

Solucionario

En la siguiente sección se presentan las soluciones de todos los ítems, separados por unidad, número de página y número de clase, en algunos casos se detallan solo las respuestas y en otros se escribe también un procedimiento posible para llegar a ella. Además, se utilizan los siguientes símbolos:

 Se plantea la solución de los ítems que corresponden a una o dos clases anteriores.

 Se plantea la solución de los ítems correspondientes a la clase del día.

Unidad 1

Página 2, Clase 1.1



- a) C: 4, V: t b) C: -8, V: z
 c) C: -10, V: x, y
- a) $7b, -8$ b) $-2x, 7y, 1$
 c) $6xy, 4y, -3$
- a) 27 b) -10 c) -1 d) -6
- a) $8a + 20$ b) $18n - 6$
 c) $-8m + 28$ d) $-9t + 45$
- a) $3t + 10$ b) $4y - 6$
 c) $-4x - 14$ d) $8b - 2$
- a) $16a - 47$ b) $-45x - 23$

Página 3, Clase 1.2



- a) $-4x, 6y$ b) $-2t, -6z, -1$
 c) $-3a^3, \frac{3}{5}w, \frac{3}{4}$ d) $-4ab^2, ab$
- a) 4 b) 2 c) 6 d) 6
- a) 1 b) 3
 c) 2 d) 3
 e) 5 f) 3
 g) 4 h) 4

Página 4, Clase 1.3



- a) $a, -5x$ b) $2b, -t, -8$
 c) $-3s^3, \frac{5}{8}s, \frac{2}{3}$ d) $3x^2y^2, -xy^2$
- a) 1 b) 2
 c) 3 d) 2



- a) $7x$ b) $2y + 9a$
 c) $14t - 13s$ d) $-4b^3 + 5b^2$
 e) $-10x^2 + 6x$ f) $-2w^2 + 12$
 g) $-\frac{7}{6}a + \frac{3}{5}ab$ h) $\frac{13}{5}z^2 - \frac{9}{2}z$
- El procedimiento no es correcto porque en la última operación realizada, se reducen términos que no son semejantes, el resultado final debe ser $-3a^2 + 11a$.

Página 5, Clase 1.4



- a) 1 b) 2
 c) 4 d) 3
- a) $-4b$ b) $14x - 7y$
 c) $5t^2 + 6t$ d) $-s + st$



- a) $3s + 9t$ b) $7x + 12y$
 c) $4a + b$ d) $7z$
 e) $7yz - 5y$ f) $st + 5s$
 g) $-7m + 12$ h) $-3x^2 + 9x$
 i) $-2m$ j) $9a - 5b + 15$
 k) $-3mn - n - 12$
 l) $-8y^2 + 10y + 3$

Página 6, Clase 1.5



- a) $5x$ b) $-t + 3s$
 c) $-3t^2 + 3t$ d) $-a + \frac{19}{12}ab$
- a) $2a + 11b$ b) $7x - 7y$
 c) $-3st + 3t$ d) $4a^2 - 5a + 16$



- a) $15a + 10b$ b) $-8s + 20t$
 c) $-2x - 14y + 10$
 d) $6m - 18n - 12$ e) $x - 2y$
 f) $-35a^2 + 19a$ g) $-\frac{1}{4}t^2 + \frac{1}{5}t$
 h) $a - 5b - 9$

Página 7, Clase 1.6



- a) $-m + 7n$ b) $10t + 2u$
 c) $-2yz - 2z$
- a) $24a - 36b$ b) $-10m - 16$
 c) $48t^2 - 3t$ d) $2a - 7b - 9$



- a) $5b - 3y$ b) $-3n - 8$
 c) $-4st + 15t$ d) $5a^2 - 3a$
 e) $6x^2 - 9x + 2$ f) $-8m - 18n - 3$

- g) $-3m + 7n - 2$ h) $-9x + 6y + 14$
 i) $8x + 12y + 6$

Página 8, Clase 1.7



- a) $-24x - 8$ b) $-24a - 18b + 12$
 c) $-16n^2 - 5n$ d) $7a - 9b - 3$
- a) $3x - 7z$ b) $-3mn + 5m$
 c) $2b^2 + 9b - 4$ d) $4m - 2n + 9$



$$1. a) \frac{2a-3b}{10} + \frac{-2a+b}{5}$$

$$= \frac{2a-3b-4a+2b}{10} = \frac{-2a-b}{10}$$

$$b) \frac{2s+11t}{15} \quad c) \frac{53m+27n}{18}$$

$$d) \frac{-5v-3w}{12} \quad e) \frac{8a-2b}{3}$$

$$f) \frac{x-3y}{7}$$

$$2. \text{Perímetro} = 3x + 4x + x + \frac{1}{2}x +$$

$$x + 2x + (a + \frac{3}{2}a)$$

$$\text{Perímetro} = \frac{23}{2}x + \frac{5}{2}a$$

Al sustituir el valor de x y a , se obtiene que, Perímetro = 51.

Página 10, Clase 1.9



- a) $35rt$ b) $-63xy$
 c) $40mn$ d) $50a^4$
 e) $-27t^4$ f) $-64x^3$
 g) $48y^3z^3$ h) $45s^4t$

2. Porque los exponentes no se sumaron.

Página 11, Clase 1.10



1. a) $36ab$ b) $-15st$
 c) $56xy$ d) $28a^5$
 e) $-24y^3$ f) $81a^4$
 g) $36a^3b^2$ h) $28y^6w$



- a) $8s$ b) $-7b^3$
 c) $\frac{3}{2}x^2$ d) $-\frac{4}{5}yz$
 e) $\frac{15}{2}a$ f) $\frac{21}{b}$
 g) $-2st^2$ h) $-\frac{5}{12}x^3$

Página 12, Clase 1.11



1. a) $56xy$ b) $25at$
 c) $-49y^2$ d) $-125z^3$
 e) $30a^4b$
2. a) $3y$ b) $\frac{4}{3}ab^2$
 c) $42st$ d) $-\frac{3}{5}t$



- a) $2t$
 b) $15ab \div 4b^2 \times (-6b^3)$
 $= 15ab \times \frac{1}{4b^2} \times (-6b^3) = -\frac{45}{2}ab^2$
 c) x^3y^2 d) $-mn$
 e) $3z$ f) $\frac{c^3}{4b}$
 g) $10y^2$ h) $12a^4b$
 i) mn^3 j) $2x$
 k) a^2 l) $-\frac{2}{9}t^2$

Página 13, Clase 1.12



1. a) $2a$ b) $-\frac{4}{3}yz$
 c) $-12n^2$ d) $-\frac{6}{5}y$

2. a) $3x$ b) m
 c) $-\frac{2x^2}{w}$ d) $8x^3y$



1. a) $-s + 4t = -7 + 4(-2) = -15$
 b) 21 c) -30
 2.

	$m^2 - n$	$-mn$	$(-m)^2 + 5$
$m = 2,$ $n = -3$	7	6	9
$m = 5,$ $n = 6$	19	-30	30

3. El literal b)

Página 15, Clase 2.1



1. a) $5(5 + 2) = 5(7) = 35$
 b) 225 c) 275 d) 150
2. $(n - 4) + (n - 3) + (n - 2) +$
 $(n - 1) + n = 5n - 10 = 5(n - 2)$
3. Los tres números son:
 $(n - 1), n, (n + 1)$, entonces,
 $(n - 1) + n + (n + 1) = 3n$.

Página 16, Clase 2.2



1. a) $5(17 + 2) = 5(19) = 95$
 b) 290 c) 350 d) 195
2. $(n - 1), n, (n + 1), (n + 2), (n + 3)$
 Suma: $5n + 5 = 5(n + 1)$



1. a) $11(4 + 5) = 11(9) = 99$
 b) 55 c) 88 d) 22

2. No es posible, ver contraejemplo:
 $235 + 532 = 767 = 11 \times 69 + 8$, no
 es múltiplo de 11.

3. El número de cifras debe ser par.
 Se puede verificar como en el caso
 de dos cifras.

Página 17, Clase 2.3



1. $(n - 3) + (n - 2) + (n - 1) + n +$
 $(n + 1) = 5n - 5 = 5(n - 1)$
2. $(100\,000u + 10\,000v + 1\,000w$
 $+ 100x + 10y + z) + (100\,000z +$
 $10\,000y + 1\,000x + 100w + 10v +$
 $u)$
 $= (100\,001u + 10\,010v + 1\,100w +$
 $1100x + 10\,010y + 100\,001z)$
 $= (11 \times 9091u + 11 \times 910v + 11 \times$
 $100w + 11 \times 100x + 11 \times 910y +$
 $11 \times 9091z)$
 $= 11(9091u + 910v + 100w +$
 $100x + 910y + 9091z)$



1. Para $8 + 10 + 16 + 22 + 24$
 a) n el número mayor
 $8 + 10 + 16 + 22 + 24$
 $(n - 16) + (n - 14) + (n - 8) +$
 $(n - 2) + n$
 $= 5n - 40 = 5(n - 8)$
 b) n el número menor: $5(n + 8)$
2. Para $3 + 11 + 19$
 a) n el número del centro: $3n$
 b) n el número mayor: $3(n - 8)$

Página 18, Clase 2.4



1. Sea el número $10a + b$, el invertido
 es $10b + a$.
 $(10a + b) + (10b + a) = 11a + 11b$
 $= 11(a + b)$

Unidad 2

2. $9 + 15 + 21$

$$(n - 6) + (n) + (n + 6) = 3n$$

Suma: $3n$



1. a) $2a - 8b = 12$, despejando
 $a = 4b + 6$, al sustituir el valor
de $b = 5$, se obtiene $a = 26$

b) $x = -1.2y + 7$, $x = 1$

c) $x = \frac{21}{r}$, $t = 7$

2. El carro alcanza a la moto cuando recorren igual distancia, entonces: $x = y$ y sea t el tiempo que se conduce a 100km/h.

$$x = 80 \text{ km/h} \times 2 \text{ h} = 160 \text{ km}$$

$$y = 100 \text{ km/h} \times t \text{ h} = 160 \text{ km}$$

Al sustituir las expresiones equivalentes en la igualdad $x = y$, se tiene: $160 \text{ km} = 100 \text{ km/h} \times t \text{ h}$, de donde se concluye que $t = \frac{8}{5}$ h; es decir una hora y 36 minutos.

3. a) $M(t) = t^2 - 5t + 35$

$$M(18) = (18)^2 - 5(18) + 35 = 269$$

b) $M(20) = (20)^2 - 5(20) + 35 = 335$

Página 24, Clase 1.1



1. a) $x = 2$ b) $x = 2$ c) $x = \frac{5}{2}$
d) $x = 5$ e) $x = 3$ f) $x = 2$
g) $x = -3$ h) $x = 6$ i) $x = 3$

2. Dos soluciones:

a) $0.7x + 1.2 = 0.3x + 2.8$

$$0.7x - 0.3x = 2.8 - 1.2$$

$$0.4x = 1.6$$

$$x = 4$$

a) $0.7x + 1.2 = 0.3x + 2.8$

$$7x + 12 = 3x + 28$$

$$7x - 3x = 28 - 12$$

$$4x = 16$$

$$x = 4$$

Cualquiera de las dos formas es válida.

b) $x = -2$ c) $x = 2$ d) $x = \frac{1}{2}$

3. Dos soluciones:

a) $\frac{1}{3}x - 2 = \frac{1}{6}x$

$$\frac{1}{3}x - \frac{1}{6}x = 2$$

$$\frac{1}{6}x = 2$$

$$x = 12$$

a) $\frac{1}{3}x - 2 = \frac{1}{6}x$

$$2x - 12 = x$$

$$2x - x = 12$$

$$x = 12$$

Cualquiera de las dos formas es válida.

b) $x = 5$ c) $x = -5$ d) $x = -\frac{14}{5}$

e) $x = -\frac{17}{4}$ f) $x = -\frac{21}{8}$

Página 25, Clase 1.2



1. a) $x = 1$ b) $x = 3$

c) $x = -3$ d) $x = -5$

2. a) $x = -4$ b) $x = -7$



1. x , precio de la computadora
 $x = \$954.00$.

2. x , lo que recibirá el segundo hermano, $x = \$300$, el primero recibirá $\$900$ y el tercero $\$1,800$.

3. $25x + 75 = 125x$, Ana tarda $\frac{3}{4}$ de hora para alcanzar a Carlos; es decir, 45 minutos.

