Unidad 2. Raíz cuadrada

Competencia de la Unidad

Conocer el sentido, representación y definición de raíces cuadradas, realizando operaciones algorítmicas y de simplificación para poder enfrentarse a futuros problemas matemáticos y del entorno.

Relación y desarrollo

Séptimo grado

Unidad 1: Números positivos, negativos y el cero
- Números positivos, negativos y el cero
- Orden y valor absoluto de los números

Unidad 2: Suma y resta de números positivos, negativos y el cero
- Suma de números positivos, negativos y el cero
- Resta de números positivos, negativos y el cero
- Sumas y restas combinadas de números positivos, negativos y el cero

Unidad 3: Multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero
- Multiplicación y división de números positivos, negativos y el cero
- Operaciones combinadas
- Números primos y compuestos

Noveno grado

Unidad 2: Raíz cuadrada
- Raíz cuadrada y números reales
- Operaciones con raíces cuadradas

Unidad 3: Ecuación cuadrática
- Ecuación cuadrática
- Aplicaciones de la ecuación cuadrática

Primer año de bachillerato

Unidad 1: Números reales
- Números reales

Plan de estudio de la Unidad

Lección	Horas	Clases
1. Raíz cuadrada y números reales	1	1. Sentido y símbolo de la raíz cuadrada
	1	2. Representación de números con el símbolo de raíz cuadrada
	1	3. Raíces cuadradas de un número
	1	4. Orden de las raíces cuadradas
	1	5. Números racionales e irracionales
	1	6. Conversión de números decimales a fracción
	1	7. Definición de los números reales
	2	8. Practica lo aprendido
2. Operaciones con raíces cuadradas	1	1. Multiplicación de raíces cuadradas
	1	2. División de raíces cuadradas
	1	3. Expresión de números sin el símbolo de radical
	1	4. Multiplicación de un número racional con una raíz cuadrada
	1	5. Simplificación de raíces cuadradas inexactas
	1	6. Multiplicación de raíces cuadradas utilizando simplificación
	1	7. Racionalización de denominadores
	1	8. Suma y resta de raíces cuadradas
	1	9. Suma y resta de raíces cuadradas utilizando simplificación y racionalización
	1	10. Operaciones combinadas de raíces cuadradas

Lección	Horas	Clases
	1	11. Operaciones combinadas de raíces cuadradas
	2	12. Practica lo aprendido
	1	13. Resolución de problemas con números reales
	1	14. Practica lo aprendido
	1	Prueba de la Unidad 2

24 horas clase + prueba de la Unidad 2

Puntos esenciales de cada lección

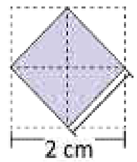
Lección 1: Raíz cuadrada y números reales
En esta lección es importante hacer la diferencia entre el concepto de raíz cuadrada de un número y las raíces cuadradas de un número, en donde esencialmente se debe analizar la raíz cuadrada como la representación de números irracionales y las raíces cuadradas como solución de una ecuación cuadrática. Además, en este momento se introducirá la definición de números reales, la cual será básica para el desarrollo de temáticas sobre funciones, teorema de Pitágoras, entre otros.

Lección 2: Operaciones con raíces cuadradas
Determinar la forma de realizar las operaciones básicas con raíces cuadradas, comenzando por la multiplicación, división, suma y resta. Además se introducen los conceptos de simplificación de raíces cuadradas (utilizando la descomposición en factores primos) y racionalización de denominadores.

1.1 Sentido y símbolo de la raíz cuadrada

P

La siguiente figura está formada por 4 cuadrados de 1 cm de lado, y se forma el cuadrado interior como se muestra en la figura:



Piensa un número que al elevar al cuadrado da 2

El área del cuadrado se calcula: $A = L^2$

¿Cuánto mide el área y el lado del cuadrado formado en el interior?

S

El área del cuadrado está formada por la mitad del área de cada cuadrado de 1 cm, entonces el área del cuadrado interior es **2 cm²**.

Probando si existe algún número conocido que al elevar al cuadrado dé como resultado 2.

Probando para 1:	$1^2 = 1 < 2$	Probando para 2:	$2^2 = 4 > 2$	El valor está entre 1 y 2.
Probando para 1.4:	$1.4^2 = 1.96 < 2$	Probando para 1.5:	$1.5^2 = 2.25 > 2$	El valor está entre 1.4 y 1.5.
Probando para 1.41:	$1.41^2 = 1.9881 < 2$	Probando para 1.42:	$1.42^2 = 2.0164 > 2$	El valor está entre 1.41 y 1.42.
Probando para 1.414:	$1.414^2 = 1.9993 < 2$	Probando para 1.415:	$1.415^2 = 2.002 > 2$	El valor está entre 1.414 y 1.425.

Finalmente no es posible escribir un número decimal que al elevarlo al cuadrado resulte 2.

Entonces, por convención, el lado del cuadrado con área 2 será representado por **$\sqrt{2}$ cm.**

C

El símbolo $\sqrt{}$ representa un número **no negativo** que al elevarlo al cuadrado da como resultado el número que está dentro del símbolo.

Se denota con el símbolo $\sqrt{}$ que se llama **radical** y se lee "raíz cuadrada". El número dentro del radical se llama **radicando**.

Radical → $\sqrt{a}$ ← Radicando

Por ejemplo: $\sqrt{3}$ se lee "raíz cuadrada de tres" y representa un número que al elevarlo al cuadrado da como resultado 3.

$$(\sqrt{3})^2 = 3$$

Se observa que no es posible escribir un número decimal que al elevarlo al cuadrado resulte 3.

E

¿Qué número está siendo representado al elevar al cuadrado la siguiente expresión?

$\sqrt{\frac{2}{5}}$ Al elevar al cuadrado $\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2$ representa el número $\frac{2}{5}$. Por tanto:

$$\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2 = \frac{2}{5}$$

1. Determina cuánto miden los lados de los siguientes cuadrados:

a) 5 cm² — $\sqrt{5}$ cm

b) 3 cm² — $\sqrt{3}$ cm

c) $\frac{2}{3}$ cm² — $\frac{2}{3}$ cm

d) 2.3 cm² — $\sqrt{2.3}$ cm

2. Determina qué número está siendo representado al elevar al cuadrado las siguientes expresiones:

a) $\sqrt{7}$ b) $\sqrt{13}$ c) $\sqrt{\frac{3}{5}}$ d) $\sqrt{0.2}$

Representa un número positivo que cumple:

$(\sqrt{7})^2 = 7$ $(\sqrt{13})^2 = 13$ $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 = \frac{2}{3}$ $(\sqrt{0.2})^2 = 0.2$

34

Indicador de logro

1.1 Utiliza el símbolo de radical para representar un número.

Secuencia

Los estudiantes hasta esta clase han trabajado en el conjunto de los números racionales sin que se defina formalmente este conjunto. Para esta clase se aprovechará el conocimiento del área del cuadrado para introducir la idea de números decimales infinitos no periódicos (irracionales).

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Utilizar desigualdades para realizar aproximaciones del valor del lado de un cuadrado cuya área es 2 y determinar que es imposible expresarlo como número decimal. Utilizar la figura para mostrar que los números irracionales existen y observar que el área del cuadrado morado es menor que el área del cuadrado punteado de lado 2 y mayor que el área de un cuadrado de lado 1. Para ver que el área del cuadrado morado es 2, utilizar que la figura está formada por la mitad de cada cuadrado pequeño que forma el cuadrado de área 4.

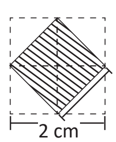
Ⓒ Establecer lo que simboliza un **radical**, haciendo énfasis en que es la única forma de representar algunos números de manera exacta (con decimales solo se puede hacer aproximaciones a estos números). Además, hay que definir la forma en que se expresan estos números, y cómo se llama cada parte (radical y radicando) que se utilizará cuando se establezcan los algoritmos para operar números expresados con radical.

Ⓔ Enfatizar que el símbolo $\sqrt{\ }$ no representa un número negativo, por ejemplo: $\sqrt{4} = \pm 2$ es un error, es decir, $\sqrt{x^2} = x$ es un error si $x < 0$. Además si se cumple que $x^2 = a$, no necesariamente $x = \sqrt{a}$, también puede ser $x = -\sqrt{a}$.

Posibles dificultades:
Ver que el área del cuadrado morado es 2; hacer un procedimiento de prueba y error para determinar que siempre es posible encontrar otro decimal y que no hay un patrón para determinar un número específico.

Fecha: **U2 1.1**

Ⓟ Determina el área y el lado del cuadrado sombreado.



Ⓢ El área del cuadrado sombreado es 2 cm^2.

$1^2 < 2 < 2^2$	El lado está entre 1 y 2.
$1.4^2 < 2 < 1.5^2$	El lado está entre 1.4 y 1.5
$1.41^2 < 2 < 1.42^2$	El lado está entre 1.41 y 1.42
$1.414^2 < 2 < 1.415^2$	El lado está entre 1.414 y 1.415

No es posible representar el número como decimal, se expresará por $\sqrt{2}$ cm.

Ⓔ ¿Qué número representa $\sqrt{\frac{2}{5}}$ al elevarlo al cuadrado?

