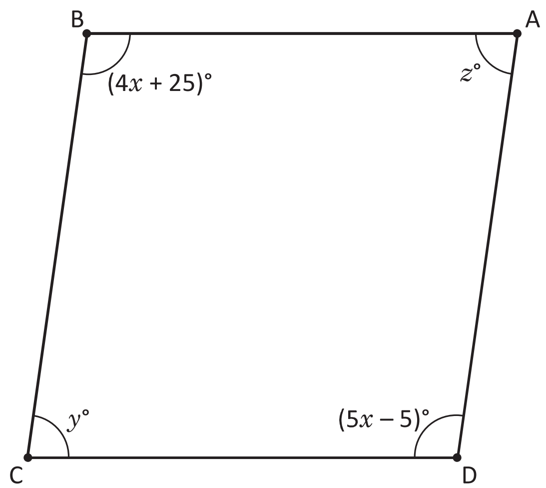
2.6 Condiciones suficientes para que un cuadrilátero sea paralelogramo

R

1. Determina por qué, el siguiente cuadrilátero es un paralelogramo.



2. Determina la medida de x, y y z de manera que el cuadrilátero sea paralelogramo.



C

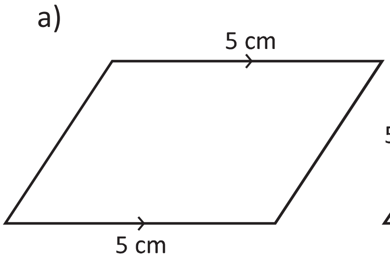
Cada una de las siguientes condiciones es necesaria y suficiente para que un cuadrilátero sea paralelogramo:

1. Dos pares de lados opuestos son paralelos.
2. Dos pares de lados opuestos son congruentes.
3. Dos pares de ángulos opuestos son congruentes.
4. Las diagonales se intersectan en su punto medio.
5. Dos lados opuestos son paralelos y congruentes.
6. Los ángulos consecutivos son suplementarios.

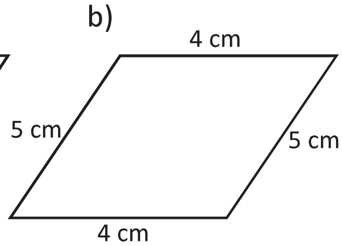
Donde el numeral 1 corresponde a la definición de paralelogramo.

1. Explica por qué se puede garantizar que los siguientes cuadriláteros son paralelogramos.

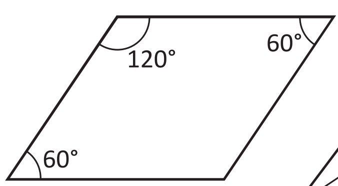
a)



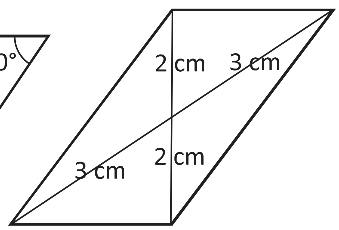
b)



c)



d)



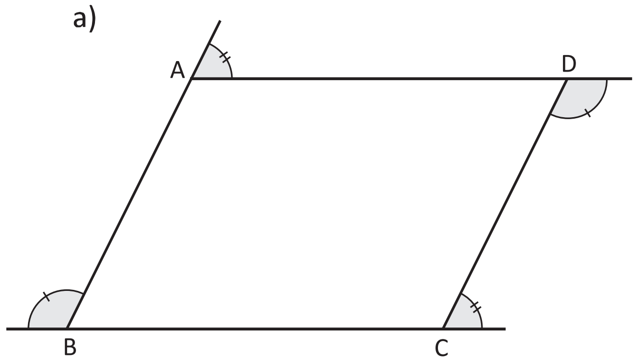
2. Dos ángulos opuestos de un cuadrilátero tienen por medida $(x + 40)°$ y $(3x - 20)°$. Encuentra la medida (en grados) de cada uno de los ángulos para que sea paralelogramo.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