4. Se debe sumar 30, tanto al numerador como al denominador.

5. El número mayor es 78.

Página 26, Clase 1.3



1. a) $x = 4$ b) $x = 5$ c) $x = -12$

2. Los lados iguales miden 17 cm y la base 20 cm.



1. $\begin{cases} x + y = 9 \\ 2x + 5y = 30 \end{cases}$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
$x + y$	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
$2x + 5y$	45	42	39	36	33	30	27	24	21	18

2. $\begin{cases} x + y = 9 \\ 2x + 3y = 22 \end{cases}$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
$x + y$	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
$2x + 3y$	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18

Página 27, Clase 1.4



1. $x = 12$, $AB = 65$, $P = 260$.

$$2. \begin{cases} x + y = 7 \\ 2x + 3y = 16 \end{cases}$$

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	7	6	5	4	3	2	1	0
x+y	7	7	7	7	7	7	7	7
2x+3y	21	20	19	18	18	16	15	14



1. El literal b), $x = 3, y = 2$

2. El literal b)

Página 28, Clase 1.5



$$1. \begin{cases} 2x + 3y = 21 \\ x + y = 8 \end{cases}$$

x	1	2	3	4	5	6	7
y	7	6	5	4	3	2	1
2x+3y	23	22	21	20	19	18	17
x+y	8	8	8	8	8	8	8

2. El literal b), $x = 3, y = 2$

3. El literal c)



$$\begin{aligned} \text{a) } x = 4, y = 2 & \quad \text{b) } x = 7, y = 5 \\ \text{c) } x = 14, y = -4 \end{aligned}$$

Página 29, Clase 1.6



1. El literal a), $x = \frac{1}{4}, y = \frac{3}{4}$

2. El literal c)

3. a) $x = -4, y = 2$ b) $x = 2, y = 3$



$$\begin{aligned} \text{a) } x = -1, y = 2 & \quad \text{b) } x = 1, y = \frac{1}{3} \\ \text{c) } x = 6, y = 2 \end{aligned}$$

Página 30, Clase 1.7



$$\begin{aligned} 1. \text{ a) } x = \frac{1}{3}, y = 1 & \quad \text{b) } x = -1, y = -1 \\ 2. \text{ a) } x = 1, y = 3 & \quad \text{b) } x = \frac{1}{2}, y = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{a) } x = \frac{1}{4}, y = -\frac{7}{4} & \quad \text{b) } x = -2, y = 1 \\ \text{c) } x = 3, y = 2 \end{aligned}$$

Página 31, Clase 1.8



$$\begin{aligned} 1. \text{ a) } x = 2, y = -2 & \quad \text{b) } x = -3, y = 3 \\ 2. \text{ a) } x = 2, y = -1 & \quad \text{b) } x = -\frac{1}{2}, y = 1 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{a) } x = 3, y = 1 & \quad \text{b) } x = 1, y = -2 \\ \text{c) } x = 1, y = 2 \end{aligned}$$

Página 32, Clase 1.9



$$\begin{aligned} 1. \text{ a) } x = 2, y = -1 & \quad \text{b) } x = 2, y = -\frac{1}{2} \\ 2. \text{ a) } x = 1, y = -1 & \quad \text{b) } x = -1, y = 2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{a) } x = 3, y = -2 & \quad \text{b) } x = -1, y = 2 \\ \text{c) } x = 3, y = -2 \end{aligned}$$

Página 33, Clase 1.10



$$\begin{aligned} 1. \text{ a) } x = -1, y = 2 & \quad \text{b) } x = 1, y = 3 \\ 2. \text{ a) } x = 3, y = 2 & \quad \text{b) } x = 2, y = 1 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{a) } x = 5, y = -1 & \quad \text{b) } x = -1, y = 5 \\ \text{c) } x = 5, y = 3 \end{aligned}$$

Página 34, Clase 1.11



$$\begin{aligned} 1. \text{ a) } x = -2, y = 1 & \quad \text{b) } x = 0, y = 2 \\ 2. \text{ a) } x = -1, y = 3 & \quad \text{b) } x = -3, y = 2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{a) } x = 1, y = 2 & \quad \text{b) } x = 2, y = -1 \\ \text{c) } x = 3, y = 4 \end{aligned}$$

Página 35, Clase 1.12



$$\begin{aligned} 1. \text{ a) } x = -1, y = 2 & \quad \text{b) } x = 2, y = 1 \\ 2. \text{ a) } x = -2, y = 3 & \quad \text{b) } x = 1, y = \frac{1}{3} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{a) } x = 30, y = -15 & \quad \text{b) } x = 4, y = 5 \\ \text{c) } x = 5, y = 10 \end{aligned}$$

Página 36, Clase 1.13



$$\begin{aligned} 1. \text{ a) } x = 2, y = 0 & \quad \text{b) } x = \frac{1}{4}, y = -1 \\ 2. \text{ a) } x = 4, y = 1 & \quad \text{b) } x = 1, y = 5 \end{aligned}$$



a) $x = 2, y = -2$ b) $x = \frac{20}{11}, y = \frac{51}{11}$
 c) $x = 4, y = 9$

Página 37, Clase 1.14



1. a) $x = 3, y = 2$ b) $x = -5, y = 3$
 2. a) $x = 1, y = 3$ b) $x = \frac{1}{2}, y = 2$



a) $x = 2, y = 1$ b) $x = -1, y = 2$

Página 38, Clase 1.15



1. a) $x = 3, y = -3$ b) $x = -5, y = 6$
 2. a) $x = 4, y = 3$ b) $x = 3, y = -2$



a) $x = 7, y = -6$ b) $x = 10, y = 15$
 c) $x = 1, y = -1$

Página 41, Clase 2.1



1. $x + 13,$ 2. $2x$ 3. $x + 4 = 9$
 4. $x - 9 = 3$ 5. $x + y = 15$



- x medida de ancho, y medida de largo, $x = 30$ m, $y = 90$ m.
- y medida de ancho, x medida de largo, $x = 12$ m, $y = 8$ m.

Página 42, Clase 2.2



- x medida de ancho, y medida de largo, $x = 13$ cm, $y = 19$ cm.
- x medida de largo, y medida de ancho, $x = 120$ cm, $y = 80$ cm.



- La distancia recorrida por el automóvil que sale de B es 120 km y la del que sale de A es 135 km.
- La distancia recorrida por Carlos es 75 km y la recorrida por Carmen 125 km.

Página 43, Clase 2.3



- x medida de largo, y medida de ancho, $x = 40$ cm, $y = 30$ cm
- x litros de agua por minuto del grifo A, y litros de agua por minuto del grifo B, $x = 12$ l/min, $y = 14$ l/min.



- x precio del pantalón, y precio del par de zapatos, $x = \$60,$
 $y = \$130$ cm.
- x capital depositado a un interés del 4% anual, y capital depositado a un interés del 5% anual, $x = \$5000,$ $y = \$4000.$

Página 44, Clase 2.4



- x libras de tomate, y libras de cebollas, $x = 12,$ $y = 8.$
- x costo de la computadora, y costo de la pantalla, $x = \$800,$ $y = \$1200.$



- x cantidad de cartones pequeños, y cantidad de cartones grandes, $x = 15,$ $y = 10.$
- x manzanas de frijol, y manzanas de maíz, $x = 15,$ $y = 20.$

Unidad 3

Página 50, Clase 1.1

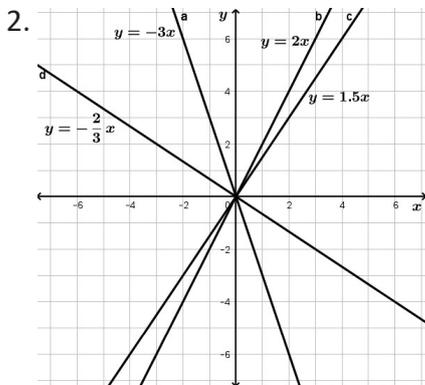
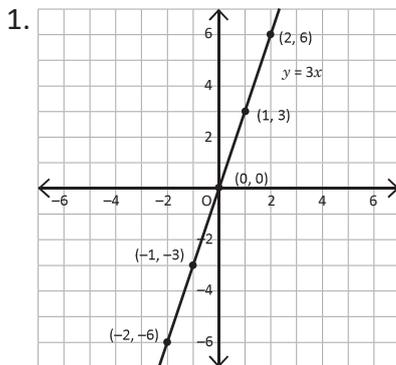


- $y = 90x$, por lo que y es directamente proporcional a x .
- a) $a = 8$ b) $a = 3$ c) $a = 2$
- a) y es una función de x , se puede escribir como $y = 60x$.
b) y es una función de x , se puede escribir como $y = 5x$, cuanto más larga sea la varilla, tendrá más peso.

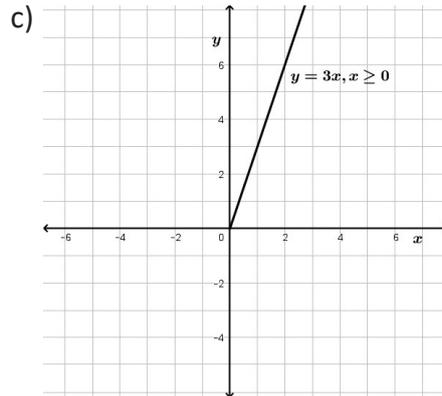
Página 51, Clase 1.2



- a) $a = \frac{1}{2}$ b) $a = 4$ c) $a = \frac{5}{2}$



3. a) Si existe, $a = 3$ b) $y = 3x$



Página 52, Clase 1.3



- a) $a = \frac{1}{2}$ b) $a = 4$ c) $a = \frac{5}{3}$
- El tiempo (x) y la cantidad de agua restante y no son directamente proporcionales, pues no es de la forma $y = ax$, dado que la ecuación es $y = 100 - 4x$.



- a) Los datos restantes de la tabla, son: 290, 300, 310 y 320.
b) Por 2 muebles terminados recibe \$20.00 y por 4, recibe \$40.00
c) Por x muebles terminados recibe $10x$ dólares.
d) $y = 250 + 10x$.

Página 53, Clase 1.4



- La cantidad de agua y que tiene el recipiente, es directamente proporcional al tiempo transcurrido x , pues se puede escribir de la forma $y = ax$, dado que $y = 2x$.
- Los datos restantes de la tabla, son: 240, 250, 260 y 270.
a) $10x$ dólares.
b) $y = 200 + 10x$.



- a) $a = 3, b = 1$, es función lineal.
b) $a = 4, b = 0$, es función lineal.
c) $a = -2, b = 3$, es función lineal.
d) No es función lineal
- a) $y = 3x$, es función lineal.
b) $y = \frac{32}{x}$, no es función lineal.
c) $y = ax$, es función lineal.

Página 54, Clase 1.5



- Los datos restantes de la tabla, son: 154, 155, 156 y 157.
a) x dólares por x piezas terminadas.
b) $y = 150 + x$
- a) $a = 3, b = -2$, es función lineal.
b) No es función lineal.
c) $a = -2, b = -1$, es función lineal.
d) No es función lineal.



- Los datos de la segunda fila de la tabla, son: 5, 15, 25, 35, 45, 55, 65 y 75.
- Por 100 km recorridos se debe pagar \$205.00 y por 150 km, se debe pagar \$305.00
- Razón de cambio es 2.
- $y = 2x + 5$.

Página 55, Clase 1.6



- a) $a = -2, b = -3$, es función lineal.
b) $a = -3, b = 0$, es función lineal.
c) No es función lineal.
d) No es función lineal.

2. a) Los datos que complementan la tabla son: 110, 120, 130, 150, 160 y 170.
 b) \$175 por vender 15 celulares y \$200 por vender 20.
 c) Razón de cambio = 5.
 d) $y = 5x + 100$.



- a) $a = 2, y = 5$ b) $a = -2, y = -5$
 c) $a = 3, y = 7$ d) $a = \frac{1}{2}, y = 5$
 e) $a = \frac{3}{2}, y = 7$ f) $a = -\frac{3}{5}, y = -\frac{17}{5}$

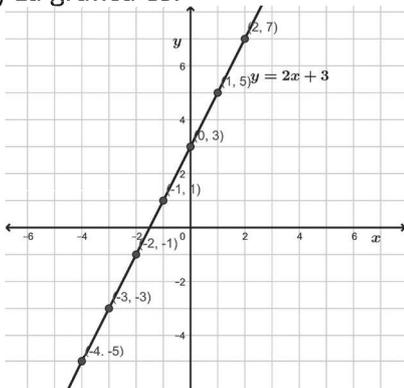
Página 56, Clase 1.7



1. a) Los datos que complementan la tabla son: 100, 120, 140, 160, 180, 200 y 220
 b) \$280 por vender 20 maletas y \$330 por vender 25.
 c) Razón de cambio = 10.
 d) $y = 10x + 80$
2. a) $a = 3, y = 13$ b) $a = -2, y = -5$
 c) $a = \frac{2}{5}, y = 3$



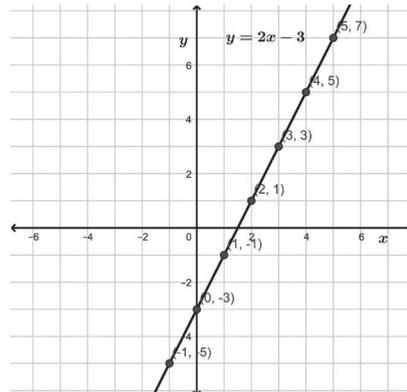
- a) La gráfica de los puntos se puede ver en c).
 b) Otros pares estimados,
 $x = -1, y = 1; x = -2, y = -1$
 $x = -3, y = -3; x = -4, y = -5$
 c) La gráfica es:



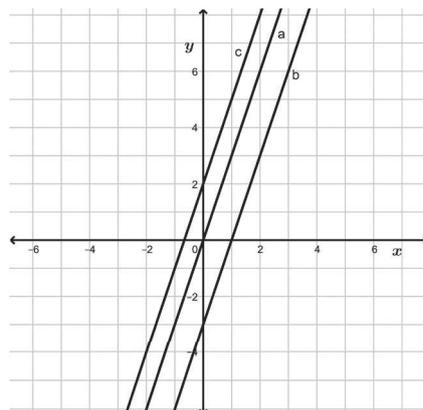
Página 57, Clase 1.8



1. a) $a = 2, y = 7$ b) $a = -3, y = -13$
 c) $a = -\frac{2}{3}, y = -3$
2. a) La gráfica de los puntos se puede ver en c).
 b) Otros pares estimados,
 $x = -1, y = -5; x = -2, y = -7$
 c) La gráfica es:



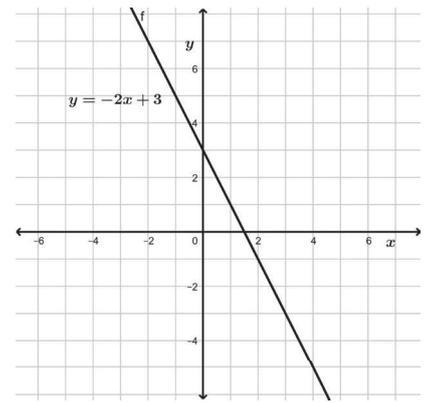
Funciones	-2	-1	0	1	2
a) $y = 3x$	-6	-3	0	3	6
b) $y = 3x - 3$	-9	-6	-3	0	3
c) $y = 3x + 2$	-4	-1	2	5	8



Página 58, Clase 1.9

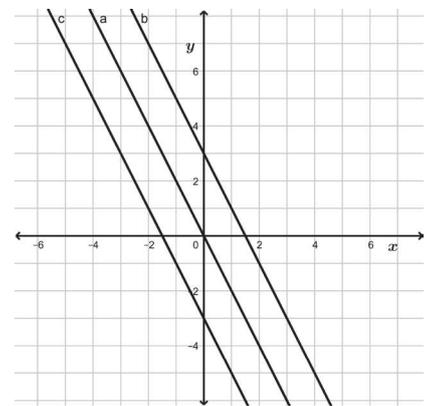


1. La gráfica de los pares ordenados y la función es:



2.