Representa un número positivo que cumple:

$$\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2 = \frac{2}{5}$$

Ⓡ 1. a) $\sqrt{5}$ cm b) $\sqrt{3}$ cm c) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ cm d) $\sqrt{2.3}$ cm

2. Representa un número positivo que cumple:

a) $(\sqrt{7})^2 = 7$ b) $(\sqrt{13})^2 = 13$

c) $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 = \frac{2}{3}$ d) $(\sqrt{0.2})^2 = 0.2$

Tarea: página 34 del Cuaderno de Ejercicios.

1.2 Representación de números con el símbolo de raíz cuadrada

P

¿Cuánto miden los lados de un cuadrado cuya área es 9 cm^2?

A = 9 cm^2 ¿Cuánto mide?

S

Denotando la medida del lado del cuadrado con notación de raíz cuadrada: $\sqrt{9}$ cm
Lo cuál significa que $(\sqrt{9})^2 = 9$.

Probando si existe algún número conocido que al elevar al cuadrado dé como resultado 9.

Probando para 2, $2^2 = 4 < 9$.

Probando para 3, $3^2 = 9$. Entonces, el número representado por $\sqrt{9}$ es 3.

Por lo tanto $\sqrt{9} = 3$.

Y el lado del cuadrado mide: **3 cm**.

C

Dentro de los números representados con el símbolo de radical, hay números que se pueden representar sin usar este símbolo. A estos números se les conoce como **raíces exactas**.

Por ejemplo: $\sqrt{25}$ Representa un número que al elevarlo al cuadrado da como resultado 25.

$$(\sqrt{25})^2 = 25$$

Y el número representado por $\sqrt{25}$ es 5 porque: $5^2 = 25$.

Por lo tanto $\sqrt{25} = 5$.

Si $a > 0$, se cumple que $\sqrt{a^2} = a$

E

Expresa los siguientes números sin el símbolo de radical.

a) $\sqrt{\frac{4}{9}}$

Probando para $\frac{1}{3}$; $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$.

Probando para $\frac{2}{3}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$.

Por lo tanto, $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$, es raíz exacta.

b) $\sqrt{0.16}$

Probando para 0.3: $(0.3)^2 = 0.09$.

Probando para 0.4: $(0.4)^2 = 0.16$.

Por lo tanto, $\sqrt{0.16} = 0.4$, es raíz exacta.

1. Determina cuánto miden los lados de los siguientes cuadrados:

a) 1 cm^2 $\sqrt{1} = 1$cm

b) 4 cm^2 $\sqrt{4} = 2$ cm

c) $\frac{9}{16}$ cm^2 $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$ cm

d) 0.49 cm^2 $\sqrt{0.49} = 0.7$ cm

2. Expresa los siguientes números sin el símbolo de radical:

a) $\sqrt{36}$ 6

b) $\sqrt{81}$ 9

c) $\sqrt{\frac{1}{25}}$ $\frac{1}{5}$

d) $\sqrt{0.01}$ 0.1

Unidad 2

35

Indicador de logro

1.2 Determina números que son raíces exactas.

Secuencia

Para la clase anterior se introdujo la representación de números con radical, cuando no existe otra manera de representarlos (irracionales), ahora se verá que también se pueden expresar números racionales con el símbolo de radical.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Mostrar que el símbolo $\sqrt{\ }$ se aplica a cualquier número no negativo. Utilizar el área del cuadrado para determinar el valor del lado, con la particularidad de que ahora se puede representar este valor por $\sqrt{9}$; y por otro lado, utilizando la estrategia de prueba y error, verificar que existe un valor natural (en este caso 3) que también cumple la condición; luego, a partir de ello, que los estudiantes deduzcan que $\sqrt{9} = 3$.

ⒸEstablecer que el símbolo de radical se puede utilizar para representar números racionales (después se extenderá para representar números negativos), a los cuales se les llamará **raíces exactas**.

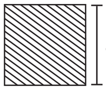
Ⓔ Enfatizar en la representación de números racionales como un radical, y consolidar la conclusión en los estudiantes. El primer ítem tiene correspondencia con la forma de representar cantidades racionales con símbolo radical.

Posibles dificultades:
Determinar la raíz cuadrada exacta de los números decimales y fraccionarios.

Fecha:

U2 1.2

Ⓟ Determina el lado de un cuadrado de área 9 cm^2.



Ⓢ Utilizando la notación de radical de la clase anterior el lado del cuadrado es $\sqrt{9}$ cm.

Además, probando para 2: $2^2 = 4 < 9$.

Y probando para 3: $3^2 = 9$.

Por lo tanto $\sqrt{9} = 3$, y el lado del cuadrado es 3 cm^2.

Ⓔ Expresa los siguientes números sin el símbolo de radical:

a) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$ b) $\sqrt{0.16} = 0.4$

Ⓡ 1. a) $\sqrt{1} = 1$ cm b) $\sqrt{4} = 2$ cm

c) $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$ cm d) $\sqrt{0.49} = 0.7$ cm

2. a) 6 b) 9 c) $\frac{1}{5}$ d) 0.1

Tarea: página 35 del Cuaderno de Ejercicios.

1.3 Raíces cuadradas de un número

P

Determina qué números elevados al cuadrado dan como resultado 9.

S

Se busca el número que al elevar al cuadrado da como resultado 9.

Sea a ese número.
El número a cumple la ecuación $a^2 = 9$.
Las soluciones son $a = 3$ y $a = -3$.

Los únicos números que al elevarlos al cuadrado resultan 9 son: 3 y −3.

C

Se definen las **raíces cuadradas** de un número $\boldsymbol{a}$ positivo como los números que al elevarlos al cuadrado resultan $\boldsymbol{a}$.

Entonces un número $\boldsymbol{b}$ es raíz cuadrada de $\boldsymbol{a}$ si se cumple que: $b^2 = a$.

Los números que cumplen esta igualdad son b y $-b$: $(-b)^2 = b^2 = a$.

Y se dirá que las raíces cuadradas de $\boldsymbol{a}$ son $\boldsymbol{b}$ y $-\boldsymbol{b}$.

> Observa que,
> el único número que tiene una sola raíz cuadrada es cero, porque:
> Solamente $0^2 = 0$.

Por ejemplo: Las raíces cuadradas de 9 son:

$$3 \text{ y } -3 \text{ pues } (-3)^2 = 9 \text{ y } 3^2 = 9.$$

Para denotar tanto la raíz cuadrada positiva como negativa, se utilizará el signo ± que se lee **más menos**:

Las raíces cuadradas de 9 son: ± 3.

A la raíz cuadrada con signo positivo se le conoce como **raíz cuadrada** y se denota $\sqrt{\boldsymbol{a}}$. Por ejemplo:

$$\sqrt{9}, \sqrt{\frac{25}{4}}, \sqrt{5}, \text{ etc.}$$

A la raíz cuadrada con signo negativo se le conoce como **raíz cuadrada negativa** y es el número opuesto de $\sqrt{\boldsymbol{a}}$, es decir, $-\sqrt{\boldsymbol{a}}$. Por ejemplo:

$$-\sqrt{9}, -\sqrt{\frac{25}{4}}, -\sqrt{5}, \text{ etc.}$$

En general, para un número $\boldsymbol{a}$ positivo se cumple que

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

$$(-\sqrt{a})^2 = a$$

Observa:

$3 = \sqrt{9}$ $\xrightarrow{\text{Elevar al cuadrado}}$ 9

$-3 = -\sqrt{9}$ $\xleftarrow{\text{Sacar raíces cuadradas}}$ 9

Si a es cualquier número real se cumple que $\sqrt{a^2} = |a|$.
Por ejemplo: $\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$.

El símbolo | | denota el valor absoluto de un número.

E Determina las raíces cuadradas de los siguientes números:

a) $\frac{25}{4}$ Determinando los números: $\sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$ y $-\sqrt{\frac{25}{4}} = -\frac{5}{2}$.

Y las raíces cuadradas son: $\pm\frac{5}{2}$.

b) 5 Determinando los números: $\left.\begin{matrix}\sqrt{5}\\ -\sqrt{5}\end{matrix}\right\}$ No se pueden expresar sin el símbolo de radical.

Y las raíces cuadradas son: $\pm\sqrt{5}$.

1. Determina qué números elevados al cuadrado dan como resultado:

a) 144 ± 12 b) 169 ± 13 c) 225 ± 15

d) 121 ± 11 e) $\frac{4}{9}$ $\pm\frac{2}{3}$ f) $\frac{41}{36}$ $\pm\frac{\sqrt{41}}{6}$

2. Determina las raíces cuadradas de los siguientes números.

a) 25 $\pm\sqrt{25} = \pm 5$ b) 49 $\pm\sqrt{49} = \pm 7$ c) $\frac{9}{36}$ $\pm\sqrt{\frac{9}{36}} = \pm\sqrt{\frac{1}{4}} = \pm\frac{1}{2}$

d) 10 $\pm\sqrt{10}$ e) 13 $\pm\sqrt{13}$ f) 0.04 $\pm\sqrt{0.04} = \pm 0.2$

Indicador de logro

1.3 Determina las raíces cuadradas de un número.

Secuencia

Los estudiantes ya conocen el símbolo de radical y lo que representa, a partir de esto ahora ya se puede definir formalmente el concepto de las **raíces cuadradas de un número**, para posteriormente trabajar un poco algunas propiedades y operaciones con raíces cuadradas.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar, a partir de lo que los estudiantes saben sobre potencia (de séptimo grado), las raíces cuadradas de un número, considerando en este caso también los números negativos.
Ⓒ Definir de manera formal el concepto de raíces cuadradas de un número, en este punto se pretende que el estudiante tenga claro que existen dos números (de diferente signo) y que al elevarlos al cuadrado dan como resultado el mismo número. Se considera el caso de cero como un caso especial. Esta clase es fundamental para el abordaje de la resolución de ecuaciones cuadráticas de la Unidad 3 de este grado.