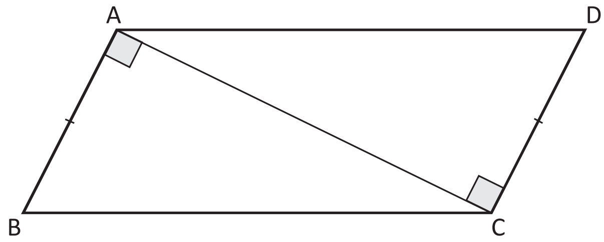
2.7 Características del rectángulo y el rombo

R Explica por qué ABCD es un paralelogramo en cada una de las figuras:

a)

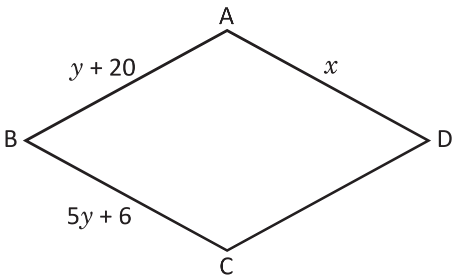


b)

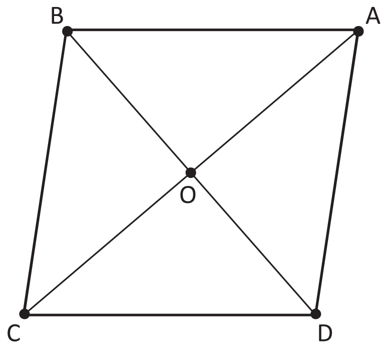


C Por sus lados y ángulos, los rombos y rectángulos son respectivamente paralelogramos.

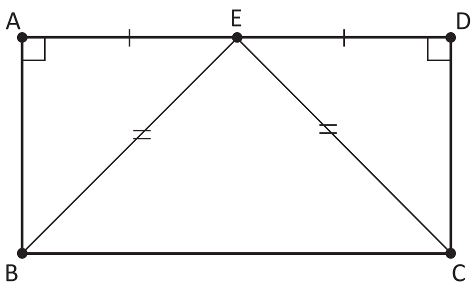
1. El cuadrilátero ABCD es un rombo. Calcula los valores de x y y para la figura:



2. Demuestra que las diagonales de un rombo son bisectrices de los ángulos correspondientes, sabiendo que AC y BD son diagonales que se intersectan en un punto O. (Hay que demostrar que AC es bisectriz de ∢A y ∢C y BD es bisectriz de ∢B y ∢D).



3. En el rectángulo ABCD, BE = CE:
   Demuestra que AE = DE. (Sugerencia: demuestra que ΔAEB ≅ ΔDEC).



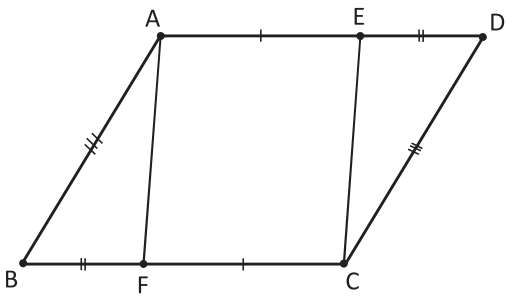
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

Unidad 6

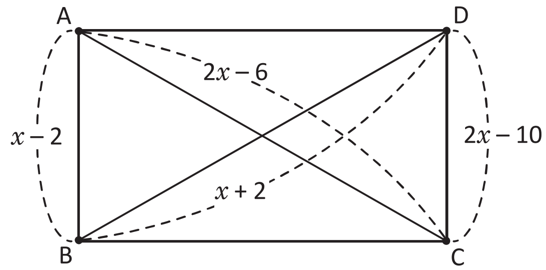
2.8 Aplicación de las características de las diagonales de un rectángulo