Funciones	-2	-1	0	1	2
a) $y = -2x$	4	2	0	-2	-4
b) $y = -2x + 3$	7	5	3	1	-1
c) $y = -2x - 3$	1	-1	-3	-5	-7



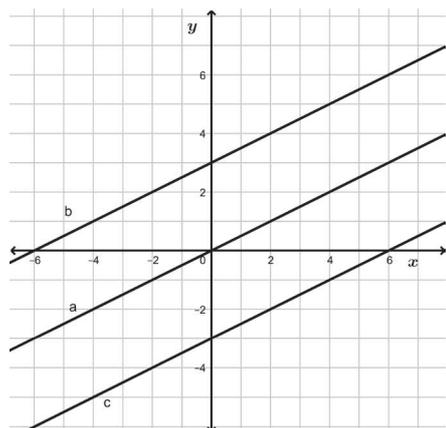
- a) y aumenta 5 unidades
 b) $y = 22,$ c) $a = 5$

Página 59, Clase 1.10



1. Los datos que complementan la tabla, son: 3, 1, -1 y -3

Funciones	-2	-1	0	1	2
a) $y = \frac{1}{2}x$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1
b) $y = \frac{1}{2}x + 3$	2	$\frac{5}{2}$	3	$\frac{7}{2}$	4
c) $y = \frac{1}{2}x - 3$	-4	$-\frac{7}{2}$	-3	$-\frac{5}{2}$	-2



2. a) y aumenta 2 unidades
b) $y = -13$, c) $a = 2$



1. a) y aumenta 2 unidades, $a = 2$
b) y disminuye 2 unidades, $a = -2$
2. a) y aumenta 5 unidades, $a = 5$
b) y disminuye 5 unidades, $a = -5$
3. a) y aumenta $\frac{1}{2}$ unidad, $a = \frac{1}{2}$
b) y disminuye $\frac{1}{2}$ unidad, $a = -\frac{1}{2}$
4. a) y aumenta $\frac{1}{4}$ unidad, $a = \frac{1}{4}$
b) y disminuye $\frac{1}{4}$ unidad, $a = -\frac{1}{4}$

Página 61, Clase 1.11



1. a) y aumenta $\frac{1}{3}$ unidad,
b) $y = \frac{11}{3}$ c) $a = \frac{1}{3}$
2. a) y disminuye $\frac{1}{3}$ unidad,
b) $y = \frac{1}{3}$ c) $a = -\frac{1}{3}$



1. a) $x_2 - x_1 = 4$; $y_2 - y_1 = 6$
b) Pendiente = $\frac{3}{2}$.
2. a) $x_2 - x_1 = 6$; $y_2 - y_1 = -9$
b) Pendiente = $-\frac{3}{2}$.

3. a) $x_2 - x_1 = 4$; $y_2 - y_1 = 8$
b) Pendiente = 2
4. a) $x_2 - x_1 = 4$; $y_2 - y_1 = -8$
b) Pendiente = -2

Página 63, Clase 1.12



1. a) y disminuye $\frac{1}{3}$ unidad,
b) $a = -\frac{1}{3}$
2. a) $x_2 - x_1 = 10$; $y_2 - y_1 = 2$
b) Pendiente = $\frac{1}{5}$



- a) $a = -3$, $b = 2$ b) $a = 4$, $b = -1$
c) $a = 2$, $b = -3$ d) $a = -2$, $b = 0$
e) $a = -1$, $b = 2$ f) $a = 1$, $b = -6$
g) $a = -5$, $b = \frac{1}{2}$
h) $a = -\frac{1}{2}$, $b = -3$

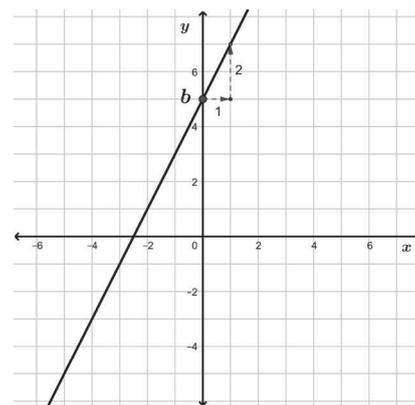
Página 64, Clase 1.13



1. a) $x_2 - x_1 = -2$; $y_2 - y_1 = 8$
b) Pendiente = -4
2. a) $a = -4$, $b = 3$ b) $a = -2$, $b = 3$
c) $a = -1$, $b = 5$ d) $a = 3$, $b = -5$
e) $a = -3$, $b = \frac{1}{2}$ f) $a = \frac{1}{2}$, $b = 5$
g) $a = 3$, $b = \frac{1}{4}$
h) $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{3}{4}$



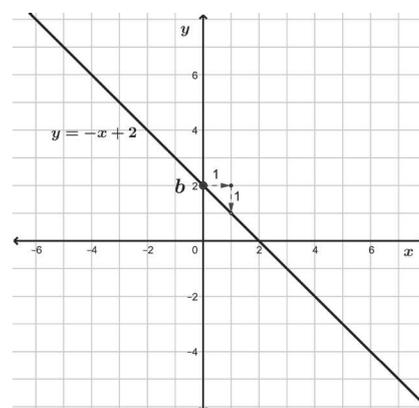
- a) Los datos que complementan la tabla, son: 1, 3, 5, 7, 9 y 11.
b) y c) Al comparar la gráfica con la tabla y la ecuación de la función, se observa que el intercepto con el eje y , es $b = 5$ y que el incremento de y cuando x aumenta una unidad es $a = 2$.



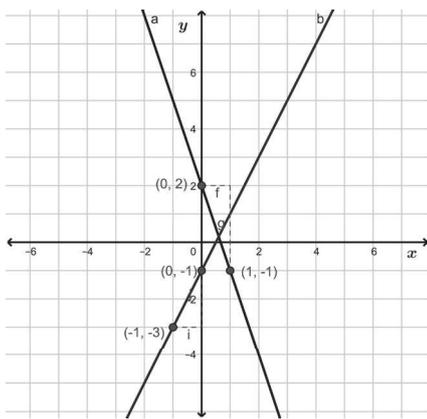
Página 65, Clase 1.14



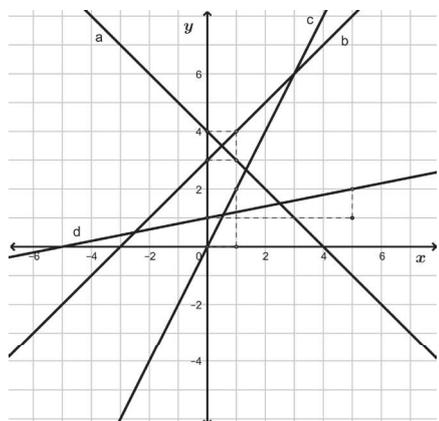
1. a) $a = -4$, $b = 5$ b) $a = -1$, $b = 7$
c) $a = 1$, $b = -4$ d) $a = \frac{5}{3}$, $b = \frac{1}{2}$
2. a) Los datos que complementan la tabla, son: 4, 3, 2, 1, 0 y -1.
b) y c) Al comparar la gráfica con la tabla y la ecuación de la función, se observa que el intercepto con el eje y , es $b = 2$ y que el incremento de y cuando x aumenta una unidad es $a = -1$.



1. a) Pasa por el punto (0, 2) que es el intercepto.
b) Pasa por el punto (0, -1) que es el intercepto.
Ver gráficas en página siguiente.



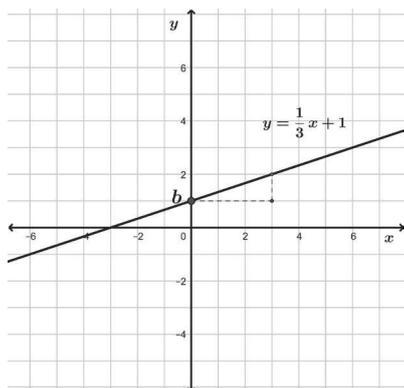
2. a) $a = -1, b = 4$ b) $a = 1, b = 3$
 c) $a = 2, b = 0$ d) $a = \frac{1}{5}, b = 1$



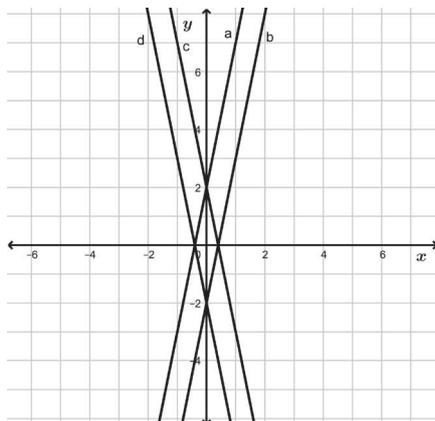
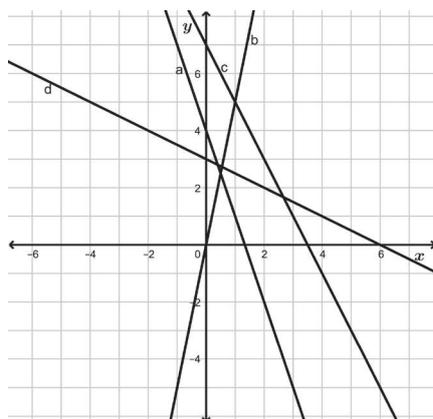
Página 66, Clase 1.15



1. a) Los datos que complementan la tabla, son: $-1, 0, 1, 2, 3$ y 4 .
 c) Al comparar la gráfica con la tabla y la ecuación de la función, se observa que el intercepto con el eje y , es $b = 1$ y que el incremento de y cuando x aumenta una unidad es $a = \frac{1}{3}$.



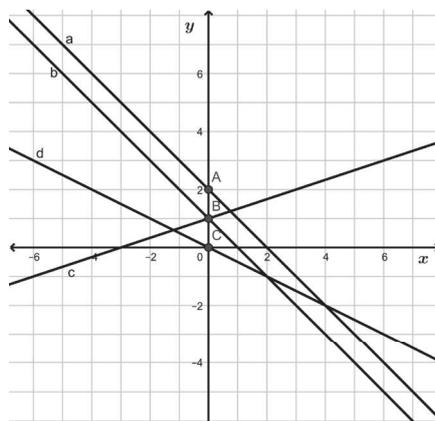
2. a) $a = -3, b = 4$ b) $a = 5, b = 0$
 c) $a = -2, b = 7$ d) $a = -\frac{1}{2}, b = 3$



Página 67, Clase 1.16



1. a) $a = -1, b = 2$ b) $a = -1, b = 1$
 c) $a = \frac{1}{3}, b = 1$ d) $a = -\frac{1}{2}, b = 0$



2. a) Gráfica q: $a = \frac{1}{2}, b = 2$
 b) Gráfica h: $a = \frac{1}{2}, b = -2$
 c) Gráfica r: $a = -\frac{1}{2}, b = 2$
 d) Gráfica p: $a = -\frac{1}{2}, b = -2$



- a) y está entre -18 y 22
 b) y está entre -1 y 2
 c) y está entre -5 y 3
 d) y está entre 1 y 3

Página 68, Clase 1.17



1. a) Gráfica p: $a = 3, b = \frac{1}{2}$
 b) Gráfica h: $a = 3, b = -\frac{1}{2}$
 c) Gráfica q: $a = -3, b = \frac{1}{2}$
 d) Gráfica r: $a = -3, b = -\frac{1}{2}$
 2. a) y está entre -16 y 26
 b) y está entre -8 y 4
 c) y está entre -5 y 3
 d) y está entre $\frac{1}{3}$ y 5



1. a) $y = 5x - 2$ b) $y = 3x - 1$
 c) $y = -4x + 3$ d) $y = -x + 5$

Página 70, Clase 1.18



1. a) y está entre 2 y 62
 b) y está entre -7 y 2
 c) y está entre -10 y 2
 2. a) $y = -5x + 3$ b) $y = 4x - 3$



- a) $3 = -2(-2) + b$
 $3 = 4 + b$
 $-1 = b$, entonces $y = -2x - 1$
 b) $y = 3x - 2$ c) $y = -x + 4$
 d) $y = x + 3$

Página 72, Clase 1.19



1. a) $a = -\frac{3}{4}, b = 3; y = -\frac{3}{4}x + 3$
 b) $a = \frac{2}{3}, b = 0; y = \frac{2}{3}x$
 2. a) $b = 3; y = \frac{2}{5}x + 3$
 b) $b = -3; y = -\frac{2}{3}x - 3$



a) $a = \frac{8 - (-2)}{-2 - 3} = -2; \quad 8 = -2(-2) + b$
 $8 = -2(-2) + b$
 $8 = 4 + b$
 $4 = b$

Entonces $y = -2x + 4,$

- b) $y = -\frac{3}{4}x + 4$ c) $y = \frac{1}{2}x + 4$
 d) $y = \frac{3}{2}x + \frac{7}{2}$

Página 74, Clase 1.20



1. a) $b = -5; y = 6x - 5$
 b) $b = 5; y = -2x + 5$
 2. a) $y = -3x - 4$
 b) $y = -\frac{7}{2}x + \frac{31}{2}$



1. a) $a = \frac{3}{4}, b = -3; y = \frac{3}{4}x - 3$
 b) $a = 2, b = -4; y = 2x - 4$
 c) $a = 2, b = 6; y = 2x + 6$
 2. a) $a = 1, b = 4; y = x + 4$
 b) $a = -\frac{3}{2}, b = 6; y = -\frac{3}{2}x + 6$

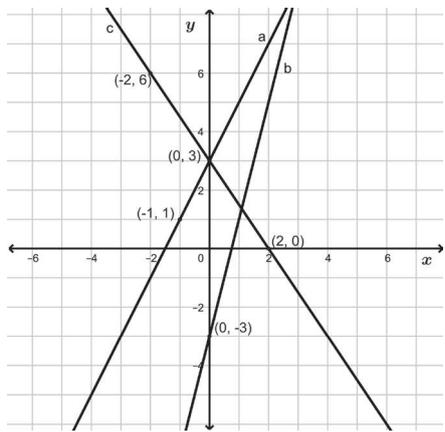
Página 78, Clase 2.1



1. a) $y = -2x + 1$ b) $y = \frac{9}{5}x - \frac{1}{5}$
 2. $a = -\frac{5}{2}, b = 5; y = -\frac{5}{2}x + 5$



Ecuaciones	-2	-1	0	1	2
a) $y = 2x + 3$	-1	1	3	5	7
b) $y = 4x - 3$	-11	-7	-3	1	5
c) $y = -\frac{3}{2}x + 3$	6	$\frac{9}{2}$	3	$\frac{3}{2}$	0



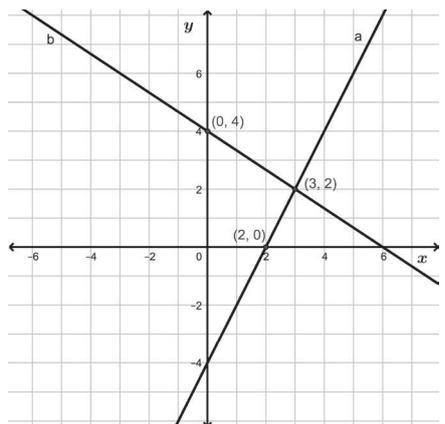
Página 79, Clase 2.2



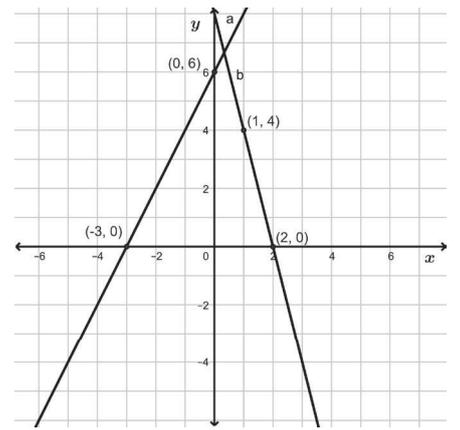
1. $y = \frac{1}{7}x - 1$

2.