Uso adecuado del lenguaje matemático.
Esta clase pretende que el estudiante use y exprese el lenguaje matemático con propiedad, de modo que no cometa el error común de hablar de la raíz cuadrada de un número obviando por completo la existencia de la raíz cuadrada negativa de dicho número. Además se hace referencia a otro error común del concepto de raíz cuadrada, correspondiente al hecho de que $\sqrt{a^2} = |a|$.

En este sentido, se enfatiza el hecho de que $\sqrt{x^2} = x$ es un error cuando $x < 0$. Es decir, el símbolo $\sqrt{\ }$ no es para eliminar el exponente cuadrado (potencia 2).

Fecha: **U2 1.3**

Ⓟ Determina qué números elevados al cuadrado dan como resultado 9.

Ⓢ Sea a ese número.
Se cumple que $a^2 = 9$.

Los únicos valores que al elevarlos al cuadrado dan 9 son 3 y –3.

Ⓔ Determina las raíces cuadradas de los siguientes números:

a) $\frac{25}{4}$

$\pm\sqrt{\frac{25}{4}} = \pm\frac{5}{2}$

b) 5

$\pm\sqrt{5}$

Ⓡ 1. a) ± 5 b) ± 7 c) $\pm\frac{1}{2}$
d) $\pm\sqrt{10}$ e) $\pm\sqrt{13}$ f) ± 0.2

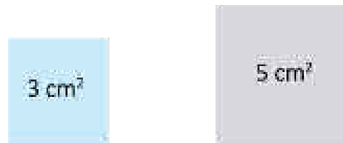
2. a) ± 12 b) ± 13 c) ± 15
d) ± 11 e) $\pm\frac{2}{3}$ f) $\pm\frac{\sqrt{41}}{6}$

Tarea: página 36 del Cuaderno de Ejercicios.

1.4 Orden de las raíces cuadradas

P

Se tienen 2 cuadrados de diferente área, uno de 3 cm^2 y otro de 5 cm^2.
¿Qué cuadrado tiene lados de mayor longitud?

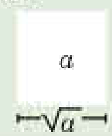


S

Para analizar los lados de ambos cuadrados se puede colocar de la siguiente manera:

Y al colocar los cuadrados de esta manera se puede notar que el lado del cuadrado de 3 cm^2 de área es menor que el lado del cuadrado de 5 cm^2 de área.

El lado de un cuadrado de área "a" es: $\sqrt{a}$.



Entonces, como $3 < 5$ se cumple que $\sqrt{3} < \sqrt{5}$.

C

En general si el radicando de una raíz cuadrada es menor que el radicando de otra, entonces la primera raíz cuadrada es menor que la segunda, así:

Para $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} > 0$, si $\boldsymbol{a} < \boldsymbol{b}$ entonces $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

Por ejemplo:

¿Qué número es mayor $\sqrt{12}$ o $\sqrt{11}$?

Como $11 < 12$ entonces $\sqrt{11} < \sqrt{12}$.

Observa que el radicando hace referencia al área de un cuadrado y la raíz a la longitud del lado del mismo cuadrado.

E

Al comparar números negativos el que tiene mayor valor absoluto es el menor.

Determina el orden de los siguientes números:

a) 3 y $\sqrt{7}$

Dado que 3 se puede expresar como $\sqrt{9}$.

Y comparando $\sqrt{9}$ y $\sqrt{7}$:

$9 > 7$ entonces $\sqrt{9} > \sqrt{7}$.

Por lo tanto: $3 > \sqrt{7}$.

b) $-\sqrt{15}$ y $-\sqrt{\frac{17}{2}}$

Comparando $\sqrt{15}$ y $\sqrt{\frac{17}{2}}$:

$\frac{17}{2} < 15$ entonces $\sqrt{\frac{17}{2}} < \sqrt{15}$.

Por lo tanto, al ser negativos se cumple que

$$-\sqrt{\frac{17}{2}} > -\sqrt{15}.$$

1. Escribe el símbolo <, >, o = según corresponda.

a) $\sqrt{7}\ \boxed{>}\ \sqrt{6}$ b) $2\ \boxed{>}\ \sqrt{3}$ c) $0.7\ \boxed{<}\ \sqrt{0.7}$

d) $-\sqrt{14}\ \boxed{<}\ -\sqrt{13}$ e) $-\sqrt{\frac{2}{7}}\ \boxed{<}\ -\frac{2}{7}$ f) $\sqrt{\frac{1}{2}}\ \boxed{=}\ \sqrt{0.5}$

En c), e) y f) ten cuidado, al elevar al cuadrado observa cuál es mayor.

2. Ordena los siguientes números de menor a mayor.

a) $\sqrt{10}$ b) -5 c) 10 d) $-\sqrt{15}$ e) $\sqrt{\frac{100}{4}}$ f) $-\sqrt{1.5}$

$-5 < -\sqrt{15} < -\sqrt{1.5} < \sqrt{10} < \sqrt{\frac{100}{4}} < 10$

Indicador de logro

1.4 Utiliza el orden de las raíces cuadradas para comparar números.

Secuencia

Retomando la idea de las áreas que se ha venido trabajando para introducir el concepto de raíces cuadradas, ahora se utilizará la comparación de áreas para determinar el orden de números expresados con el símbolo de radical, es decir, si el cuadrado de un número es más grande que el cuadrado de otro número, entonces el primer número es más grande que el segundo.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Distinguir que el cuadrado que cubre mayor área, tiene mayor lado; esto con el fin de deducir una manera de comparar raíces a partir del cuadrado del número.

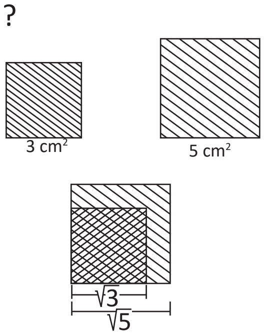
Ⓒ Determinar un algoritmo para ordenar raíces cuadradas; se puede retomar el hecho de comparar el radicando, o bien comparar los cuadrados de los números, teniendo cuidado del signo que poseen estos.

Resolver algunos casos de comparación de raíces cuadradas en los que un número no está expresado con radical, comparar el radicando es equivalente a comparar el cuadrado de los números que se desea ordenar; y también comparar raíces cuadradas negativas.

Posibles dificultades:
Comparar un número con radical con otro sin radical; confundirse con el orden de números negativos, en este caso la regla funciona al revés; confundirse con los casos entre 0 y 1 o entre –1 y 0.

Fecha: **U2 1.4**

P ¿Qué cuadrado tiene lados de mayor longitud?



S Como $3 < 5$, se cumple que $\sqrt{3} < \sqrt{5}$.

E Determina el orden de los números:

a) 3 y $\sqrt{7}$
$9 > 7$, entonces
$3 > \sqrt{7}$

b) $-\sqrt{15}$ y $-\sqrt{\frac{17}{2}}$
$15 > \frac{17}{2}$, entonces
$\sqrt{15} > \sqrt{\frac{17}{2}}$ Por lo tanto
$-\sqrt{15} < -\sqrt{\frac{17}{2}}$

R 1. a) $7 > 6$ entonces $\sqrt{7} > \sqrt{6}$

b) $2 > \sqrt{3}$ c) $0.7 < \sqrt{0.7}$

d) $-\sqrt{14} < -\sqrt{13}$ e) $-\sqrt{\frac{2}{7}} < -\frac{2}{7}$

2. Ordenando primero los positivos y luego los negativos: $-5 < -\sqrt{15} < -\sqrt{1.5} < \sqrt{10} < \sqrt{\frac{100}{4}} < 10$

Tarea: página 37 del Cuaderno de Ejercicios.

1.5 Números racionales e irracionales

P

Representa los siguientes números como fracciones:

a) 7 b) 0.25 c) −2.3

S

a) 7

$7 = \frac{7}{1}$

Toda división entre uno da como resultado el mismo número

b) 0.25

$0.25 \times \frac{100}{100} = \frac{25}{100}$ Multiplicando por 1

$= \frac{1}{4}$ Simplificando

c) −2.3

$-2.3 \times \frac{10}{10} = -\frac{23}{10}$

En b) y c) se busca un número que haga desaparecer las cifras decimales. En ambos casos, se ha multiplicado por 1, por lo que el valor de los números es el mismo.

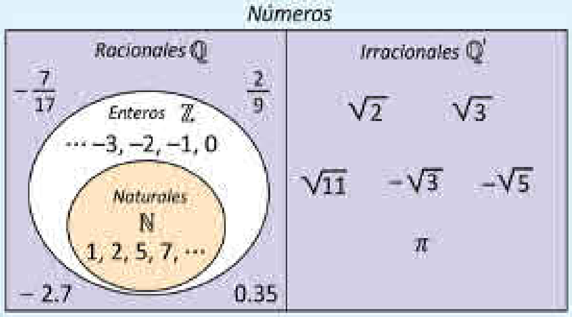
C

Los números que pueden representarse como una fracción, es decir, de la forma $\frac{a}{b}$ con a y b números enteros y $b \neq 0$ se llaman **números racionales**, se representan (denotan) por: $\mathbb{Q}$.