R

1. Explica por qué el cuadrilátero ABCD es un paralelogramo.



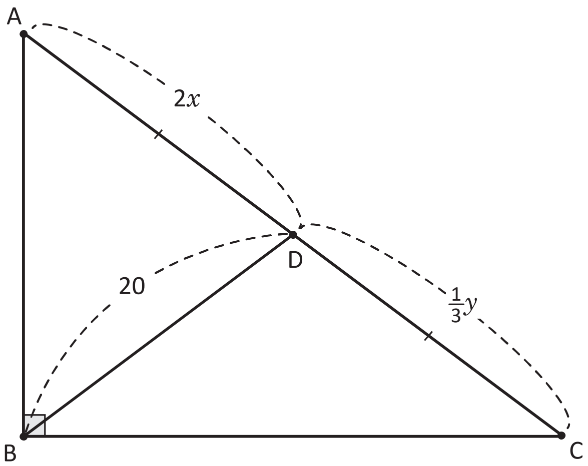
2. ABCD es un paralelogramo con las medidas AB = $x - 2$, CD = $2x - 10$, AC = $2x - 6$ y BD = $x + 2$. Demuestra que ABCD es un rectángulo.



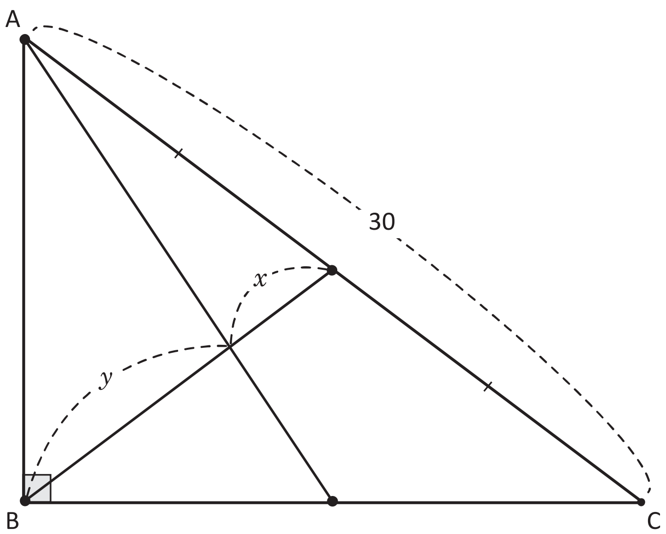
C

En todo triángulo rectángulo, la longitud del segmento que une el vértice opuesto a la hipotenusa con el punto medio de esta, es congruente a la mitad de la longitud de la hipotenusa.

1. Encuentra x y y en el siguiente triángulo rectángulo, explica el proceso y la propiedad que utilizas para encontrar la respuesta.



2. Encuentra el valor de x y y en el siguiente triángulo rectángulo, sabiendo que $x = \frac{1}{3}(x + y)$.

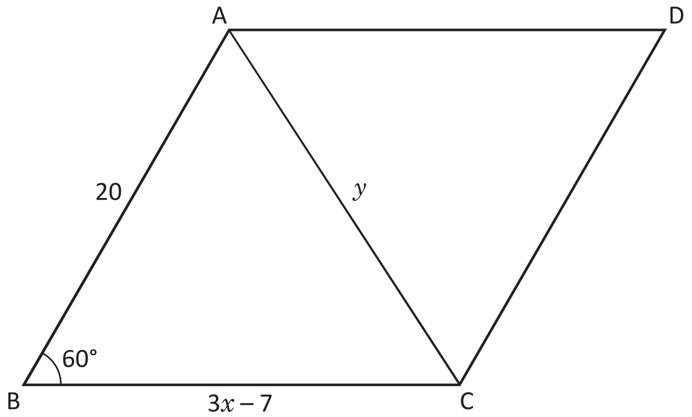


¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

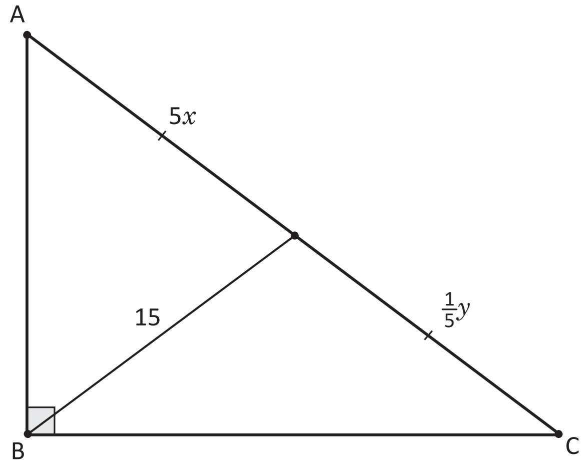
2.9 Recíproco de características de rectángulos