Ecuaciones	-1	0	1	2	3
a) $y = 2x - 4$	-6	-4	-2	0	2
b) $y = -\frac{2}{3}x + 4$	$\frac{14}{3}$	4	$\frac{10}{3}$	$\frac{8}{3}$	2



- a) $y = 2x + 6$ b) $y = -4x + 8$
 (0, 6) y (-3, 0) (0, 8) y (2, 0)
 (1, 8) (1, 4)
 Por ejemplo. Por ejemplo.

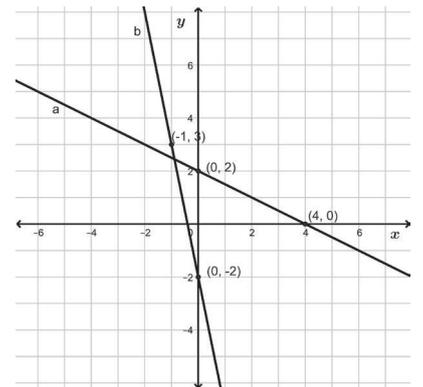


Página 80, Clase 2.3

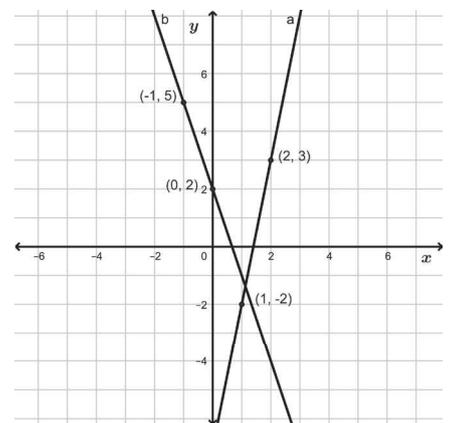


1.

Ecuaciones	-2	0	2	4
a) $y = -\frac{1}{2}x + 2$	3	2	1	0
b) $y = -5x - 2$	8	-2	-12	-22



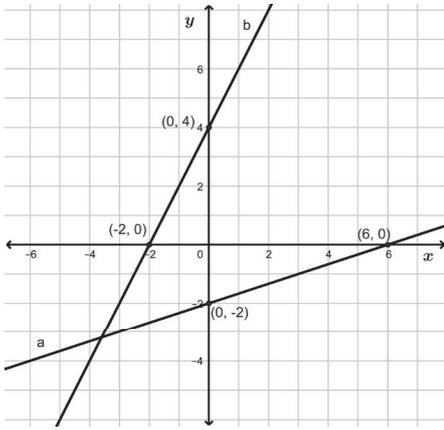
2. a) $y = 5x - 7$ b) $y = -3x + 2$
 (1, -2) y (2, 3) (0, 2) y (-1, 5)





1. a) Intercepo con el eje x : $(6, 0)$;
intercepo con el eje y : $(0, -2)$.
b) Intercepo con el eje x : $(-2, 0)$;
intercepo con el eje y : $(0, 4)$.

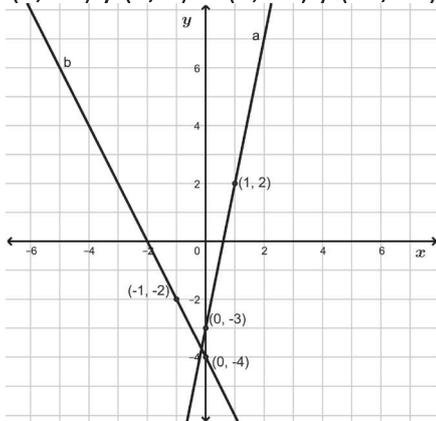
2.



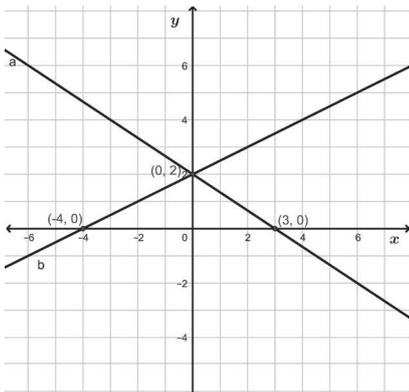
Página 81, Clase 2.4



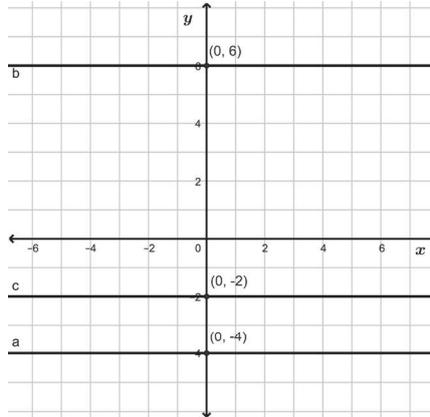
1. a) $y = 5x - 3$ b) $y = -2x - 4$
 $(0, -3)$ y $(1, 2)$ $(0, -4)$ y $(-1, -2)$



2. a) Intercepo con el eje x : $(3, 0)$;
intercepo con el eje y : $(0, 2)$.
b) Intercepo con el eje x : $(-4, 0)$;
intercepo con el eje y : $(0, 2)$.



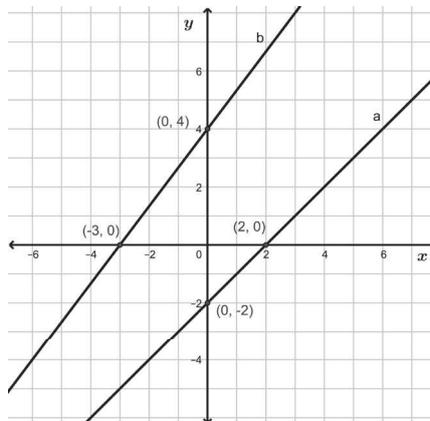
- a) $y = -4$ b) $y = 6$ c) $y = -2$



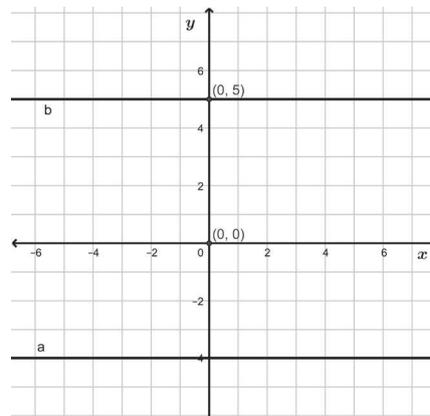
Página 82, Clase 2.5



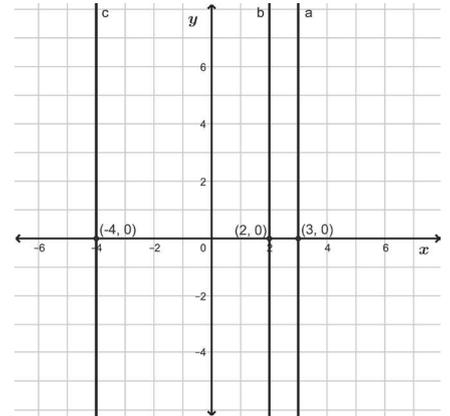
1. a) Intercepo con el eje x : $(2, 0)$;
intercepo con el eje y : $(0, -2)$.
b) Intercepo con el eje x : $(-3, 0)$;
intercepo con el eje y : $(0, 4)$.



2. a) $y = -4$ b) $y = 5$



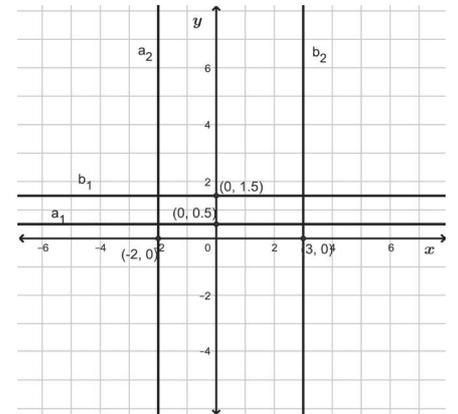
- a) $x = 3$ b) $x = 2$ c) $x = -4$



Página 83, Clase 2.6



1. a) $y = \frac{1}{2}$ b) $y = \frac{3}{2}$
2. a) $x = -2$ b) $x = 3$



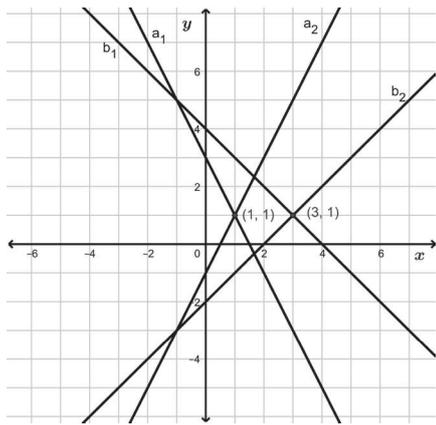
a) $\begin{cases} y = -2x + 3 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$

Solución: $x = 1, y = 1$

b) $\begin{cases} y = -x + 4 \\ y = x - 2 \end{cases}$

Solución: $x = 3, y = 1$

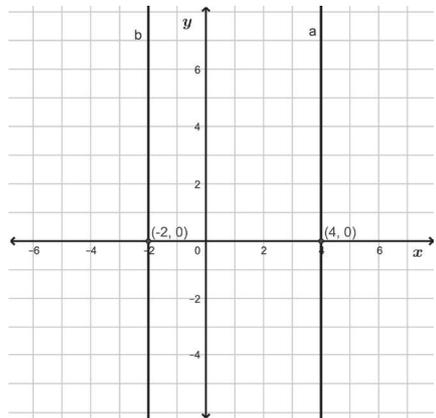
Ver gráfica en página siguiente.



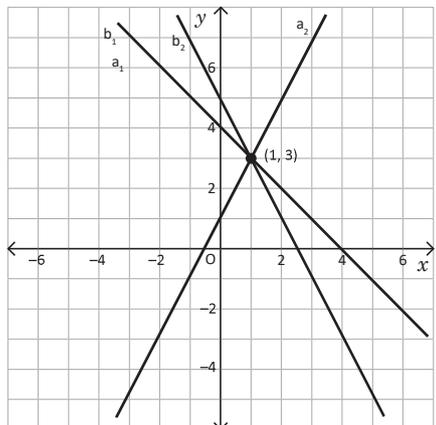
Página 84, Clase 2.7



1. a) $x = 4$ b) $x = -2$



2. a) $\begin{cases} y = -x + 4 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$
 Solución: $x = 1, y = 3$
- b) $\begin{cases} y = -x + 4 \\ y = -2x + 5 \end{cases}$
 Solución: $x = 1, y = 3$

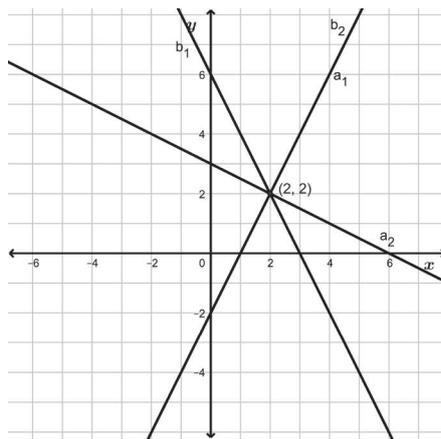


a) $\begin{cases} y = 2x - 2 \\ y = -\frac{1}{2}x + 3 \end{cases}$

Solución: $x = 2, y = 2$

b) $\begin{cases} y = -2x + 6 \\ y = 2x - 2 \end{cases}$

Solución: $x = 2, y = 2$



Página 86, Clase 3.1

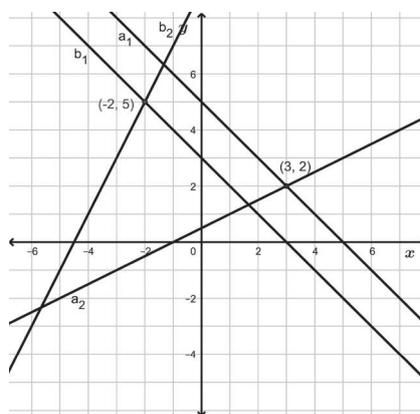


1. a) $\begin{cases} y = -x + 5 \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \end{cases}$

Solución: $x = 3, y = 2$

b) $\begin{cases} y = -x + 3 \\ y = 2x + 9 \end{cases}$

Solución: $x = -2, y = 5$

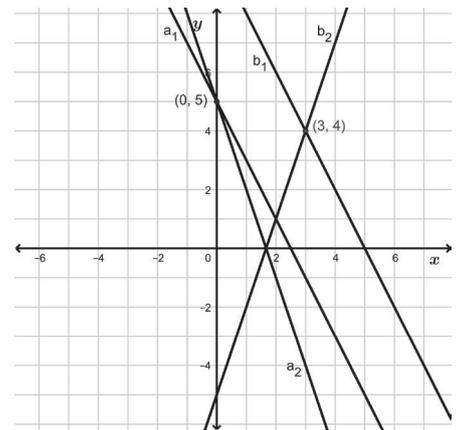


2. a) $\begin{cases} y = -2x + 5 \\ y = -3x + 5 \end{cases}$

Solución: $x = 0, y = 5$

b) $\begin{cases} y = -2x + 10 \\ y = 3x - 5 \end{cases}$

Solución: $x = 3, y = 4$

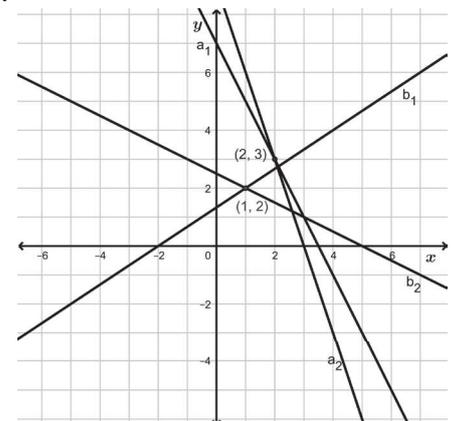


- a) $y = x + 273$,
 mínima: 273 k, máxima: 291 k.
- b) A la temperatura de 364 k que equivale a 91°C.