En el problema anterior, todos los números podían representarse como fracción, por lo que todos ellos son números racionales.

Los números que no pueden ser expresados de la forma $\frac{a}{b}$, se llaman **números irracionales** y se representan (denotan) por: $\mathbb{Q}'$. Por ejemplo: $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, π.

Números



1. Clasifica los siguientes números como racionales o irracionales, según sea el caso.

a) 8 $\frac{8}{1}$ es racional.

b) −0.09 $-\frac{9}{100}$ es racional.

c) $-\sqrt{11}$ $-\sqrt{11}$ es irracional.

d) $-\pi$ $-\pi$ es irracional.

2. Representa los siguientes números como fracciones:

a) 2 $\frac{2}{1}$

b) 0.35 $\frac{7}{20}$

c) −6 $-\frac{6}{1}$

d) −1.5 $-\frac{3}{2}$

3. Escribe las siguientes fracciones como números decimales, realizando la división.

a) $\frac{3}{5}$ 0.6

b) $\frac{5}{8}$ 0.625

c) $\frac{5}{11}$ 0.4545...

d) $\frac{4}{3}$ 1.3333...

Observa lo que sucede con el resultado en los literales c) y d) del numeral 1.

Indicador de logro

1.5 Clasifica números como racionales o irracionales.

Secuencia

Ahora que ya se ha introducido la existencia de números diferentes a los que los estudiantes han trabajado antes de esta unidad, se clasificarán y definirán formalmente los conjuntos de los números racionales (vistos desde séptimo grado) y el conjunto de los números irracionales (raíces cuadradas inexactas).

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Transformar algunos números decimales a fracción, para introducir la expresión de números en la forma $\frac{a}{b}$; para ello se utilizan los presaberes de quinto grado en donde se estudia la forma de transformar números decimales a fracción, multiplicando por potencias de 10 (en este grado solo se estudian decimales finitos).

Ⓒ Definir formalmente el conjunto de los números racionales e irracionales a partir de la introducción del Problema inicial. No es necesario dar todos los tipos de números racionales, pues en la clase siguiente se verán los decimales periódicos, tampoco es necesario ver todos los tipos de números irracionales, pues en este grado solo se abordarán las raíces cuadradas y π.

Utilizar las definiciones de números racionales e irracionales para clasificar números, representar números en la forma $\frac{a}{b}$ y expresar números en la forma $\frac{a}{b}$ como decimales.

Fecha: **U2 1.5**

Ⓟ Representa los siguientes números como fracciones.

a) 7 b) 0.25 c) –2.3

Ⓢ a) $7 = \frac{7}{1}$

b) $0.25 = 0.25 \times \frac{100}{100}$

$= \frac{25}{100}$

$= \frac{1}{4}$

c) $-2.3 = -\frac{23}{10}$

Ⓡ

1. a) $\frac{8}{1}$ es racional. b) $-\frac{9}{100}$ es racional.
   c) $-\sqrt{11}$ es irracional. d) $-\pi$ es irracional.

2. a) $\frac{2}{1}$ b) $\frac{7}{20}$ c) $-\frac{6}{1}$ d) $-\frac{3}{2}$

3. a) 0.6 b) 0.625 c) 0.4545... d) 1.333...

Tarea: página 38 del Cuaderno de Ejercicios.

1.6 Conversión de números decimales a fracción

P

Representa los siguientes números como una fracción.

a) 1.333333... b) 0.262626...

Los tres puntos al final significan que la parte decimal repite el mismo patrón infinitamente.

S

Considerando $x = 1.333333...$
Analizando la diferencia entre $10x$ y x:

$$\begin{array}{rl} & 10x = 13.3333... \\ - & \underline{\quad x = \ \ 1.3333...} \\ & 9x = 12.0000... \end{array}$$

Despejando x: $x = \dfrac{\cancel{12}^{\,4}}{\cancel{9}_{\,3}} = \dfrac{4}{3}$.

Por lo tanto, $x = 1.333333 = \dfrac{4}{3}$.

Considerando $x = 0.26262626...$
Analizando la diferencia entre $100x$ y x:

$$\begin{array}{rl} & 100x = 26.262626... \\ - & \underline{\quad x = \ \ 0.262626...} \\ & 99x = 26.000000... \end{array}$$

Entonces: $x = \dfrac{26}{99}$.

Por lo tanto:

$0.26262626 = \dfrac{26}{99}$.

Al multiplicar un número decimal por 10, 100, 1 000,... el punto decimal se desplaza a la derecha 1, 2, 3,... espacios respectivamente.

Al restar 13.333... con 1.333 y 26.2626... con 0.2626... se elimina la parte infinita periódica.

C

Los números decimales cuya parte decimal tiene un número de cifras, que se repiten infinitamente se conocen como **números decimales periódicos.** Para representar este tipo de números se utilizará una barra sobre el período (cifras que se repiten) del número. Así $1.873535... = 1.87\overline{35}$.

Para convertir un número de periodo 1 o 2 a fracción:

1. Se representa el número con x y se calcula $10x$ (o $100x$).
2. Se resta $10x$ (o $100x$) con x para eliminar la parte periódica.
3. Se despeja x y se simplifica la fracción que representa el número decimal periódico.

Por ejemplo: $2.\overline{15}$

1. $x = 2.\overline{15}$ $\quad 100x = 215.\overline{15}$

Periodo 2

2. $$\begin{array}{rl} & 100x = 215.1515... \\ - & \underline{\quad x = \ \ \ \ 2.1515...} \\ & 99x = 213.0000... \end{array}$$

3. $x = \dfrac{\cancel{213}^{\,71}}{\cancel{99}_{\,33}} = \dfrac{71}{33}$

Todos los números racionales se representan como decimales o decimales periódicos.

1. Clasifica los siguientes números decimales como periódicos y no periódicos.

a) 3.141592 No periódico
b) 1.452727... Periódico
c) 14.7777... Periódico
d) 2.7272... Periódico
e) 0.873521 No periódico
f) 1.8555... Periódico

2. Expresa los siguientes números decimales periódicos como fracción.

a) $0.\overline{4}$ $\quad \dfrac{4}{9}$
b) $0.\overline{17}$ $\quad \dfrac{17}{99}$
c) $3.\overline{5}$ $\quad \dfrac{32}{9}$
d) $1.\overline{25}$ $\quad \dfrac{124}{99}$
e) $0.\overline{741}$ $\quad \dfrac{247}{333}$
f) $4.\overline{217}$ $\quad \dfrac{4213}{999}$

Indicador de logro

1.6 Convierte números decimales periódicos a fracción.

Secuencia

En la clase anterior se definieron los conjuntos numéricos de los números racionales e irracionales, ahora se trabajará con números decimales periódicos para expresarlos en la forma $\frac{a}{b}$ y determinar que también son números racionales.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar un método para expresar números decimales periódicos en la forma $\frac{a}{b}$, para esta clase puede ser necesaria una mayor intervención del docente.

Ⓒ Establecer un algoritmo para expresar números decimales periódicos en la forma $\frac{a}{b}$.

Solución de algunos ítems:

$x = 0.\overline{4}$ $\quad 10x = 4.\overline{4}$

Entonces, $10x - x = 4.\overline{4} - 0.\overline{4}$

$9x = 4$

$x = \frac{4}{9}$

$x = 0.\overline{17}$ $\quad 100x = 17.\overline{17}$

Entonces, $100x - x = 17.\overline{17} - 0.\overline{17}$

$99x = 17$

$x = \frac{17}{99}$

$x = 3.\overline{5}$ $\quad 10x = 35.\overline{5}$

Entonces, $10x - x = 35.\overline{5} - 3.\overline{5}$

$9x = 32$

$x = \frac{32}{9}$

$x = 1.\overline{25}$ $\quad 100x = 125.\overline{25}$

Entonces, $100x - x = 125.\overline{25} - 1.\overline{25}$

$99x = 124$

$x = \frac{124}{99}$

$x = 0.\overline{741}$ $\quad 1\,000x = 741.\overline{741}$

Entonces, $1\,000x - x = 741.\overline{741} - 0.\overline{741}$

$999x = 741$

$x = \frac{741}{999} = \frac{247}{333}$

Se recomienda resolver primero el segundo numeral y luego el primero.

Fecha: **U2 1.6**

Ⓟ Representa los siguientes números como fracción.

Ⓢ a) 1.3333... b) 0.262626...

$x = 1.3333...$ $\quad x = 0.262626...$

$10x = 13.333...$ $\quad 100x = 26.262626...$

Entonces:

$$\begin{array}{r} 10x = 13.333... \\ x = 1.3333... \\ \hline 9x = 12 \\ x = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 100x = 26.262626... \\ -\quad x = 0.262626... \\ \hline 99x = 26 \\ x = \frac{26}{99} \end{array}$$

Ⓡ 2. a) $\frac{4}{9}$ b) $\frac{17}{99}$ c) $\frac{32}{9}$

d) $\frac{124}{99}$ e) $\frac{247}{333}$ f) $\frac{4\,213}{999}$

1. a) No periódico b) Periódico
c) Periódico d) Periódico
e) No periódico f) Periódico

Tarea: página 39 del Cuaderno de Ejercicios.

1.7 Definición de los números reales

P

Coloca los siguientes números en la recta numérica.