R

1. El cuadrilátero ABCD es un rombo. Calcula los valores de x y y indicados:

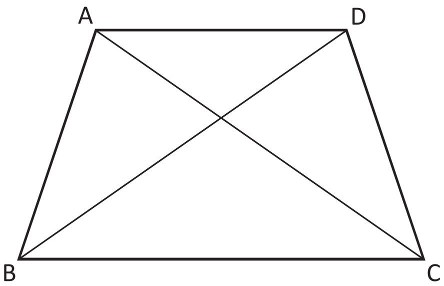


2. En el siguiente triángulo rectángulo, encuentra el valor de x y y.



C

El recíproco de "en un rectángulo las diagonales son iguales", es decir, "si las diagonales de un cuadrilátero son iguales, entonces es un rectángulo", no se cumple, por el contraejemplo de un trapecio isósceles, no es un paralelogramo, pero sus diagonales son iguales.



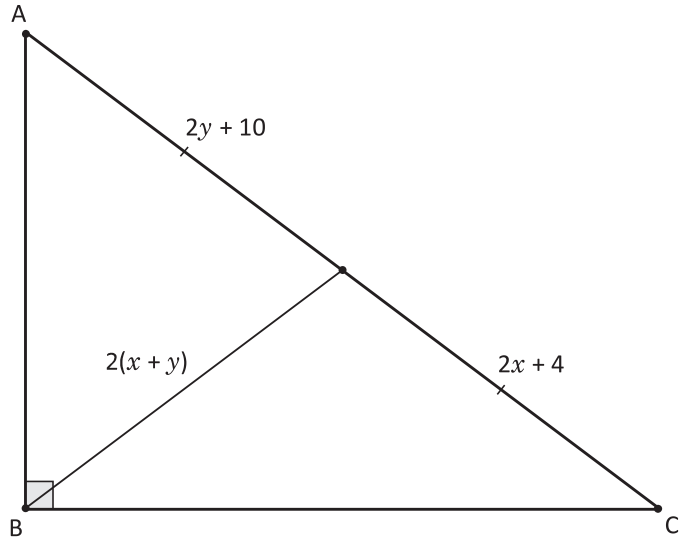
Encuentra el recíproco de los siguientes enunciados. Si no se cumple, proporciona un contraejemplo.

a) Todo rectángulo es un paralelogramo.
b) El rectángulo es un paralelogramo con ángulos iguales.
c) El rombo es un paralelogramo equilátero.
d) El cuadrado es rectángulo y rombo a la vez.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.10 Relación entre líneas paralelas y áreas

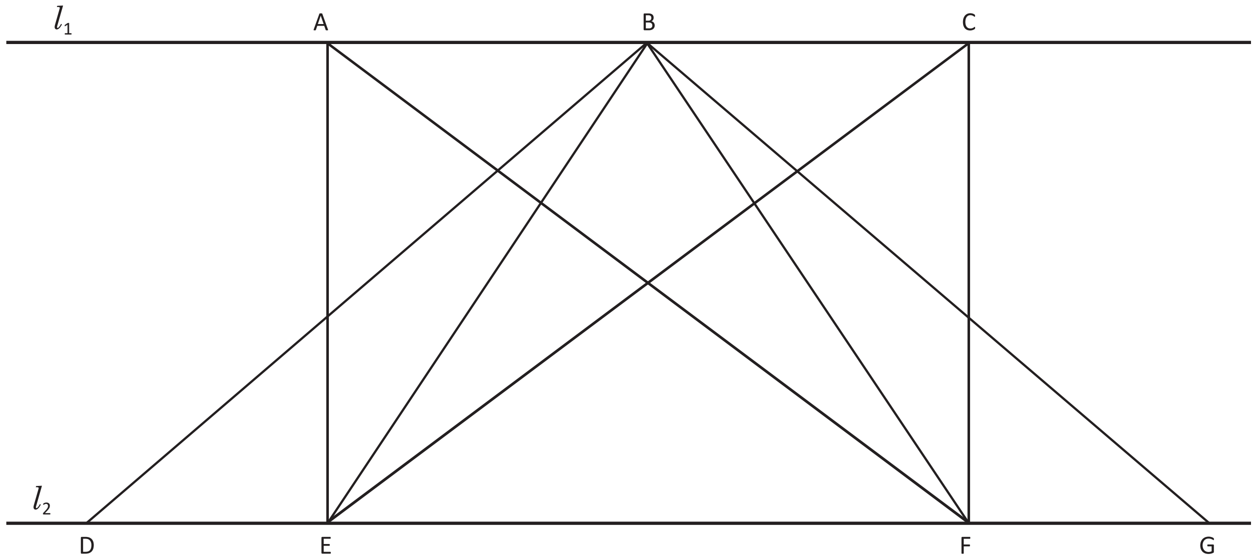
1. En el siguiente triángulo rectángulo, encuentra el valor de x y y.