Página 87, Clase 3.2



1.



- a) La solución es: $x = 2, y = 3$
 b) La solución es: $x = 1, y = 2$

Unidad 4

2. a) $y = 8.75x$
 b) 525 colones que equivalen a 60 dólares.



1. 4 kilómetros.
 2. Antes de la parada: $y = \frac{2}{3}x$ y
 después de la parada: $y = x - 5$.
 3. 10 kilómetros.

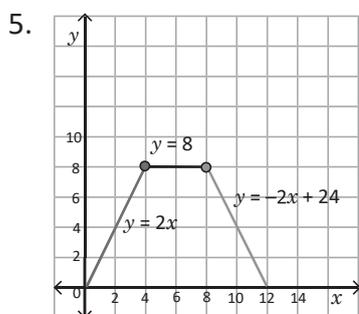
Página 88, Clase 3.3



1. a) $y = 0.9x$
 b) 900 yardas equivalen a 810 metros, por tanto le alcanza para 81 piscuchas.
 2. a) 10 kilómetros
 b) Antes de la parada: $y = 2x$ y
 después de la parada: $y = 2x - 6$.
 c) 24 kilómetros.



1. a) El área del triángulo aumenta de 0 a 18 cm^2 .
 b) El área del triángulo se mantiene constante igual a 18 cm^2 .
 c) El área del triángulo disminuye de 18 cm^2 a 0.
 2. $y = 2x$, para $2 \leq x \leq 6$.
 3. $y = 18$, para $6 \leq x \leq 12$.
 4. $y = 54 - 3x$, para $12 \leq x \leq 18$.



Página 94, Clase 1.1



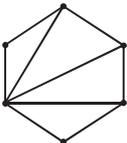
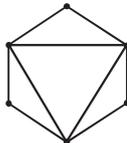
- a) $180^\circ \times (4 - 2) = 360^\circ$
 b) $180^\circ \times (6 - 2) = 720^\circ$
 c) $180^\circ \times (5 - 2) = 540^\circ$
 d) $180^\circ \times (4 - 2) = 360^\circ$

Página 95, Clase 1.2



- a) $180^\circ \times (7 - 2) = 900^\circ$
 b) $180^\circ \times (6 - 2) = 720^\circ$

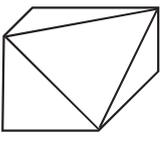
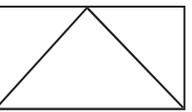


- a)  
 $180^\circ \times 4 = 720^\circ$ $180^\circ \times 4 = 720^\circ$

- b)  
 $180^\circ \times 3 = 540^\circ$ $180^\circ \times 5 - 360^\circ = 540^\circ$

Página 96, Clase 1.3



- a) 
 $180^\circ \times 4 = 720^\circ$
 $180^\circ \times (6 - 2) = 720^\circ$
- b) 
 $180^\circ \times 3 - 180^\circ = 360^\circ$
 $180^\circ \times (4 - 2) = 360^\circ$



- a) $180^\circ \times 4 - 180^\circ \times (4 - 2) = 360^\circ$
 b) $180^\circ \times 6 - 180^\circ \times (6 - 2) = 360^\circ$

- c) $180^\circ \times 5 - 180^\circ \times (5 - 2) = 360^\circ$
 d) $180^\circ \times 4 - 180^\circ \times (4 - 2) = 360^\circ$

Página 97, Clase 1.4



1. a) $180^\circ \times (6 - 2) = 720^\circ$
 b) $180^\circ \times (5 - 2) = 540^\circ$
 2. a) $180^\circ \times 3 - 180^\circ \times (3 - 2) = 360^\circ$
 b) $180^\circ \times 4 - 180^\circ \times (4 - 2) = 360^\circ$



1. a) Ángulos internos:
 $180^\circ \times (8 - 2) = 1080^\circ$
 Cada ángulo interno mide:
 $1080^\circ \div 8 = 135^\circ$
 $x = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$.
 b) $x = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
 2. a) $x = 65^\circ$ b) $x = 95^\circ$

Página 98, Clase 2.1



1. a) 360° b) 360°
 2. a) $180^\circ - 180^\circ \times (7 - 2) \div 7 = \frac{360^\circ}{7}$
 b) 145°



- a) $\alpha = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$
 $b = 110^\circ, c = 70^\circ$
- b) $b = 180^\circ - 79^\circ = 101^\circ$
 $a = 79^\circ, c = 101^\circ$
- c) $c = 180^\circ - (50^\circ + 55^\circ) = 75^\circ$
 $a = 130^\circ, b = 50^\circ$
- d) $\alpha = 180^\circ - (60^\circ + 73^\circ) = 47^\circ$
 $d = 47^\circ, b = 73^\circ, c = 60^\circ$

Página 99, Clase 2.2



1. a) $x = 360^\circ - 117^\circ - 85^\circ - (180^\circ - 117^\circ) = 95^\circ$
 b) $x = 106^\circ$

2. a) $\alpha = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$
 $b = 105^\circ, c = 75^\circ,$
 b) $c = 180^\circ - (59^\circ + 72^\circ) = 49^\circ$
 $a = 59^\circ, b = 72^\circ, d = 49^\circ$



Ángulos internos:

- a) b, c, e y h b) c, d, e y f

Ángulos externos:

- a) a, d, f y g b) a, b, g y h

Ángulos alternos internos:

- a) b y h, c y e b) c y e, d y f

Ángulos alternos externos:

- a) a y g, d y f b) a y g, h y b

Ángulos correspondientes:

- a) a y e, b y f, d y h, c y g

- b) a y e, d y h, b y f, c y g

Página 100, Clase 2.3



1. $\alpha = 180^\circ - (50^\circ + 40^\circ) = 90^\circ$
 $b = 40^\circ, c = 140^\circ$

2. Ángulos internos: b, c, e y h

Ángulos externos: a, d, f y g

Alternos internos: b y h, c y e

Alternos externos: a y g, d y f

Ángulos correspondientes:

- a y e, b y f, d y h, c y g



- a) $x = 125^\circ$ b) $x = 45^\circ$
 c) $x = 62^\circ$ d) $x = 95^\circ$

Página 101, Clase 2.4



1. Ángulos internos: b, c, f y g
 Ángulos externos: a, d, e y h
 Alternos internos: b y f, c y g
 Alternos externos: a y e, d y h
 Ángulos correspondientes:
 a y g, b y h, d y f, c y e

2. $x = 93^\circ$



- a) $x = 64^\circ$ b) $x = 69^\circ$
 c) $x = 145^\circ$ d) $x = 130^\circ$

Página 102, Clase 2.5



1. $x = 55^\circ$
 2. Alternos internos: b y h, c y e
 Alternos externos: a y g, d y f
 $a = c = e = g = 150^\circ$
 $d = b = h = f = 30^\circ$



1. (1) 180°
 (2) La suma de los ángulos internos del triángulo.
 (3) $180^\circ - \sphericalangle ABC$
 (4) $\sphericalangle CBD = \sphericalangle BCA + \sphericalangle CAB$
 2. Es una cadena de inducción utilizando los hechos dados y ya demostrados.

Página 103, Clase 2.6



1. Izquierda
 Alternos internos: b y e, c y h
 Alternos externos: a y f, d y g
 $a = c = f = h = 60^\circ$
 $d = b = e = g = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
 Derecha
 Alternos internos: a y f, d y e
 Alternos externos: b y g, c y h
 $b = d = e = g = 127^\circ$
 $a = c = f = h = 180^\circ - 127^\circ = 53^\circ$

2. (1) $\sphericalangle CDE$
 (2) Porque $BC \parallel AD$



- a) Si un número es divisible por 4 entonces es par.

- b) Un triángulo es isósceles, si tiene dos lados de igual longitud.

- c) Si ABC es un triángulo, entonces sus ángulos interiores suman 180° .

- d) Si $n \parallel m$ entonces los ángulos correspondientes tienen igual medida.

Página 104, Clase 2.7



1. $\sphericalangle BED$
 Porque $DE \parallel CB$
 2. a) Si un número es divisible por 5 entonces su último dígito es 0 o 5.
 b) Si un triángulo es equilátero, entonces es isósceles.



1. $2x + 3x = 25^\circ + 30^\circ + 20^\circ$
 $5x = 75^\circ$
 $x = 15^\circ$

2. $5x = 180^\circ - 120^\circ, x = 12^\circ$

$y = 5x$, por ser alternos internos entre paralelas, $y = 60^\circ$

Unidad 5

Página 108, Clase 1.1



1. a)

Vértices C	Lados C	Ángulos C
A y D	AB y DE	$\sphericalangle A$ y $\sphericalangle D$
B y E	BC y EF	$\sphericalangle B$ y $\sphericalangle E$
C y F	CA y FD	$\sphericalangle C$ y $\sphericalangle F$

b)

Vértices C	Lados C	Ángulos C
A y D	AB y DE	$\sphericalangle A$ y $\sphericalangle D$
B y E	BC y EF	$\sphericalangle B$ y $\sphericalangle E$
C y F	CA y FD	$\sphericalangle C$ y $\sphericalangle F$

2. La figura 1 y la figura 3 son congruentes.

Vértices C	Lados C	Ángulos C
A y K	AB y KJ	$\sphericalangle A$ y $\sphericalangle K$
B y J	BC y JI	$\sphericalangle B$ y $\sphericalangle J$
C y I	CD y IL	$\sphericalangle C$ y $\sphericalangle I$
D y L	DA y LK	$\sphericalangle D$ y $\sphericalangle L$

Página 109, Clase 1.2



Vértices C	Lados C	Ángulos C
A y D	AB y DE	$\sphericalangle A$ y $\sphericalangle D$
B y E	BC y EF	$\sphericalangle B$ y $\sphericalangle E$
C y F	CA y FD	$\sphericalangle C$ y $\sphericalangle F$



- a) $AB = C'B'$, $BC = B'A'$ y $CA = A'C'$
 $\sphericalangle A = \sphericalangle C'$, $\sphericalangle B = \sphericalangle B'$ y $\sphericalangle C = \sphericalangle A'$
 $\triangle ABC \cong \triangle C'B'A'$
- b) $AB = A'B'$, $BC = B'C'$ y $CA = C'A'$
 $\sphericalangle A = \sphericalangle A'$, $\sphericalangle B = \sphericalangle B'$ y $\sphericalangle C = \sphericalangle C'$
 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$

Página 110, Clase 1.3



1.

Vértices C	Lados C	Ángulos C
A y D	AB y DE	$\sphericalangle A$ y $\sphericalangle D$
B y E	BC y EF	$\sphericalangle B$ y $\sphericalangle E$
C y F	CA y FD	$\sphericalangle C$ y $\sphericalangle F$

2. $AB = A'B'$, $BC = B'C'$ y $CA = C'A'$
 $\sphericalangle A = \sphericalangle A'$, $\sphericalangle B = \sphericalangle B'$ y $\sphericalangle C = \sphericalangle C'$
 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$



Son congruentes:

- a) y d)
- b) y f)
- c) y e)

Página 111, Clase 1.4



1. $AC = DE$, $BC = EF$ y $AB = DF$
 $\sphericalangle A = \sphericalangle D$, $\sphericalangle B = \sphericalangle F$ y $\sphericalangle C = \sphericalangle E$
 $\triangle ABC \cong \triangle DFE$
2. Son congruentes:
- a) y d)
 - b) y c)



Son congruentes:

- a) y f)
- b) y d)
- c) y e)

Página 112, Clase 1.5



1. Son congruentes:
- a) y c)
 - b) y d)
 - c) y e)
2. Son congruentes:
- a) y d)
 - b) y c)



Son congruentes:

- a) y e)
- b) y f)
- c) y d)

Página 113, Clase 1.6



1. a) $\triangle ABC \cong \triangle ADC$, criterio LLL
 b) $\triangle ABC \cong \triangle DCE$, criterio LAL



Como el cuadrilátero es un rombo, $AB = BC = CD = DA$, entonces en los $\triangle ABC$ y $\triangle CDA$; $AB = CD$, $BC = DA$ y $CA = AC$, por tanto $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ por criterio LLL.

Página 114, Clase 1.7



1. a) $\triangle ADE \cong \triangle BDF$, criterio LLL
 b) $\triangle AED \cong \triangle BEC$, criterio LAL
2. Porque en los $\triangle AEF$ y $\triangle DFE$;
 $EF = FE$, $FA = ED$, $\sphericalangle EFA = \sphericalangle FED$,
 por tanto son congruentes por criterio LAL.



En los $\triangle ABC$ y $\triangle BCD$;
 $AB = BC$, $DC = CD$, $\sphericalangle ABC = \sphericalangle BCD$,
 por criterio LAL; $\triangle ABC \cong \triangle BCD$,
 luego $AC = BD$

Página 115, Clase 1.8



1. En los $\triangle EHG$ y $\triangle FHG$;
 $GE = GF$, porque $\triangle EFG$ es isósceles
 $HG = HG$, es el mismo.
 $\sphericalangle HGE = \sphericalangle HGF$, la figura lo indica,
 por tanto $\triangle EHG \cong \triangle FHG$ por criterio LAL. Con la figura es la única justificación.
2. En los $\triangle ADC$ y $\triangle BDC$;
 $CA = CB$, porque $\triangle ABC$ es isósceles
 $AD = BD$, porque $\triangle ABD$ es isósceles
 $DC = DC$, por tanto por el criterio LLL, $\triangle ADC \cong \triangle BDC$.

Hipótesis: los triángulos ABC y ABD son isósceles.
 Conclusión: $\triangle ADC \cong \triangle BDC$.



- En los $\triangle ACE$ y $\triangle BDF$;
 $AC = AD + DC = BC + CD = BD$,
 porque $AD = BC$.
 $AE = BF$, es hipótesis
 $\sphericalangle EAC = 90^\circ = \sphericalangle FBD$, es hipótesis
 por criterio LAL; $\triangle ACE \cong \triangle BDF$.
- En los $\triangle KIJ$ y $\triangle KMG$;
 $\sphericalangle KIJ = \sphericalangle KMG$, porque $GM \parallel IJ$
 $\sphericalangle JKI = \sphericalangle GKM$, porque son opues-
 tos por el vértice.
 $KI = KM$, es hipótesis
 por criterio ALA; $\triangle KIJ \cong \triangle KMG$.