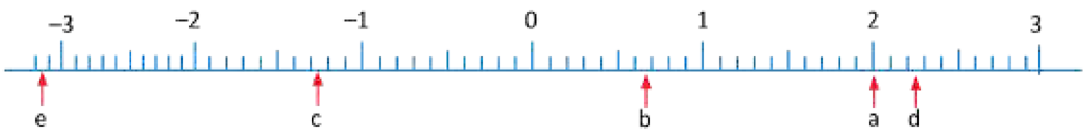
a) 2 b) $\frac{2}{3}$ c) $-1.271212\ldots$ d) $\sqrt{5}$ e) $-\pi$

S

Utilizando las expresiones decimales de estos números.

a) $2 = 2$ b) $\frac{2}{3} = 0.\overline{6}$ c) $-1.271212\ldots$ d) $\sqrt{5} = 2.236\ldots$ e) $-\pi = -3.141\ldots$

Ubicando en la recta numérica.



C

A cada punto de la recta numérica le corresponde un único número real y viceversa.

El conjunto formado por los números racionales y los números irracionales se conoce como: **números reales.**

Los números reales se representan por: $\mathbb{R}$

Por ejemplo:

- Los enteros positivos, negativos y el cero son reales porque son racionales.

$$2 = \frac{2}{1},\ -3 = \frac{-3}{1},\ 0 = \frac{0}{1}$$

- Los números fraccionarios positivos y negativos son reales porque son racionales.

$$\frac{3}{5},\ -\frac{3}{5} = \frac{-3}{5}$$

- Los números decimales, porque son racionales o irracionales.

$$0.7,\ -0.34,\ 0.\overline{3},\ -1.2\overline{34},\ 4.231574\ldots,\ \text{etc.}$$

- Los números expresados con raíz cuadrada, porque son irracionales.

$$\sqrt{2},\ \sqrt{3},\ \sqrt{5},\ \sqrt{10}\ \text{ etc.}$$

Y se puede sumar, restar, multiplicar y dividir entre números reales.

- Reales ($\mathbb{R}$)
  - Racionales ($\mathbb{Q}$)
    - Enteros ($\mathbb{Z}$)
      - Números negativos
      - El cero
      - Números Naturales ($\mathbb{N}$)
    - Fracciones
  - Irracionales ($\mathbb{Q}'$)

Explica por qué los siguientes números son números reales.

a) 7 Es natural b) −15 Es entero c) $\frac{5}{9}$ Es racional d) −0.04 Es racional

e) 3.141592... Es irracional f) $-1.45\overline{27}$ Es racional g) $14.\overline{7}$ Es racional h) $-2.\overline{72}$ Es racional

i) $\sqrt{7}$ Es irracional j) $-\sqrt{16}$ Es racional k) π Es irracional l) $-\sqrt{0.09}$ Es racional

Unidad 2

Indicador de logro

1.7 Identifica números reales y justifica su pertenencia a este conjunto.

Secuencia

Ahora que los estudiantes ya conocen los conjuntos de los números racionales y los irracionales se puede definir el conjunto de los números reales, partiendo de ordenar los números en la recta numérica.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Utilizar las expresiones y aproximaciones decimales de los números racionales e irracionales respectivamente, para ubicarlos en la recta numérica para definir los números reales y la recta real.

© Establecer que la definición de recta numérica que se tiene se puede expandir para los números reales. Definir los números reales como el conjunto formado por los racionales e irracionales.

Se puede llevar la recta numérica ya elaborada en una cartulina, para que no cause dificultad dibujarla en la pizarra.

Fecha: **U2 1.7**

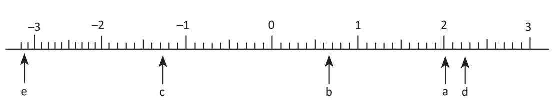
Ⓟ Coloca los siguientes números en la recta numérica.

a) 2 b) $\frac{2}{3}$ c) -1.271212

d) $\sqrt{5}$ e) $-\pi$

Ⓢ

Como $\frac{2}{3} = 0.\overline{6}$, $\sqrt{5} \approx 2.236...$
y $-\pi \approx -3.141...$



Ⓡ a) Es real porque es natural.

b) Es real porque es entero.

c) Es real porque es racional.

d) Es real porque es racional.

e) Es real porque es irracional.

f) Es real porque es racional.

g) Es real porque es racional.

h) Es real porque es racional.

i) Es real porque es irracional.

j) Es real porque es racional (es –4).

k) Es real porque es irracional.

l) Es real porque es racional (es –0.3).

Tarea: página 40 del Cuaderno de Ejercicios.

1.8 Practica lo aprendido

1. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).

a) El cero no es un número racional. F

b) La expresión fraccionaria de $0.\overline{9}$ es $\frac{9}{9}$. V

c) La igualdad $\sqrt{(-2)^2} = -2$ es cierta. F

d) El número $\sqrt{16}$ es un número racional. V

e) La resta de números irracionales siempre da como resultado otro número irracional. F

2. Determina cuánto miden los lados de los siguientes cuadrados:

a) $9\ cm^2$ — $\sqrt{9} = 3$ cm

b) $2\ cm^2$ — $\sqrt{2}$ cm

c) $7\ cm^2$ — $\sqrt{7}$ cm

d) $\frac{9}{4}\ cm^2$ — $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$ cm

e) $1.21\ cm^2$ — $\sqrt{1.21} = 1.1$ cm

3. Determina las raíces cuadradas de los siguientes números:

a) 81 $\pm\sqrt{81} = \pm 9$ b) 17 $\pm\sqrt{17}$ c) $\frac{16}{49}$ $\pm\sqrt{\frac{16}{49}} = \pm\frac{4}{7}$ d) 0.4 $\pm\sqrt{0.4}$

4. Expresa los siguientes números sin el símbolo de radical:

a) $\sqrt{36}$ 6 b) $-\sqrt{\frac{64}{25}}$ $\frac{8}{5}$ c) $-\sqrt{0.36}$ -0.6 d) $\sqrt{2.25}$ 1.5

1.9 Practica lo aprendido

1. Determina cuáles de los siguientes números son iguales:

a) $(\sqrt{2})^2$ 2 b) $\sqrt{2^2}$ 2 c) $(-\sqrt{2})^2$ 2 d) $\sqrt{(-2)^2}$ 2

2. Ordena los siguientes números de menor a mayor:

a) $\sqrt{3}$ b) 2 c) -3 d) $-\sqrt{2}$ e) $\sqrt{\frac{5}{3}}$ f) $-\sqrt{2.9}$

$-3 < -\sqrt{2.9} < -\sqrt{2} < \sqrt{\frac{5}{3}} < \sqrt{3} < 2$

3. En los siguientes literales:

a) Aproxima el valor de $\sqrt{15}$ utilizando las potencias indicadas.

$3.86^2 = \boxed{14.8996}$ $3.87^2 = \boxed{14.9769}$ $3.88^2 = \boxed{15.0544}$ $3.89^2 = \boxed{15.1321}$

$\boxed{3.87} < \sqrt{15} < \boxed{3.88}$

b) Aproxima hasta las centésimas los siguientes números irracionales, utilizando la calculadora.

$\boxed{2.64} < \sqrt{7} < \boxed{2.65}$

$\boxed{-3.75} < -\sqrt{14} < \boxed{-3.74}$

4. Clasifica los siguientes números reales como racionales o irracionales. Si son racionales, exprésalos en la forma $\frac{a}{b}$.

a) 15 Es racional $\frac{15}{1}$ b) $-1.252547...$ Es irracional c) $\sqrt{7}$ Es irracional d) $-\sqrt{0.01}$ Es racional $-0.1 = -\frac{1}{10}$

Indicador de logro

1.8 Resuelve problemas sobre números reales y raíz cuadrada.

Solución de algunos ítems:

Solución de algunos ítems de la clase 1.8:

1. a) El cero se puede expresar como: $\frac{0}{1}$.
   b) $x = 0.\overline{9}$ $\quad 10x = 9.\overline{9}$
   Entonces, $10x - x = 9.\overline{9} - 0.\overline{9}$
   $9x = 9$
   $x = \frac{9}{9}$
   c) $\sqrt{(-2)^2} = \sqrt{4} = 2$
   d) $\sqrt{16} = 4$
   e) $\pi - \pi = 0$ y cero es racional.

3. d) Las raíces de 0.4 son:
   $\pm\sqrt{0.4} = \pm\sqrt{\frac{4}{10}} = \pm\frac{2}{\sqrt{10}}$

   No se puede expresar como número racional.

4. c) $-\sqrt{0.36} = -\sqrt{\frac{36}{100}} = -\frac{6}{10} = -0.6$
   d) $\sqrt{2.25} = \sqrt{\frac{225}{100}} = \frac{15}{10} = 1.5$

Tarea: página 41 del Cuaderno de Ejercicios.