2. Encuentra el recíproco del siguiente enunciado y si no se cumple, proporciona un ejemplo:
   "Las diagonales del paralelogramo bisecan los ángulos opuestos".

Cuando se tienen dos rectas paralelas, los segmentos perpendiculares trazados de una recta a otra tienen igual longitud.

1. En la siguiente figura, las rectas $l_1 \parallel l_2$ y los segmentos de recta forman triángulos. Identifica cuál de los siguientes triángulos tiene la misma área. Argumenta tu respuesta.



2. Dibuja un par de figuras planas entre paralelas, de tal forma que sus áreas sean iguales.

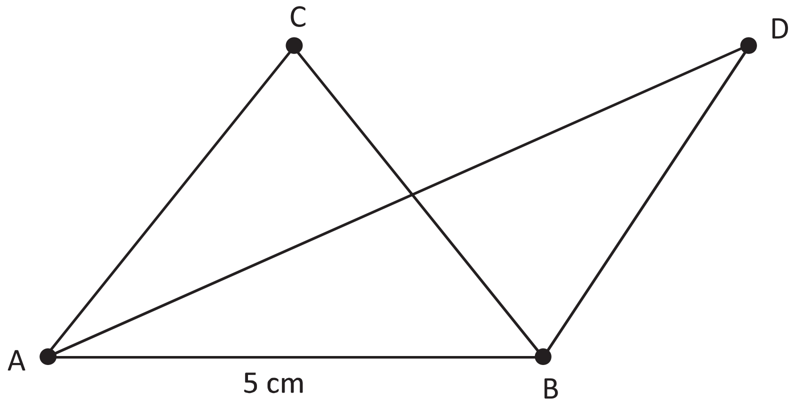
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.11 Aplicación de la relación entre líneas paralelas y áreas

R

1. Encuentra el recíproco del siguiente enunciado y si no se cumple, proporciona un ejemplo: "En un rectángulo, sus ángulos son rectos".

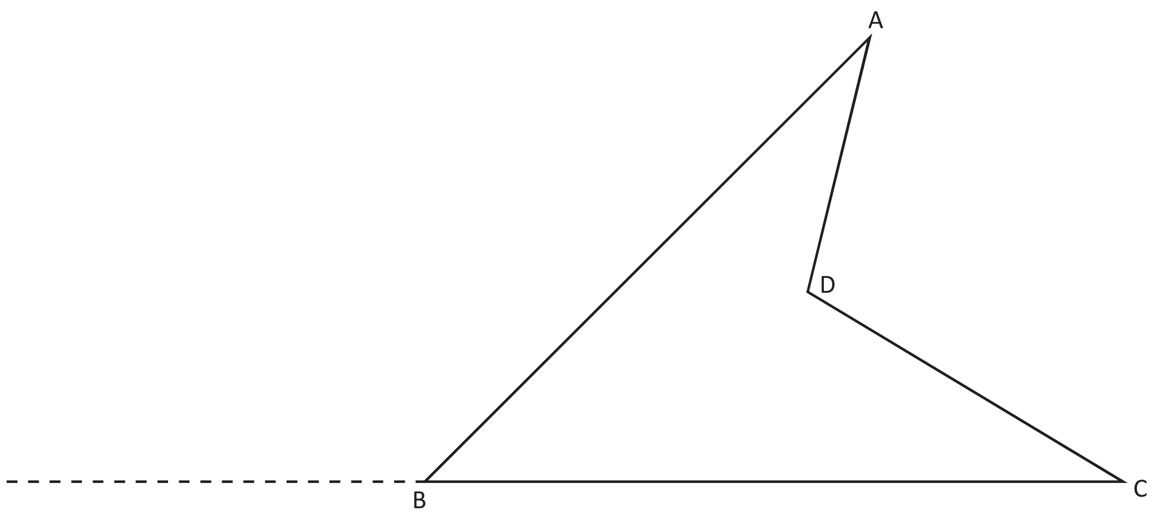
2. En la siguiente figura, AB ∥ CD y la altura del ΔABC es 3 cm. Determina el área del ΔABD.