Página 116, Clase 1.9



- En los $\triangle ACE$ y $\triangle BCD$;
 $AC = AD + DC = BE + EC = BC$,
 porque $AD = BE$ y $DC = EC$ por
 hipótesis.
 $CE = CD$, por hipótesis
 $\sphericalangle ACE = \sphericalangle BCD$,
 por tanto por criterio LAL,
 $\triangle ACE \cong \triangle BCD$
 Hipótesis: en la figura $AD = BE$ y
 $DC = CE$
 Conclusión: $\triangle ACE \cong \triangle BCD$.
- $\triangle BCD$ y $\triangle CAE$; por criterio ALA
 $BC = CA$, porque $\triangle ABC$ es equilá-
 tero.
 $\sphericalangle BCD = 60^\circ = \sphericalangle CAE$, porque $\triangle ABC$
 es equilátero.
 $\sphericalangle DBC = 60^\circ + \theta = 60^\circ + \alpha = \sphericalangle CAE$,
 porque $\triangle ABC$ es equilátero y
 $\theta = \alpha$, ... (1)

 $\triangle ADB \cong \triangle BEC$; por criterio LAL,
 porque $DB = EC$, por (1)
 $BA = CB$, porque $\triangle ABC$ es equilá-
 tero.
 $\theta = \alpha$, por hipótesis ... (2)

De la misma manera se demuestra
 que $\triangle BEC \cong \triangle CFA$.



- Las medidas de dos lados y el án-
 gulo comprendido entre ellos o la
 medida de dos ángulos y el lado
 comprendido entre ellos o la me-
 dida de los tres lados.
 - Todos deberán medir 60°
- Para un triángulo se debe consi-
 derar cualquiera de los tres casos:
 Las medidas de dos lados y el án-
 gulo comprendido entre ellos o la
 medida de dos ángulos y el lado
 comprendido entre ellos o la me-
 dida de los tres lados y construir-
 los todos iguales.

Página 120, Clase 1.1



- Rectángulo y escaleno.
- Escaleno y obtusángulo.
- Equilátero, isósceles y acutángulo.
- Isósceles y acutángulo.
 Base: 6 cm
 Arista: vértice de ángulo 70°
 Ángulos adyacentes: 55° c/u
 Lados opuestos a ángulos adya-
 centes: 5.2 cm c/u.

Página 121, Clase 1.2



- Escaleno, isósceles y equilátero.
- Arista, base, ángulos adyacentes,
 lados opuestos a ángulos adya-
 centes.



- $\sphericalangle B = \sphericalangle C = 72^\circ$
 - $\sphericalangle A = \sphericalangle B = 65^\circ$
 - $\sphericalangle A = \sphericalangle B = 80^\circ$
- $x = 90^\circ$

Página 122, Clase 1.3



- Izquierda: isósceles porque tiene
 dos lados de igual medida.
 Derecha: escaleno porque no tie-
 ne lados de igual medida.
- $\sphericalangle a = \sphericalangle b = 25^\circ$, $\sphericalangle c = \sphericalangle d = 45^\circ$.



- En los $\triangle ABC$ y $\triangle BCD$;
 $AB = AC$... (1) por hipótesis
 $\sphericalangle ABE = \frac{1}{2} \sphericalangle ABC$,
 $\sphericalangle ACD = \frac{1}{2} \sphericalangle ACB$... (2), porque BE
 y CD son bisectrices.

$\sphericalangle ABC = \sphericalangle ACB \dots (3)$
 porque $AB = AC$
 $\sphericalangle ABE = \sphericalangle ACD \dots (4)$ de (2) y (3)
 $\sphericalangle EAB = \sphericalangle DAC \dots (5)$
 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$, de (1), (4) y (5) por
 criterio ALA.
 De donde $BE = CD$, por definición
 de congruencia.

2. En los $\triangle BAM$ y $\triangle BCM$;
 $BA = BC$, por hipótesis
 $MB = MB$, por hipótesis
 $\sphericalangle MBA = \sphericalangle MBC$, BM es bisectriz.
 De donde $\triangle BAM \cong \triangle BCM$ por cri-
 terio LAL, entonces $AM = CM$.

Página 123, Clase 1.4



1. a) $\sphericalangle C = \sphericalangle B = 70^\circ$, $\sphericalangle A = 40^\circ$
 b) $\sphericalangle A = \sphericalangle BCA = 70^\circ$, $\sphericalangle B = 40^\circ$
2. a) Porque $\triangle ADB \cong \triangle ADC$, por
 criterio LAL
 b) Porque AD es mediatriz
 c) Por definición de mediatriz



1. Se necesita que cumpla ambas
 condiciones.

Página 124, Clase 1.5



1. $\sphericalangle C + \sphericalangle B = \sphericalangle DAC \dots (1)$,
 propiedad del ángulo externo de
 un triángulo.
 $\sphericalangle B = \sphericalangle C \dots (2)$, porque $AB = AC$
 $2\sphericalangle C = \sphericalangle DAC \dots (3)$, de (1) y (2)
 $\sphericalangle C = \frac{1}{2}\sphericalangle DAC \dots (4)$, de (3)
 $\frac{1}{2}\sphericalangle DAC = \sphericalangle EAC \dots (5)$, porque AE
 es bisectriz de $\sphericalangle DAC$
 $\sphericalangle C = \sphericalangle EAC$, de (5) y (4)
 Luego $AE \parallel BC$, porque los ángulos
 alternos internos son iguales.

2. $AB = AC \dots (1)$, por hipótesis.
 $AQ = \frac{1}{2}AB$ y $AR = \frac{1}{2}AC \dots (2)$
 porque Q y R son puntos medios.
 $AQ = AR \dots (3)$, de (1) y (2)
 $\sphericalangle A = 60^\circ \dots (4)$, $\triangle ABC$ es equiláte-
 ro.
 $\triangle AQR$ es equilátero $\dots (5)$, de (3)
 y (4)
 Entonces $QR = AQ \dots (6)$ de (4)
 De la misma manera
 $PQ = BP$ y $RP = CR \dots (7)$
 $AQ = BP = CR \dots (8)$, P , Q y R son
 puntos medios de los lados del
 triángulo equilátero.
 $QR = PQ = RP \dots$ de (6), (7) y (8)



1. En el $\triangle ABC$
 $\sphericalangle BAC + \sphericalangle BCA = 180^\circ - 90^\circ$
 $= 90^\circ \dots (1)$, teorema de ángulos
 internos del triángulo.
 $\sphericalangle BAC = \sphericalangle BCA \dots (2)$, dado que
 $BA = BC$.
 $\sphericalangle BCA = 45^\circ \dots (3)$ de (1) y (2)
 $\sphericalangle DCA = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ \dots (4)$
 $\sphericalangle DCA = 30^\circ = \sphericalangle DAC \dots (5)$

Por tanto, $AD = DC$.

2. En el $\triangle AQM$
 $\sphericalangle AQM = \sphericalangle QAC \dots (1)$ porque
 $MQ \parallel AC$.
 $\sphericalangle MAQ = \sphericalangle QAC \dots (2)$ dado que
 AQ es bisectriz.
 $\sphericalangle AQM = \sphericalangle MAQ$, de (1) y (2), lue-
 go $MA = MQ$, por tanto $\triangle AQM$ es
 isósceles.

Página 125, Clase 1.6



1. $\sphericalangle ABM = \sphericalangle MBC = \sphericalangle BCM = \sphericalangle MCA$
 $= 30^\circ$
 $\triangle AMB \cong \triangle AMC$, por criterio LLL
 $MB = MC$, porque en el $\triangle MBC$,
 $\sphericalangle MBC = \sphericalangle MCB$
 $AM = AM$
 $BA = CA$, el $\triangle ABC$ es equilátero.

Por tanto, AM es la bisectriz del
 $\sphericalangle BAC$, luego $\sphericalangle MAB = \sphericalangle MAC = 30^\circ$
 $\sphericalangle AMB = 180^\circ - 30^\circ \times 2 = 120^\circ$
 $\sphericalangle BMC = \sphericalangle CMA$.

1. En los $\triangle ABD$ y $\triangle ACD$
 $\sphericalangle DAB = \sphericalangle DAC$, porque $AB = AC$,
 la mediatriz AD coincide con la bi-
 sectriz.
 $AB = AC$, por hipótesis
 $DA = DA$
 Luego $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ por criterio
 LAL, por tanto $BD = CD$.



1. Recíproco: todo triángulo rectán-
 gulo es triángulo isósceles.
 Contraejemplo: $\triangle ABC$, donde
 $\sphericalangle A = 30^\circ$, $\sphericalangle B = 60^\circ$, y $\sphericalangle C = 90^\circ$.
2. Recíproco: en el triángulo isósce-
 les $\triangle ABC$ donde $AB = AC$, si AD es
 bisectriz del $\sphericalangle A$, entonces AD es
 mediatriz.
 Demostración: ya fue demostrado
 en clase 1.3 de U6 (ver demostra-
 ción).

Página 126, Clase 1.7



1. $\sphericalangle AMN = \sphericalangle ABC$ y
 $\sphericalangle ANM = \sphericalangle ACB \dots (1)$,
 porque $MN \parallel BC$.
 $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ACB \dots (2)$, $AB = AC$
 $\sphericalangle AMN = \sphericalangle ANM$, de (1) y (2)
 Luego $AM = AN$, por tanto $\triangle AMN$
 es isósceles.
2. Recíproco: en $\triangle ABC$, si $\sphericalangle B < 90^\circ$ y
 $\sphericalangle C < 90^\circ$, entonces $\sphericalangle A = 90^\circ$
 Contraejemplo: $\triangle ABC$, donde
 $\sphericalangle B = 40^\circ = \sphericalangle C$, $\sphericalangle A = 100^\circ$.



c) y d) son congruentes, por el cri-
 terio ALA.

Página 127, Clase 1.8



1. Recíproco: en $\triangle ABC$, si $\sphericalangle B < \sphericalangle C$, entonces, $AB > AC$.
2. a) y d) son congruentes, por el criterio "hipotenusa y un ángulo agudo".



- a) y c) son congruentes, por el criterio "hipotenusa y un ángulo agudo".
- b) y d) son congruentes, por el criterio "un cateto y la hipotenusa".

Página 128, Clase 1.9



1. $\triangle ABC \cong \triangle DBC$, por el criterio "un cateto y la hipotenusa".
 $\triangle DBC \cong \triangle CED$, por el criterio LAL
2. $\triangle ABE \cong \triangle DCE$, por el criterio "un ángulo agudo y la hipotenusa".



Condición necesaria: no hay
 Condición suficiente: no hay

Página 129, Clase 1.10



1. La hipotenusa y un ángulo agudo de igual medida, y la hipotenusa y un cateto de igual medida.
 Ej. $\triangle ABC$ y $\triangle DEF$, $\sphericalangle C = \sphericalangle F = 90^\circ$.
2. A es suficiente para B, pero no es necesaria.



- a) A es suficiente para B, pero no es necesaria.
- b) A es necesaria y suficiente para B.

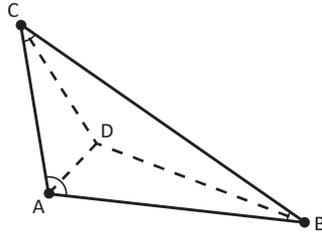
- c) A es suficiente para B, pero no es necesaria.
2. a) $\triangle ABC$ es equilátero es una condición suficiente para que $\triangle ABC$ sea isósceles.
- b) $\triangle ABC$ es isósceles es una condición necesaria para que $\triangle ABC$ sea equilátero.

Página 130, Clase 1.11



- a) Necesaria y suficiente
 b) Necesaria y suficiente



1. 
2. $x = 119^\circ$

Página 133, Clase 2.1



1. Paralelogramo: b), d), e), h) tienen dos pares de lados opuestos paralelos.
2. Parece que coincide con la figura original, lo que significa que $AO = CO$ y $BO = DO$.

Página 134, Clase 2.2



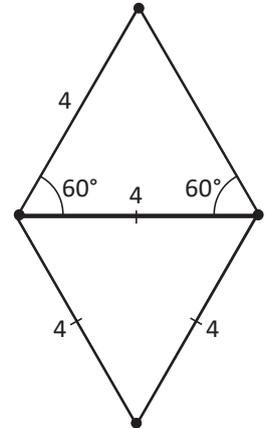
1. La pizarra es un rectángulo, las ventanas son rectángulos, los ladrillos del piso son cuadrados, etc.



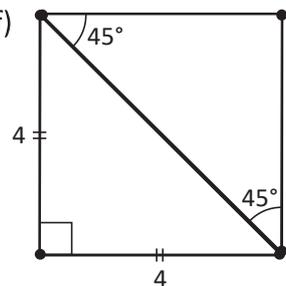
1. Paralelogramos:
 a) todos los ángulos miden 90° y todos los lados miden 6 cm.

- d) $x = 124^\circ$, $y = 56^\circ$; los lados horizontales miden 5 cm y los otros lados 4 cm.
- e) Todos los ángulos miden 90° , los lados horizontales 4 cm y los verticales 2 cm.

2. a) y d)



- b) y f)



Página 135, Clase 2.3

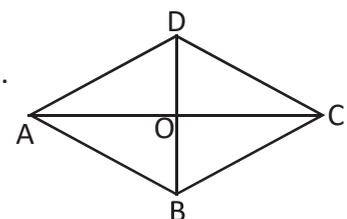


1. Es un cuadrilátero que tiene dos pares de lados opuestos paralelos.
2. Los lados y los ángulos opuestos son iguales, los ángulos consecutivos son suplementarios.



1. $x = BO = 5$, $y = CD = 8$

- 2.



Sea ABCD paralelogramo y AC la bisectriz del $\sphericalangle A$ y $\sphericalangle C$,
 $\sphericalangle A = \sphericalangle C \dots (1)$, porque ABCD es paralelogramo.

$\sphericalangle DAC = \frac{1}{2} \sphericalangle A$ y $\sphericalangle DCA = \frac{1}{2} \sphericalangle C \dots (2)$
 dado que AC es bisectriz.

$\sphericalangle DAC = \sphericalangle DCA \dots (3)$ de (1) y (2)

$DA = DC \dots (4)$ de (3)

$AB = CD, DA = BC \dots (5)$, porque ABCD es un paralelogramo.