Solución de algunos ítems de la clase 1.9:

2. Ordenando primero los positivos:
   $\frac{5}{3} < 3 < 4$ entonces, $\sqrt{\frac{5}{3}} < \sqrt{3} < 2$

   Ahora los negativos:
   $2 < 2.9 < 9$ entonces, $\sqrt{2} < \sqrt{2.9} < 3$

   Por lo tanto:
   $-3 < -\sqrt{2.9} < -\sqrt{2} < \sqrt{\frac{5}{3}} < \sqrt{3} < 2$

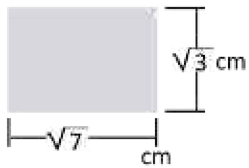
3. b) Como $2^2 < 7 < 3^2$ entonces,
   $2 < \sqrt{7} < 3$.
   Como $2.6^2 < 7 < 2.7^2$ entonces,
   $2.6 < \sqrt{7} < 2.7$.
   Como $2.64^2 < 7 < 2.65^2$ entonces,
   $2.64 < \sqrt{7} < 2.65$.
   Como $3^2 < 14 < 4^2$ entonces,
   $3 < \sqrt{14} < 4$.
   Como $3.7^2 < 14 < 3.8^2$ entonces,
   $3.7 < \sqrt{14} < 3.8$.
   Como $3.74^2 < 14 < 3.75^2$ entonces,
   $3.74 < \sqrt{14} < 3.75$.

Lección 2 Operaciones con raíces cuadradas

2.1 Multiplicación de raíces cuadradas

P

Calcula el área del siguiente rectángulo que posee $\sqrt{3}$ cm de altura y $\sqrt{7}$ cm de base.



S

Para calcular el área se debe multiplicar $\sqrt{3} \times \sqrt{7}$.

Para operarlo, observa que

$$\begin{aligned}(\sqrt{3}\times\sqrt{7})^2 &= (\sqrt{3}\times\sqrt{7})\times(\sqrt{3}\times\sqrt{7})\\ &= (\sqrt{3})^2\times(\sqrt{7})^2\\ &= 3\times 7\end{aligned}$$

En potenciación se cumple que $a^2b^2 = (ab)^2$

Luego se cumple que $(\sqrt{3} \times \sqrt{7})^2 = 3 \times 7$.

Luego, tomando la raíz cuadrada positiva: $\sqrt{3} \times \sqrt{7} = \sqrt{3 \times 7} = \sqrt{21}$

$= \sqrt{21}$ cm^2

C

En general, para realizar $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$ con $a,\ b \geq 0$.

Se cumple que $(\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2 = a \times b$.

Tomando la raíz cuadrada positiva:

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

Se multiplican los radicandos de cada raíz cuadrada.

Por ejemplo:

$$\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{3 \times 2} = \sqrt{6}$$

E

Observa que

$\sqrt{4^2} = 4$

Pero $\sqrt{(-4)^2}$ no es -4, porque

$\sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4$.

Realizar las siguientes multiplicaciones de raíces cuadradas.

a) $(-\sqrt{2}) \times \sqrt{8}$

Aplicando la ley de los signos:

$-(\sqrt{2} \times \sqrt{8})$.

Resolviendo:

$-(\sqrt{2} \times \sqrt{8}) = -(\sqrt{2 \times 8}) = -\sqrt{16} = -\sqrt{4^2} = -4$.

b) $(-\sqrt{5}) \times (-\sqrt{3})$

Aplicando la ley de los signos:

$(-\sqrt{5}) \times (-\sqrt{3}) = (\sqrt{5} \times \sqrt{3})$

Resolviendo:

$(\sqrt{5} \times \sqrt{3}) = (\sqrt{5 \times 3}) = \sqrt{15}$.

Realiza las siguientes multiplicaciones de raíces cuadradas.

a) $\sqrt{5} \times \sqrt{7}$ — $\sqrt{35}$

b) $\sqrt{2} \times \sqrt{8}$ — 4

c) $(-\sqrt{3}) \times \sqrt{7}$ — $-\sqrt{21}$

d) $(-\sqrt{10}) \times (-\sqrt{7})$ — $\sqrt{70}$

e) $\sqrt{10} \times (-\sqrt{3})$ — $-\sqrt{30}$

f) $\sqrt{3} \times (-\sqrt{12})$ — -6

g) $(-\sqrt{18}) \times \sqrt{2}$ — -6

h) $(-\sqrt{50}) \times (-\sqrt{2})$ — 10

Indicador de logro

2.1 Opera multiplicaciones con raíces cuadradas.

Secuencia

Luego de tener conocimiento de la forma de expresar algunos números irracionales con el símbolo de radical, se pueden comenzar a estudiar las operaciones con este tipo de números. Para ello se inicia con la multiplicación y división, puesto que el algoritmo para realizar estas operaciones se deduce de la definición de raíces cuadradas.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Utilizar la idea del área de un rectángulo cuya longitud de lados está expresada con radicales, para comprender que el producto $\sqrt{3} \times \sqrt{7}$ existe (es el área del cuadrado, y esta existe), será necesario elevar al cuadrado el área buscada como estrategia, a partir de ello, se utilizará la definición de números expresados con raíz cuadrada para obtener un valor entero, luego se volverá a utilizar la definición de nuevo para deducir el algoritmo de la multiplicación de raíces cuadradas.

Ⓒ Establecer el algoritmo de la multiplicación de dos números expresados con raíces cuadradas.

Solución de algunos ítems:

a) $\sqrt{5} \times \sqrt{7} = \sqrt{5 \times 7} = \sqrt{35}$

b) $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 8} = \sqrt{16} = 4$

c) $(-\sqrt{3}) \times \sqrt{7} = -\sqrt{3 \times 7} = -\sqrt{21}$

d) $(-\sqrt{10}) \times (-\sqrt{7}) = +\sqrt{10 \times 7} = \sqrt{70}$

Fecha: **U2 2.1**

Ⓟ Determina el resultado de $\sqrt{3} \times \sqrt{7}$

Ⓢ Elevando al cuadrado esta multiplicación.

$$\begin{aligned}(\sqrt{3} \times \sqrt{7})^2 &= (\sqrt{3} \times \sqrt{7})(\sqrt{3} \times \sqrt{7}) \\ &= (\sqrt{3})^2(\sqrt{7})^2 \\ &= 3 \times 7\end{aligned}$$

Entonces $\sqrt{3} \times \sqrt{7}$ es la raíz cuadrada positiva de 3×7.

Por lo tanto, $\sqrt{3} \times \sqrt{7} = \sqrt{3 \times 7} = \sqrt{21}$.

Ⓔ Realiza las siguientes multiplicaciones con raíces cuadradas.

a) $(-\sqrt{2}) \times \sqrt{8} = -\sqrt{2 \times 8} = -\sqrt{16} = -4$

b) $(-\sqrt{5}) \times (-\sqrt{3}) = +\sqrt{5 \times 3} = \sqrt{15}$

Ⓡ a) $\sqrt{35}$ b) 4 c) $-\sqrt{21}$ d) $\sqrt{70}$

e) $-\sqrt{30}$ f) -6 g) -6 h) 10

Tarea: página 42 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 2

2.2 División de raíces cuadradas

P

Encuentra una forma para realizar la división $\sqrt{3} \div \sqrt{7}$.

S

Se expresa la división como una fracción: $\sqrt{3} \div \sqrt{7} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$.

En potenciación se cumple que $\dfrac{a^2}{b^2} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^2$

Además las raíces cuadradas cumplen: $(\sqrt{3})^2 = 3$ $\quad (\sqrt{7})^2 = 7$

Entonces: $\dfrac{(\sqrt{3})^2}{(\sqrt{7})^2} = \dfrac{3}{7}$. Por propiedades de potencia: $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}\right)^2 = \dfrac{3}{7}$.

El número positivo que elevado al cuadrado da $\dfrac{3}{7}$ es $\sqrt{\dfrac{3}{7}}$.

Tomando la raíz cuadrada positiva: $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\dfrac{3}{7}}$.

Por lo tanto: $\sqrt{3} \div \sqrt{7} = \sqrt{\dfrac{3}{7}}$.

C

En general, para realizar $\sqrt{a} \div \sqrt{b}$ con $a \geq 0$, $b > 0$.

Se expresa como fracción y se cumple que $\left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \dfrac{a}{b}$.

Tomando la raíz cuadrada positiva: $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$.

Por ejemplo: $\sqrt{3} \div \sqrt{5} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\dfrac{3}{5}}$.

Se dividen los radicandos de cada raíz cuadrada y se expresan como fracción.

E

Realizar las siguientes divisiones de raíces cuadradas:

a) $(-\sqrt{6}) \div \sqrt{10}$

Aplicando la ley de los signos:

$(-\sqrt{6}) \div \sqrt{10} = -\left(\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}}\right)$.

Resolviendo:

$-\left(\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}}\right) = -\sqrt{\dfrac{6}{10}} = -\sqrt{\dfrac{3}{5}}$.

b) $(-\sqrt{8}) \div (-\sqrt{18})$

Aplicando la ley de los signos:

$(-\sqrt{8}) \div (-\sqrt{18}) = \dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{18}}$.

Resolviendo:

$\sqrt{\dfrac{8}{18}} = \sqrt{\dfrac{8}{18}} = \sqrt{\dfrac{4}{9}} = \dfrac{2}{3}$.