C

Los triángulos con base común tienen igual área si la recta que une los vértices opuestos a la base, es paralela a la base.

En la siguiente figura, en la prolongación del segmento BC, ubica un punto E de manera que el cuadrilátero ABCD y el triángulo DEC tenga la misma área.

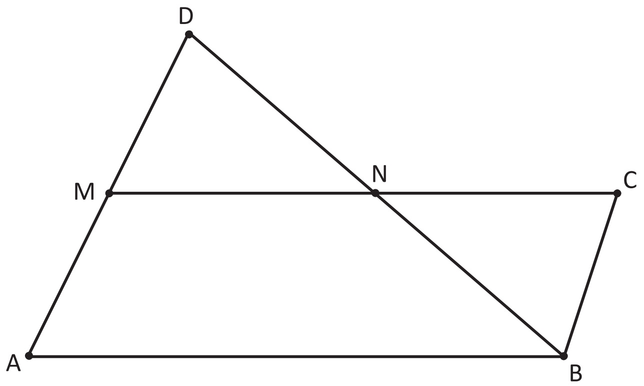
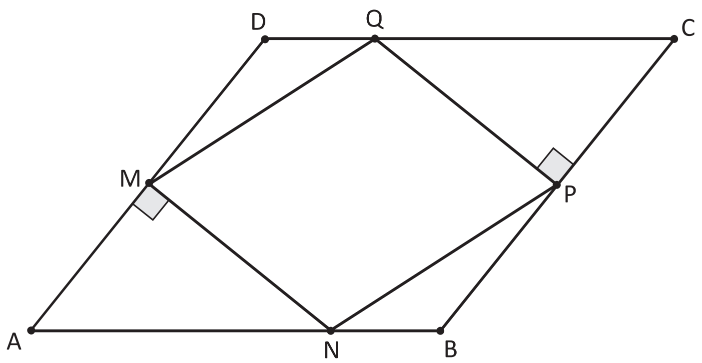
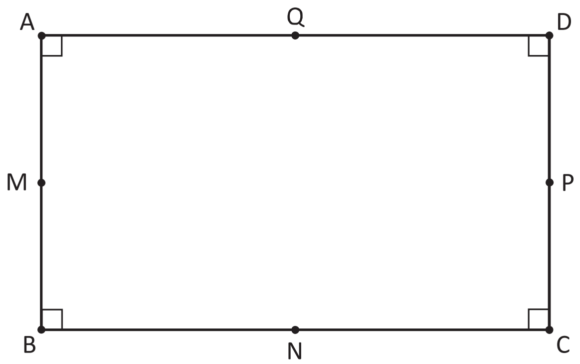


¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

Unidad 6

2.12 Autoevaluación de lo aprendido

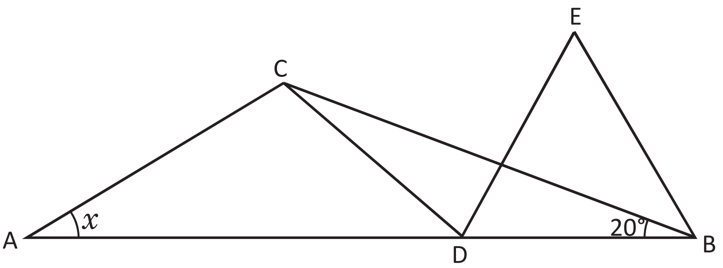
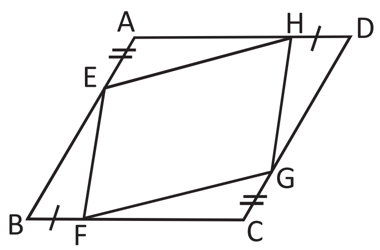
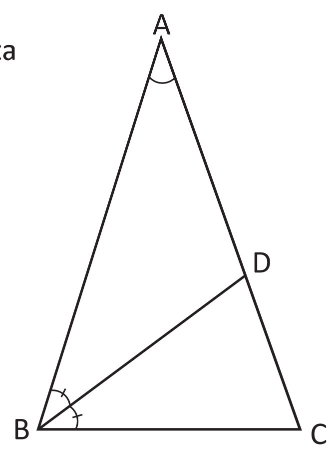
Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Siempre	Casi siempre	Casi nunca	Nunca
1. En el triángulo ABD con M, punto medio de AD y N, punto medio de DB, M, N y C puntos de una misma recta, MN = NC, demuestro que ABCM es un paralelogramo. 				
2. En la figura, ABCD es paralelogramo, M es punto medio de AD, P es un punto medio de CB y MN ⊥ AD, PQ ⊥ BC. Demuestro que MNPQ es un paralelogramo. 				
3. En el rectángulo ABCD, M, N, P, Q, son los puntos medios de AB, BC, CD, CA. Demuestro que MNPQ es un rombo. 				

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.13 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Siempre	Casi siempre	Casi nunca	Nunca
1. En la figura AD = BC, BD = CD y el ΔDBE es equilátero, determino el valor de x. Utilizando la definición de triángulos y los criterios de congruencia de triángulos.  				
2. Si se toman 4 puntos E, F, G y H en los cuatro lados AB, BC, CD y DA del paralelogramo ABCD respectivamente, de modo que AE = CG y BF = DH. Demuestro que el cuadrilátero EFGH es un paralelogramo.  				
3. En el ΔABC, AB = AC y $\sphericalangle CAB = 36°$. DB es la bisectriz del $\sphericalangle ABC$ que corta el lado AC en el punto D. Demuestro que BC = BD = DA.  				

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

Problemas de aplicación

Los triángulos y el diseño arquitectónico

Los triángulos son herramientas eficaces para la arquitectura y se utilizan en el diseño de los edificios y otras estructuras, ya que proporcionan resistencia y estabilidad. Cuando se utilizan materiales de construcción para formar un triángulo, el diseño tiene una gran base y el pináculo de la parte superior es capaz de administrar el peso porque la energía se distribuye a través de todo el triángulo. En la actualidad existen muchas estructuras formadas a base de triángulos unidos entre sí.

Observa la fotografía y realiza lo siguiente:

a) ¿Qué tipos de figuras planas han utilizado en la estrucura de este templo?

b) Caracteriza los triángulos que se observan en la estructura del templo.

c) En nuestro país, ¿haz observado edificios donde se evidencie el uso de triángulos en su estructura?, ¿cuáles?

Templo del distrito de Santiago de Surco de la provincia de Lima, Perú

Estilos Arquitectónicos

La arquitectura es un arte que tiene estilos muy variados. Hay muchísimos, pero se mencionará uno de los estilos más importantes el Clasicismo. En nuestro país el Clasicismo floreció entre 1750 y 1830, y se le conoce como Neoclasicismo para distinguirlo de la arquitectura clásica de la antigua Roma del Renacimiento.

Este período se caracteriza por la grandilocuencia de escala, la geometría organizacional muy estricta, la simplicidad de las formas geométricas, el uso de detalles greco-romanos, el uso dramático de las columnas para articular los espacios interiores y una preferencia por las paredes desnudas de ornamentación y el contraste de volúmenes formales y texturas.

En el país un edificio neoclásico es el Palacio Nacional, el cual ha sido considerado un monumento arquitectónico de mucha importancia.

Observa la fotografía y realiza lo siguiente:

a) Enlista las figuras planas que se visualizan en el exterior del Palacio Nacional.

b) ¿Qué tipo de triángulos se observan? y ¿qué relación hay entre todos los triángulos?

Palacio Nacional, San Salvador, El Salvador

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?