Luego $CB = DA = DC = AB$, de (4) y (5); de donde se concluye que ABCD tiene sus cuatro lados iguales y por tanto es un rombo.

Página 136, Clase 2.4

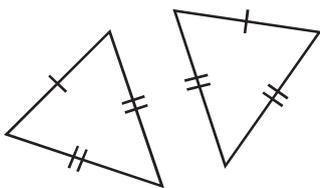


- $x = 45^\circ, y = 135^\circ, a = 6 \text{ cm}$ y $b = 4 \text{ cm}$.
 - $x = y = 90^\circ, a = 3 \text{ cm}, b = 4 \text{ cm}$
 - $x = 145^\circ, y = 35^\circ, a = 5 \text{ cm}$ y $b = 3 \text{ cm}$.
- $x = 5 \text{ cm}, y = 12 \text{ cm}$.



- Son paralelogramos: a), b), d) todos tienen lados opuestos de igual medida.

2.



Estos dos triángulos son congruentes, al unirlos se forma un paralelogramo cuyos lados opuestos son de igual medida.

Página 137, Clase 2.5



- $x = CD = 6 \text{ cm}, y = OD = 4 \text{ cm}$
- $CN = \frac{1}{2}A \dots (1)$, propiedad de diagonales
 $NC = \frac{1}{2}BF \dots (2)$, dado que ABCD y BEFC son congruentes.
 $CN = BM$.

De igual manera se justifica que $BN = CM$, de donde se concluye que BMCN es un paralelogramo por tener sus lados opuestos iguales.



- $y = 4x$ y $6x = z$,
 $6x + 4x = 180^\circ$, por tanto $x = 18^\circ$
 $y = 72^\circ, z = 108^\circ$.
 - $6x + 20^\circ = 12x - 40^\circ, y = z$,
 $6x + 20^\circ + y = 180^\circ$, por tanto,
 $x = 10^\circ, y = z = 100^\circ$.
- $2x + 30^\circ = 6x - 90^\circ, x = 30^\circ$, cada ángulo mide 90° .

Página 138, Clase 2.6



- Porque los lados opuestos tienen la misma medida respectivamente.
- $5x - 5^\circ = 4x + 25^\circ, y = z$,
 $5x - 5^\circ + y = 180^\circ$, por tanto,
 $x = 30^\circ, y = z = 150^\circ$.



- Por condición 5.
 - Por condición 2.
 - Por condición 3 o 6.
 - Por condición 4.
- $x + 40^\circ = 3x - 20^\circ$, entonces $x = 30^\circ$, por tanto las medidas de los ángulos del cuadrilátero son: $70^\circ, 110^\circ, 70^\circ$ y 110° .

Página 139, Clase 2.7



- Porque los ángulos opuestos son iguales respectivamente.
- Porque dos lados opuestos son paralelos y congruentes.



- $5y + 6 = x, 5y + 6 = y + 20$, por tanto $x = \frac{47}{2}, y = \frac{7}{2}$.
- En los $\triangle ABO$ y $\triangle ADO$,
 $OA = OA$
 $BO = DO$, porque ABCD es paralelogramo.
 $AB = AD$, porque ABCD es un rombo.
 Por lo tanto $\triangle ABO \cong \triangle ADO$ por criterio LLL; entonces $\sphericalangle BAO = \sphericalangle DAO$
 De la misma manera demostrar la congruencia de los pares de ángulos para cada uno de los vértices restantes.
- En los $\triangle AEB$ y $\triangle DEC$,
 $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90^\circ$, ABCD es un rectángulo.
 $BA = CD$, porque ABCD es un paralelogramo.
 $EB = EC$, por hipótesis
 $\triangle AEB \cong \triangle DEC$, por criterio hipotenusa y cateto de triángulo rectángulo, de donde se concluye que $AE = DE$.

Página 140, Clase 2.8



- $AB = DC$, y
 $AD = AE + ED = CF + FB = CB$, por lo que tiene dos pares de lados opuestos iguales, de donde se concluye que es un paralelogramo.
- $x - 2 = 2x - 10$, por ser paralelogramo, por tanto $x = 8$.

$AC = 10 = BD \dots (1)$
 En los $\triangle ABC$ y $\triangle DCB$,
 $AB = DC$, ya se justificó antes
 $BC = CB$, es el mismo
 $CA = BD$, de (1)
 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$, por criterio LLL
 Luego $\sphericalangle ABC = \sphericalangle DCB \dots (2)$
 $\sphericalangle ABC + \sphericalangle DCB = 180^\circ \dots (3)$, porque
 $ABCD$ es un paralelogramo,
 $\sphericalangle ABC = \sphericalangle DCB = 90^\circ$, de (2) y (3)
 de la misma manera se demuestra
 que $\sphericalangle BAD = \sphericalangle CDA = 90^\circ$.



1. D es el punto medio de la hipotenusa, por lo tanto $AD = DC = BD$, luego $2x = \frac{1}{3}y = 20$, de donde se obtiene que $x = 10$, $y = 60$.
2. $x + y = 15$, $x = \frac{1}{3}(x + y)$, de donde se obtiene que $x = 5$, $y = 10$.

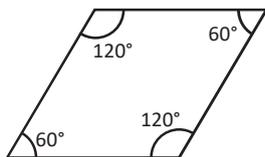
Página 141, Clase 2.9



1. Como $BA = BC$ y $\sphericalangle B = 60^\circ$, $\triangle ABC$ es equilátero, entonces $3x - 7 = y = 20$, de donde se tiene que $x = 9$, $y = 20$.
2. $5x = \frac{1}{5}y = 15$, de donde se tiene que $x = 3$, $y = 75$.



- a) Un paralelogramo es rectángulo.
 Contraejemplo



- b) Un paralelogramo con ángulos iguales es rectángulo. Cierto.

- c) Un paralelogramo equilátero es un rombo. Cierto.
 d) Un cuadrilátero que es rectángulo y rombo, a la vez es un cuadrado. Cierto.

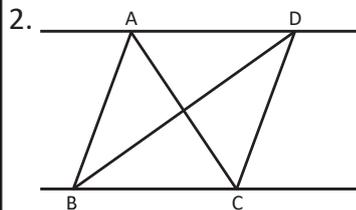
Página 142, Clase 2.10



1. $2y + 10 = 2x + 4 = 2(x + y)$, de donde se tiene que $x = 5$, $y = 2$.
2. Un cuadrilátero cuyas diagonales bisecan los ángulos opuestos es un paralelogramo.



1. Los triángulos que tienen la misma base
 Base EF: $\triangle AEF$, $\triangle BEF$ y $\triangle CEF$
 Base AB: $\triangle EAB$ y $\triangle FAB$
 Base BC: $\triangle EBC$ y $\triangle FBC$
 Base AC: $\triangle EAC$ y $\triangle FAC$



Base BC: $\triangle ABC$ y $\triangle DBC$

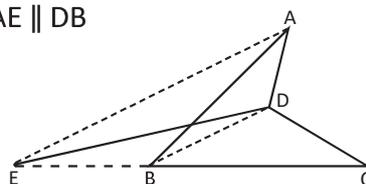
Página 143, Clase 2.11



1. El cuadrilátero cuyos ángulos son rectos es un rectángulo.
2. El área del $\triangle ABD$ es igual al área de $\triangle ABC$ igual $\frac{15}{2}$ cm.



$AE \parallel DB$

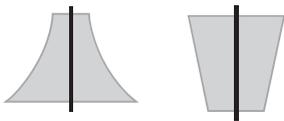


Unidad 7

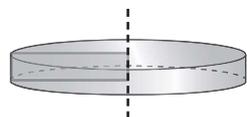
Página 148, Clase 1.1



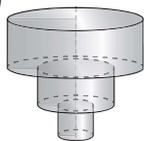
1.



2. a)



b)



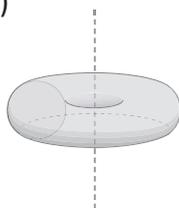
c)



Página 149, Clase 1.2



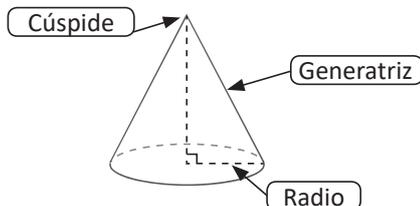
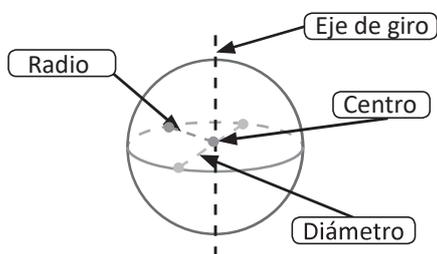
1. a)



b)



2.



Página 150, Clase 2.1



Cono: generatriz, base, radio, cúspide, altura.
Esfera: centro, radio, cuerda, diámetro, polo.



1. a) $V = 16\pi \text{ cm}^3$ b) $V = 84 \text{ cm}^3$
c) $V = 36\pi \text{ cm}^3$
2. a) $V = 200 \text{ cm}^3$ b) $V = 735 \text{ cm}^3$

Página 151, Clase 2.2



1. a) $V = 24\pi \text{ cm}^3$ b) $V = 10 \text{ cm}^3$
c) $V = 48 \text{ cm}^3$



1. a) $V = 96 \text{ cm}^3$ b) $V = 2080 \text{ cm}^3$
c) $V = 36 \text{ cm}^3$
2. $V = 27 \text{ cm}$

Página 152, Clase 2.3



1. $V = 300\pi \text{ cm}^3$
2. $V = 576 \text{ cm}^3$
3. $A_B = 25 \text{ cm}^2$



1. a) $V = 240 \text{ cm}^3$, $V_{\text{pirámide}} = 160 \text{ cm}^3$
b) $V = 144 \text{ cm}^3$, $V_{\text{pirámide}} = 96 \text{ cm}^3$
2. $V = 50 \text{ cm}^3$

Página 153, Clase 2.4



1. $V = 112 \pi \text{ cm}^3$
2. $r = 3 \text{ cm}$
3. $V = 112 \text{ cm}^3$



1. a) $V = 24\pi \text{ cm}^3$ $V_{\text{cono}} = 8\pi \text{ cm}^3$
b) $V = 405\pi \text{ cm}^3$ $V_{\text{cono}} = 135\pi \text{ cm}^3$
2. a) $V = 21\pi \text{ cm}^3$ b) $V = 45\pi \text{ cm}^3$
3. $h = 9 \text{ cm}$

Página 154, Clase 2.5



1. $V = 24 \text{ cm}^3$
2. $V = 64\pi \text{ cm}$



1. $V = \frac{500}{3}\pi \text{ cm}^3$
2. $V = 2304\pi \text{ cm}^3$
3. $V = 144\pi \text{ cm}^3$

Página 155, Clase 3.1



1. $V = \frac{28}{3}\pi \text{ cm}^3$
2. $V = \frac{4000}{3}\pi \text{ cm}^3$



1. $V = 72\pi \text{ cm}^3$
2. $V = 1872\pi \text{ cm}^3$

Página 158, Clase 4.1



1. $V = 1152\pi \text{ cm}^3$
2. $V = 48\pi \text{ cm}^3$



1. $L = 4\pi \text{ cm}$
2. $L = 16\pi \text{ cm}$
3. $L = 6\pi \text{ cm}$

Unidad 8

Página 159, Clase 4.2



1. $L = \frac{7}{2}\pi$ cm
2. $L = 12\pi$ cm



1. $\theta = 300^\circ$
2. $r = 2$ cm
3. $g = 36$ cm
4. $g = \frac{20}{3}$ cm o 6.67 cm

Página 160, Clase 4.3



1. $L = 10\pi$ cm
2. $\theta = 90^\circ$



1. $A_{Lateral} = 65\pi$ cm², $A_{Total} = 90\pi$ cm²
2. $g = 16$ cm
3. $A_{Lateral} = 60\pi$ cm², $A_{Total} = 96\pi$ cm²

Página 161, Clase 4.4



1. $g = 48$ cm
2. $A_{Lateral} = 136\pi$ cm², $A_{Total} = 200\pi$ cm²



1. $A_{superficial} = 576\pi$ cm²
2. $r = 3$ cm
3. $A_{superficial} = 32\pi$ cm² (parte curva de la semiesfera)

Página 162, Clase 5.1



1. $A_{Lateral} = 260\pi$ cm²,
 $A_{Total} = 360\pi$ cm²
2. $A_{superficial} = 100\pi$ cm²



1. $A_{semiesfera} = 18\pi$ cm²
 $A_{Lateral} = 90\pi$ cm², $A_{base} = 9\pi$ cm²
 $A_{Total} = 117\pi$ cm²
2. $A_{semiesfera} = 128\pi$ cm²
 $A_{cono} = 136\pi$ cm²
 $A_{Total} = 264\pi$ cm²

Página 166, Clase 1.1



1. a)

		40		
		35		
		35		
		40		
	25	35		
16	34	40		55
20	30	40	45	55
20	30	35	50	55
21	30	35	50	62
21	30	39	45	64
15-25	25-35	35-45	45-55	55-65

- b) En el grupo de 35 a 45.
- c) 5 días
- d) 20 días

2. a)

	120,115			
	140,125			
	140,135			
	130,115			
	115,120			
100	125,140			
90	140,134	160	200	
80	120,125	160	205	250
90	125,130	150	215	225
80-115	115-150	150-185	185-220	220-255

- b) En el grupo de 115 a 150.
- c) 1 día, se vendieron 250 pupusas.
- d) 5 días

Página 167, Clase 1.2



1. a) En la siguiente página.
- b) En el grupo de \$1,080 - 1,285 y \$1,285 - \$1,490.
- c) 9 días.
- d) 21 días.

a)

	1,175	1,430		
	1,170	1,350		
	1,235	1,342		
	1,150	1,475	1,625	
	1,235	1,425	1,635	1,850
	1,205	1,310	1,530	1,840
900	1,120	1,345	1,625	1,875
875	1,230	1,340	1,520	1,841
875 a	1,080	1,285	1,490	1,695
1,080	1,285	1,490	1,695	1,900



1.