Realiza las siguientes divisiones de raíces cuadradas.

a) $\sqrt{2} \div \sqrt{5}$ $\quad \sqrt{\dfrac{2}{5}}$

b) $\sqrt{2} \div \sqrt{8}$ $\quad \dfrac{1}{2}$

c) $(-\sqrt{3}) \div \sqrt{6}$ $\quad -\sqrt{\dfrac{1}{2}}$

d) $(-\sqrt{15}) \div (-\sqrt{6})$ $\quad \sqrt{\dfrac{5}{2}}$

e) $\sqrt{3} \div (-\sqrt{7})$ $\quad -\sqrt{\dfrac{3}{7}}$

f) $\sqrt{27} \div (-\sqrt{12})$ $\quad -\dfrac{3}{2}$

g) $(-\sqrt{20}) \div \sqrt{5}$ $\quad -2$

h) $(-\sqrt{12}) \div (-\sqrt{3})$ $\quad 2$

Indicador de logro

2.2 Opera divisiones con raíces cuadradas.

Secuencia

Conociendo la forma en la que se deduce el algoritmo de la multiplicación de raíces, se puede deducir el algoritmo para dividir raíces cuadradas; en esta clase se utilizará el hecho de expresar una división como fracción.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Utilizar un procedimiento parecido al que se utilizó para la multiplicación, para deducir la forma de dividir raíces cuadradas, elevando al cuadrado la división expresada como fracción, y a partir de ello utilizar la definición de números expresados con raíz cuadrada para obtener una fracción entera, luego se volverá a utilizar la definición para deducir el algoritmo de la división de raíces cuadradas.

Ⓒ Establecer el algoritmo de la división de dos números expresados con raíces cuadradas.

Solución de algunos ítems:

a) $\sqrt{2} \div \sqrt{5} = \sqrt{\frac{2}{5}}$

b) $\sqrt{2} \div \sqrt{8} = \sqrt{\frac{2}{8}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

c) $(-\sqrt{3}) \div \sqrt{6} = -\sqrt{\frac{3}{6}} = -\sqrt{\frac{1}{2}}$

d) $(-\sqrt{15}) \div (-\sqrt{6}) = +\sqrt{\frac{15}{6}} = \sqrt{\frac{5}{2}}$

Fecha: **U2 2.2**

Ⓟ Determina el resultado de $\sqrt{3} \div \sqrt{7}$

Ⓢ $(\sqrt{3})^2 = 3 \qquad (\sqrt{7})^2 = 7$

Elevando al cuadrado la división expresada como fracción:

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{3})^2}{(\sqrt{7})^2} = \frac{3}{7}$$

Entonces $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ es la raíz cuadrada positiva de $\frac{3}{7}$.

Por lo tanto, $\sqrt{3} \div \sqrt{7} = \sqrt{\frac{3}{7}}$

Ⓔ Realiza las siguientes divisiones con raíces cuadradas.

a) $(-\sqrt{6}) \div \sqrt{10} = -\sqrt{\frac{6}{10}} = -\sqrt{\frac{3}{5}}$

b) $(-\sqrt{8}) \div (-\sqrt{18}) = +\sqrt{\frac{8}{18}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$

Ⓡ a) $\sqrt{\frac{2}{5}}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $-\sqrt{\frac{1}{2}}$ d) $\sqrt{\frac{5}{2}}$

e) $-\sqrt{\frac{3}{7}}$ f) $-\frac{3}{2}$ g) -2 h) 2

Tarea: página 43 del Cuaderno de Ejercicios.

2.3 Expresión de números sin el símbolo de radical

P

Expresa el número $\sqrt{225}$ en el símbolo de radical.

S

Expresando 225 en su descomposición prima:
Entonces $225 = 3^2 \times 5^2$.
Y en la raíz cuadrada se cumplirá:

$$\sqrt{225} = \sqrt{3^2 \times 5^2}$$

Utilizando la multiplicación de radicales:

$$\sqrt{3^2 \times 5^2} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{5^2} = 3 \times 5 = 15$$

Por lo tanto: $\sqrt{225} = 15$.

Para encontrar la descomposición prima de 225.

225	3
75	3
25	5
5	5
1	

entonces $225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 5^2$.

C

Para expresar números sin el símbolo de radical:
1. Se encuentra la descomposición prima del radicando.
2. Se separa la raíz cuadrada en multiplicaciones de potencias cuadradas.
3. Se calcula cada raíz cuadrada y se multiplican los resultados.

Por ejemplo: $\sqrt{324}$

1. $324 = 2^2 \times 3^2 \times 3^2$
2. $\sqrt{324} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 3^2}$
   $= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{3^2}$
3. $\sqrt{324} = 2 \times 3 \times 3 = 18$

324	2
162	2
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

E

Expresa el número $\sqrt{\frac{400}{441}}$ sin el símbolo de radical.

$\sqrt{\frac{400}{441}} = \frac{\sqrt{400}}{\sqrt{441}}$ Haciendo el proceso para el numerador y el denominador:

1. $400 = 2^2 \times 2^2 \times 5^2$ 2. $\sqrt{400} = \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 5^2} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{5^2}$ 3. $\sqrt{400} = 2 \times 2 \times 5 = 20$

1. $441 = 3^2 \times 7^2$ 2. $\sqrt{441} = \sqrt{3^2 \times 7^2} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{7^2}$ 3. $\sqrt{441} = 3 \times 7 = 21$

Por lo tanto: $\frac{\sqrt{400}}{\sqrt{441}} = \frac{20}{21}$.

Observa:

400	2
200	2
100	2
50	2
25	5
5	5
1	

441	3
147	3
49	7
7	7
1	

Expresa los siguientes números sin el símbolo de radical:

a) $\sqrt{900}$ 30

b) $-\sqrt{625}$ -25

c) $-\sqrt{441}$ -21

d) $-\sqrt{\frac{49}{144}}$ $-\frac{7}{12}$

e) $\sqrt{\frac{81}{196}}$ $\frac{9}{14}$

f) $-\sqrt{\frac{100}{121}}$ $-\frac{10}{11}$

Indicador de logro

2.3 Utiliza la descomposición prima para representar un número sin el símbolo radical.

Secuencia

Como los estudiantes ya abordaron la multiplicación de raíces cuadradas, a partir de ello, utilizando la descomposición de un número en sus factores primos, se pueden expresar números grandes sin el símbolo de radical.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Expresar un número grande en su descomposición prima, para poder expresarlo sin el símbolo de radical, a partir del uso de la multiplicación de raíces cuadradas.

Ⓒ Establecer el algoritmo para expresar números grandes sin el símbolo de radical utilizando la descomposición en factores primos.

Ⓔ Aplicar el algoritmo establecido en la Conclusión para expresar la raíz de una fracción sin el símbolo de radical.

Solución de algunos ítems:

a) $\sqrt{900} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5^2} = 30$

b) $-\sqrt{625} = -\sqrt{5^2 \times 5^2} = -25$

c) $-\sqrt{441} = -\sqrt{3^2 \times 7^2} = -21$

d) $-\sqrt{\frac{49}{144}} = -\frac{\sqrt{7^2}}{\sqrt{2^2 \times 2^2 \times 3^2}} = -\frac{7}{12}$

Fecha: **U2 2.3**

Ⓟ Expresa el número $\sqrt{225}$ sin el símbolo de radical.

Ⓢ Expresando 225 en su descomposición prima:

$$225 = 3^2 \times 5^2$$

$$\begin{aligned}\sqrt{225} &= \sqrt{3^2 \times 5^2}\\ &= \sqrt{3^2} \times \sqrt{5^2}\\ &= 3 \times 5\\ &= 15\end{aligned}$$

Ⓔ Expresa el número $\sqrt{\frac{400}{441}}$ sin el símbolo de radical.

$400 = 2^2 \times 2^2 \times 5^2$

$441 = 3^2 \times 7^2$

$$\sqrt{\frac{400}{441}} = \frac{\sqrt{400}}{\sqrt{441}} = \frac{\sqrt{2^2 \times 2^2 \times 5^2}}{\sqrt{3^2 \times 7^2}} = \frac{20}{21}$$

Ⓡ a) 30 b) -25 c) -21

d) $-\frac{7}{12}$ e) $\frac{9}{14}$ f) $-\frac{10}{11}$

Tarea: página 44 del Cuaderno de Ejercicios.

2.4 Multiplicación de un número racional con una raíz cuadrada

P

Realiza la multiplicación $5 \times \sqrt{2}$ y exprésala como la raíz cuadrada de un solo número.

S

Expresando 5 con el símbolo de radical $5 = \sqrt{25}$.

Entonces, se tiene $5 \times \sqrt{2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2}$.

Realizando la multiplicación $\sqrt{25} \times \sqrt{2} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{50}$.

Por lo tanto, $5 \times \sqrt{2} = \sqrt{50}$.

Para representar la multiplicación $5 \times \sqrt{2}$ se puede utilizar la notación: $5\sqrt{2}$

C

La notación $a\sqrt{b}$ simboliza la multiplicación $a \times \sqrt{b}$ con a, $b \geq 0$.

Para realizar la multiplicación $a \times \sqrt{b}$ y expresarla como la raíz cuadrada de un número:

1. Se expresa a con el símbolo de radical.

$$a = \sqrt{a^2}$$

2. Se multiplican las raíces cuadradas.

$$a \times \sqrt{b} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b} = \sqrt{a^2 \times b}$$

Por ejemplo: $3\sqrt{3}$

1. $3 = \sqrt{9}$

2. $3\sqrt{3} = 3 \times \sqrt{3} = \sqrt{9} \times \sqrt{3}$
$= \sqrt{9 \times 3}$
$= \sqrt{27}$

E

Expresa el número $\frac{\sqrt{5}}{3}$ como la raíz cuadrada de un número.

Expresando el número 3 con el símbolo de radical $3 = \sqrt{9}$.

Luego, $\frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{9}} = \sqrt{\frac{5}{9}}$.