Asistencia	Julia	Miguel
16 - 19	2	1
16 - 22	4	5
22 - 25	6	7
25 - 28	9	8
28 - 31	9	9
Total	30	30

2. La sección de Julia tiene mayor asistencia, se evidencia en las últimas 2 clases.

Página 168, Clase 1.3



a)

	130			
	117	152		
	120	147		
	123			174
	131	143		187
	112	135	162	175
	115	134	165	184
	123	142	153	184
90	123	140	162	175
90-111	111-132	132-153	153-174	174-195

b) En el grupo de 111 - 132.

c) Durante 10 días.

d) Durante 10 días.

e)

Cientes	Días
90 - 111	1
111 - 132	9
132 - 153	7
153 - 174	4
174 - 195	6
Total	27



1. a) 20

b) Punto medio = $\frac{20 + 0}{2} = 10$.

Puntajes	Número de estudiantes	Punto medio
	f	Pm
0 - 20	15	10
20 - 40	35	30
40 - 60	25	50
60 - 80	15	70
80 - 100	10	90
Total	100	

c) La frecuencia es 25.

Página 169, Clase 1.4



1.

Piezas producidas	Número de días	Punto medio
	f	Pm
130 - 154	4	142
154 - 178	7	166
178 - 202	8	190
202 - 226	9	214
226 - 250	9	238
Total	37	

2. 26 días.

3. 19 días.

4. En los grupos 202 - 226 y 226 - 250.

5. Ancho de clases: 24.

7. La frecuencia es 8.

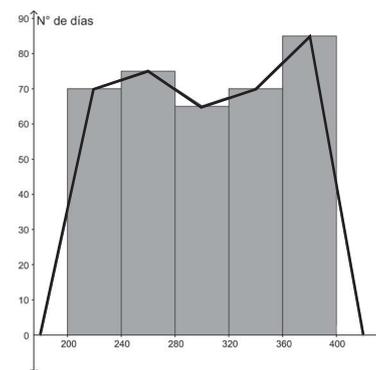


1. c) Hay 70 días que empacó 220 bolsas en promedio y también 70 días empacó un promedio de 340 bolsas.

b)

Cantidad de bolsas	Número de días	Punto medio
	f	Pm
200 - 240	70	220
240 - 280	75	260
280 - 320	65	300
320 - 360	70	340
360 - 400	85	380
Total	365	

a) y d)

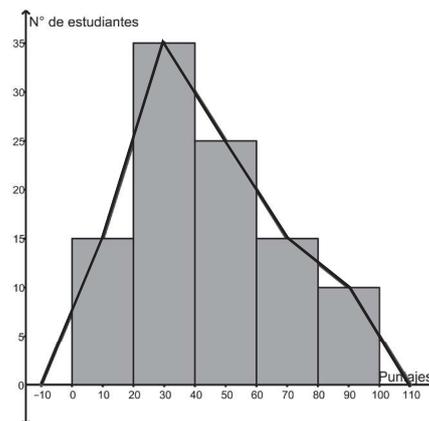


2. b)

Puntajes	Número de estudiantes	Punto medio
	f	Pm
0 - 20	15	10
20 - 40	35	30
40 - 60	25	50
60 - 80	15	70
80 - 100	10	90
Total	100	

c) Hay 35 estudiantes que obtuvieron un promedio de 30 puntos.

a) y d)



Página 171, Clase 1.5



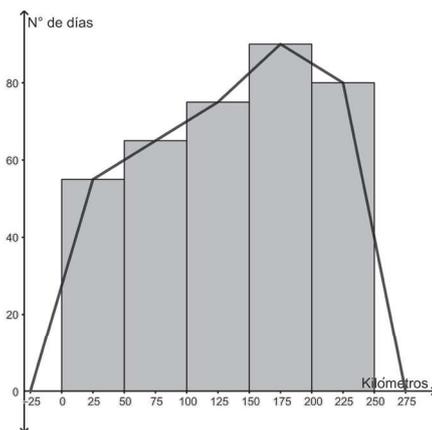
1. Ancho de clases: 50

Kilómetros	Número de días	Punto medio
	<i>f</i>	<i>Pm</i>
0 - 50	55	25
50 - 100	65	75
100 - 150	75	125
150 - 200	90	175
200 - 250	80	225
Total	365	

3. Frecuencia: 65

5. Los datos son bastante dispersos hay distancias cortas y largas que ha recorrido el taxi.

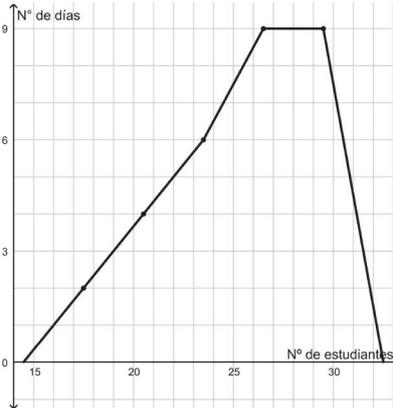
4. y 6.



1. y 2.

Total de estud.	Sección A días	Frec. relat.	Frec. relat. Porc.	Punto medio
	<i>f</i>	<i>f_r</i>	<i>f_r%</i>	<i>Pm</i>
16 - 19	2	0.07	7%	17.5
19 - 22	4	0.13	13%	20.5
22 - 25	6	0.20	20%	23.5
25 - 28	9	0.30	30%	26.5
28 - 31	9	0.30	30%	29.5
Total				

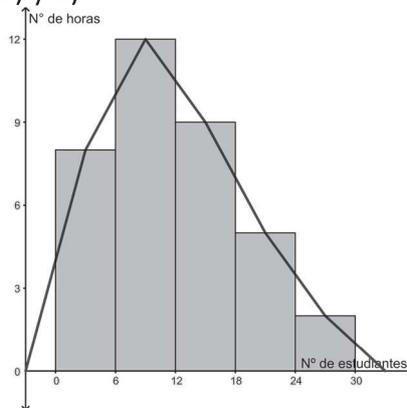
3.



Página 172, Clase 1.6



1. a) y d)



b) El gráfico tiene la forma de una montaña con una colina hacia un lado, lo que indica que los datos se concentran a la izquierda de la distribución.

Total de estud.	N° de horas	Punto med.	Frec. rel.	Frec. rel. porc.
	<i>f</i>	<i>Pm</i>	<i>f_r</i>	<i>f_r%</i>
0 - 6	8	3	0.22	22%
6 - 12	12	9	0.33	33%
12 - 18	9	15	0.25	25%
18 - 24	5	21	0.14	14%
24 - 32	2	28	0.06	6%
Total	36		1.0	100%

2. a) Ver la tabla.

- b) 26%
- c) 51%
- d) 25 años

Edad (años)	Casos	Punto medio	Porcentaje de casos
	<i>f</i>	<i>Pm</i>	<i>f_r%</i>
10 - 19	7092	15	20%
20 - 29	11026	25	31%
30 - 39	8554	35	24%
40 - 49	5999	45	17%
50 - 59	3190	55	9%
Total			100%

Página 176, Clase 2.1



Unidad 1:

- a) 100, 125, 135, 140, 150, 150, 150, 170, 175, 180.
- b) Min: 100, Máx: 180
- c) 150
- d) 150 e) 147.5

Unidad 2:

- a) 100, 140, 140, 150, 160, 170, 175, 175, 180, 190
- b) Mín: 100 Máx: 190
- c) 165
- d) 140 y 175, aparecen igual cantidad de veces.
- e) 158
- f) Sí, la unidad 2 ha generado un mayor ingreso promedio.

Página 177, Clase 2.2



Turno matutino:

- a) 125, 130, 135, 140, 145, 145, 150, 150, 150, 150.
- b) Mín: 125, Máx: 150 c) 145
- d) 150 e) 142

Turno vespertino:

- a) 95, 100, 100, 100, 103, 104, 105, 105, 105, 107
- b) Mín: 95, Máx: 107
- c) 103.5
- d) 100 y 105
- e) 102.4



Sección A

a)

Asistencia sección A	Nº de días	Punto medio	$f \times Pm$
	f	Pm	
16 - 19	2	17.5	35
19 - 22	4	20.5	82
22 - 25	6	23.5	141
25 - 28	9	26.5	238.5
28 - 31	9	29.5	265.5
Total	30		762

b) Media aritmética = 25.4

Sección B

a)

Asistencia sección B	Nº de días	Punto medio	$f \times Pm$
	f	Pm	
16 - 19	1	17.5	17.5
19 - 22	5	20.5	102.5
22 - 25	7	23.5	164.5
25 - 28	8	26.5	212
28 - 31	9	29.5	265.5
Total	30		762

b) Media aritmética = 25.4

c) La asistencia media es igual.

Página 178, Clase 2.3



1. a) 6, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 9, 10, 10
 b) Mínimo: 6, Máximo: 10
 c) 7.5 d) 7 e) 7.8

2. a)

Cantidad de bolsas	Nº de días	Punto medio	$f \times Pm$
	f	Pm	
200 - 240	70	220	15 400
240 - 280	75	260	19 500
280 - 320	65	300	19 500
320 - 360	70	340	23 800
360 - 400	85	380	32 300
Total	365		110 500

b) Media aritmética = 302.74



a) Depende del monto a pagar, si es mayor a 50 dólares conviene el descuento del 20%, y si es menor entonces el descuento de 10 dólares.

b) A partir de 50 dólares.

Página 179, Clase 2.4



1. a)

Puntajes	Nº de estud.	Punto medio	$f \times Pm$
	f	Pm	
0 - 20	15	10	150
20 - 40	35	30	1 050
40 - 60	25	50	1 250
60 - 80	15	70	1 050
80 - 100	10	90	900
Total	100		4 400

b) Media aritmética = 44.

2. Entregar 250 dólares más, pues si les aumentan el 9% deberán entregar en promedio 252 dólares adicionales, lo que implica un mayor esfuerzo para ellos y más ganancias para el banco.



Cantidad de bolsas	Nº de días	Datos acumulados
	f	
200 - 240	70	70
240 - 280	75	145
280 - 320	60	205
320 - 360	70	275
360 - 400	85	360
Total	360	

a) Moda: 380

b) Mediana: 300

Página 180, Clase 2.5



1. Aumentar un punto, pues con el 10%, solamente si se saca 10, tendrá un punto.

2.

Puntajes	Nº de estud.	Datos acumulados
	f	
0 - 20	15	15
20 - 40	35	50
40 - 60	25	75
60 - 80	15	90
80 - 100	10	100
Total	100	

a) Moda: 30

b) Mediana: 30



Serie A: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

Mediana: 6, $\mu = 6$

Serie B: 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20

Mediana: 12, $\mu = 12$

Serie C: 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13

Mediana: 9, $\mu = 9$

Todas las series carecen de moda; pues todos los datos aparecen una vez.

a) La mediana y la media aritmética coinciden y las tres series tienen la característica de estar formadas por números sucesivos, y para el caso de la serie B también son pares.

b) $5 \times A$: 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50

Mediana: 30, $\mu = 30$

La mediana y la media aritmética también quedan multiplicadas por 5.



1.

Total de estudiantes Sección A	N° de días	Datos acumulados
	<i>f</i>	
16 - 19	2	2
19 - 22	4	6
22 - 25	6	12
25 - 28	9	21
28 - 31	9	30
Total	30	

- a) Moda: 26.5 y 29.5, ambas clases tienen igual frecuencia.
b) Mediana: 26.5.

Total de estudiantes Sección B	N° de días	Datos acumulados
	<i>f</i>	
16 - 19	1	1
19 - 22	5	6
22 - 25	7	13
25 - 28	8	21
28 - 31	9	30
Total	30	

- a) Moda: 29.5 b) Mediana: 26.5
Ambas secciones tienen igual mediana y moda con la diferencia que la sección A es bimodal.
2. a) Ventas promedio por empleados:
Carmen: 407.1
Miguel: 432.9
Ana: 457.1
- b) Venta promedio por día
lun: 316.7, mar: 300, mier: 366.7, juev: 416.7, vier: 433.3, sab: 610, dom: 583.3
- c) Carmen:
moda = 400, med = 400
Miguel:
moda = 450, med = 450
Ana:
No tiene moda, med = 450
- d) Para Carmen y Miguel la moda coincide con la mediana, y ninguno de los 3 coincide con la media aritmética.



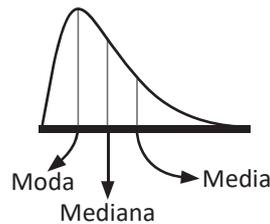
1. Gráfica 1

- a) Valor aproximado de la moda 37.5
b) Como el polígono de frecuencia es simétrico, los valores de la media, moda y mediana coinciden.

Gráfica 2

- a) Valor aproximado de la moda 40
b) Como el polígono de frecuencia es asimétrico con cola a la izquierda, se puede concluir que $media < mediana < moda$

2. $media > mediana > moda$, que es equivalente a $moda < mediana < media$



Página 185, Clase 3.1



1. a) 7.7 b) 8.3
c) 9.4 d) 4.6
e) 5.67 f) 3.33
g) 2.36 h) 2.85
2. Del a) hasta el d), el valor absoluto del margen de error es 0.05, y del e) al h) es de 0.005.
3. a) $7.65 \leq 7.7 < 7.75$
b) $8.25 \leq 8.3 < 8.35$
c) $9.35 \leq 9.4 < 9.45$
d) $4.55 \leq 4.6 < 4.65$
e) $5.665 \leq 5.67 < 5.675$
f) $3.325 \leq 3.33 < 3.335$
g) $2.355 \leq 2.36 < 2.365$
h) $2.845 \leq 2.85 < 2.855$



1. a) 4.4 b) 12.4
c) 8.23 d) 18.64
2. Del a) y b), el valor absoluto del margen de error es 0.05 y del c) al d) es de 0.005
3. a) $4.35 \leq 4.4 < 4.45$
b) $12.35 \leq 12.4 < 12.45$
c) $8.225 \leq 8.23 < 8.235$
d) $18.635 \leq 18.64 < 18.645$



- a) 7.052×10^2 b) 8.45×10^4
c) 5.4×10^5 d) 5.967×10^9

Página 187, Clase 3.3



1. a) i) 1.0 ii) 23.8
 iii) 4.27 iv) 7.21
- b) Del i) y ii), el valor absoluto del margen de error es 0.05, y del iii) al iv) es de 0.005.
- c)
i) $0.95 \leq 1.0 < 1.05$
ii) $23.75 \leq 23.8 < 23.85$
iii) $4.265 \leq 4.27 < 4.275$
iv) $7.205 \leq 7.21 < 7.215$

2. a) 5.074×10^2 b) 6.975×10^5
c) 9.8×10^5 d) 7.963×10^8



1. a) 5 934 456 500
b) 5 934 000 000
c) 5.934×10^9
2. a) 1 392 000
b) 1 392 000
c) 1.392×10^6