Expresa los siguientes números como la raíz cuadrada de un número.

a) $3\sqrt{2}$ $\sqrt{18}$

b) $5\sqrt{3}$ $\sqrt{75}$

c) $4\sqrt{5}$ $\sqrt{80}$

d) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ $\sqrt{\frac{7}{4}}$

e) $\frac{\sqrt{3}}{7}$ $\sqrt{\frac{3}{49}}$

f) $\frac{\sqrt{2}}{9}$ $\sqrt{\frac{2}{81}}$

Indicador de logro

2.4 Expresa la multiplicación de un número racional con una raíz cuadrada, representando la operación con un solo radicando.

Secuencia

Ahora que ya se ha utilizado la descomposición prima para expresar números sin el símbolo de radical, se estudiará la multiplicación de un número racional por un número radical, que servirá para poder estudiar la simplificación de raíces cuadradas en la clase siguiente.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Expresar un número racional con el símbolo de radical, para luego aplicar la multiplicación de raíces cuadradas vista en la clase 2.1, y expresar el resultado como una sola raíz cuadrada.

Ⓒ Establecer el algoritmo para multiplicar un número racional por una raíz cuadrada, expresando el número racional como raíz cuadrada.

Ⓔ Analizar una variante del Problema inicial donde se puede aplicar el mismo algoritmo, solo que a un cociente.

Solución de algunos ítems:

a) $3\sqrt{2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = \sqrt{18}$

b) $5\sqrt{3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = \sqrt{75}$

c) $4\sqrt{5} = \sqrt{16} \times \sqrt{5} = \sqrt{80}$

d) $\frac{\sqrt{7}}{2} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{7}{4}}$

Fecha: **U2 2.4**

Ⓟ Realiza la operación $5 \times \sqrt{2}$.

Ⓢ Puesto que $5 = \sqrt{25}$

Entonces $5 \times \sqrt{2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2}$
$= \sqrt{25 \times 2}$
$= \sqrt{50}$

Ⓔ Expresa el número $\frac{\sqrt{5}}{3}$ como la raíz cuadrada de un número.

$$\frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{9}} = \sqrt{\frac{5}{9}}$$

Ⓡ a) $\sqrt{18}$ b) $\sqrt{75}$ c) $\sqrt{80}$

d) $\sqrt{\frac{7}{4}}$ e) $\sqrt{\frac{3}{49}}$ f) $\sqrt{\frac{2}{81}}$

Tarea: página 45 del Cuaderno de Ejercicios.

2.5 Simplificación de raíces cuadradas inexactas

P

¿Cómo se puede simplificar la expresión de los números a) $\sqrt{12}$ y b) $\sqrt{\frac{5}{9}}$?

S

a) Expresando 12 en su descomposición prima:

$$\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3}$$

Simplificando la expresión:

$$\sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

Por lo tanto:

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}.$$

b) Expresando el radical como una fracción:

$$\sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{9}}$$

Simplificando la raíz cuadrada del denominador:

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Por lo tanto:

$$\sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

C

Se conoce como **simplificar** una raíz cuadrada a expresarla con un radicando menor que el inicial. Y se dice **simplificar a la mínima expresión** una raíz cuadrada cuando se simplifica el radicando al menor valor posible. **Si a, $b \geq 0$ entonces $\sqrt{a^2 \times b} = a\sqrt{b}$.**

Por ejemplo, simplificar $\sqrt{90}$ a su mínima expresión.

Utilizando la descomposición prima de 90:

$$\sqrt{90} = \sqrt{3^2 \times 2 \times 5} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{2 \times 5} = 3\sqrt{10}$$

Observa:

90	2
45	3
15	3
5	5
1	

Y la simplificación de $\sqrt{90}$ a su mínima expresión es $3\sqrt{10}$, porque ya no se puede reducir el radicando. **Al realizar cualquier operación con radicales, siempre se debe simplificar el resultado a la mínima expresión.**

E

Simplifica el número $-\sqrt{396}$ a su mínima expresión.

Utilizando la descomposición prima de 396:

$$-\sqrt{396} = -\sqrt{2^2 \times 3^2 \times 11} = -\sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{11} = -2 \times 3 \times \sqrt{11} = -6\sqrt{11}$$

Observa:

396	2
198	2
99	3
33	3
11	11
1	

Y como ya no se puede reducir el radicando, la simplificación a la mínima expresión de $-\sqrt{396}$ es: $-6\sqrt{11}$

1. Simplifica las siguientes expresiones:

a) $\sqrt{18}$ $3\sqrt{2}$ b) $-\sqrt{\frac{6}{25}}$ $-\frac{\sqrt{6}}{5}$ c) $\sqrt{27}$ $3\sqrt{3}$ d) $-\sqrt{200}$ $-10\sqrt{2}$ e) $-\sqrt{\frac{5}{81}}$ $-\frac{\sqrt{5}}{9}$

2. Simplifica los siguientes números a su mínima expresión.

a) $\sqrt{252}$ $6\sqrt{7}$ b) $-\sqrt{450}$ $-15\sqrt{2}$ c) $\sqrt{405}$ $9\sqrt{5}$

Unidad 2

47

Indicador de logro

2.5 Simplifica raíces cuadradas inexactas.

Secuencia

Ahora se puede trabajar el proceso inverso al que se vio en la clase anterior, utilizando la descomposición en factores primos de un número, se puede determinar un proceso para simplificar raíces cuadradas.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Utilizar el procedimiento inverso al visto en la clase anterior para simplificar expresiones con raíces cuadradas.

Ⓒ Definir matemáticamente lo que se entenderá por simplificación y simplificación a la mínima expresión, y brindar un procedimiento para realizar simplificaciones de raíces cuadradas.

Ⓔ Aplicar el algoritmo establecido en la Conclusión para simplificar raíces cuadradas.

Solución de algunos ítems:

1. a) $\sqrt{18} = \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2}$

   b) $-\sqrt{\frac{6}{25}} = -\sqrt{\frac{6}{5^2}} = -\frac{\sqrt{6}}{5}$

   c) $\sqrt{27} = \sqrt{3^2 \times 3} = 3\sqrt{3}$

   d) $-\sqrt{200} = -\sqrt{2^2 \times 5^2 \times 2} = -10\sqrt{2}$

Fecha: **U2 2.5**

Ⓟ Simplifica:

a) $\sqrt{12}$ b) $\sqrt{\frac{5}{9}}$

Ⓢ Utilizando la descomposición prima:

a) $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$

b) $\sqrt{\frac{5}{9}} = \sqrt{\frac{5}{3^2}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

Ⓔ Simplifica el número $-\sqrt{396}$ a su mínima expresión.

$-\sqrt{396} = -\sqrt{2^2 \times 3^2 \times 11} = -6\sqrt{11}$

Ⓡ 1. a) $3\sqrt{2}$ b) $-\frac{\sqrt{6}}{5}$ c) $3\sqrt{3}$

d) $-10\sqrt{2}$ e) $-\frac{\sqrt{5}}{9}$

2. a) $6\sqrt{7}$ b) $-15\sqrt{2}$ c) $9\sqrt{5}$

Tarea: página 46 del Cuaderno de Ejercicios.

2.6 Multiplicación de raíces cuadradas utilizando simplificación

P Realiza la multiplicación $\sqrt{28} \times \sqrt{18}$

S Se puede simplificar antes de operar.

$\sqrt{28} = \sqrt{4 \times 7} = 2\sqrt{7}$

$\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$

Entonces:

$$\sqrt{28} \times \sqrt{18} = 2\sqrt{7} \times 3\sqrt{2} = 2 \times 3 \times \sqrt{7} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{14}$$

Se puede multiplicar desde el inicio.

$\sqrt{28} \times \sqrt{18} = \sqrt{28 \times 18}$

Luego, se expresa como factores primos:

$\sqrt{28 \times 18} = \sqrt{7 \times 2^2 \times 3^2 \times 2}$

Y se simplifica:

$$\sqrt{7 \times 2^2 \times 3^2 \times 2} = 2 \times 3 \times \sqrt{7 \times 2} = 6\sqrt{14}$$

Observa que para evitar cálculos grandes se evita hacer la multiplicación 28×18.

C Para multiplicar raíces cuadradas con números grandes como radicando se puede hacer lo siguiente:

1. Se simplifica cada raíz cuadrada si es posible.
2. Se multiplican las raíces ya simplificadas.
3. Se simplifica si es posible.

Por ejemplo: $\sqrt{20} \times \sqrt{90}$

1. $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ $\sqrt{90} = 3\sqrt{10}$
2. $2\sqrt{5} \times 3\sqrt{10} = 2 \times 3 \times \sqrt{5} \times \sqrt{10} = 6\sqrt{50}$
3. $6\sqrt{50} = 6 \times 5\sqrt{2} = 30\sqrt{2}$

E Realiza la multiplicación $-\sqrt{98} \times \sqrt{80}$.

Cuando los radicandos son muy grandes, se factoriza en primos antes de multiplicar.

$$-\sqrt{98} \times \sqrt{80} = -\sqrt{98 \times 80} = -\sqrt{2 \times 7^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 5}$$
$$= -7 \times 2 \times 2 \times \sqrt{2 \times 5}$$
$$= -28\sqrt{10}$$

Observa:

98	2		80	2
49	7		40	2
7	7		20	2
1			10	2
			5	5
			1	

I Realiza las siguientes multiplicaciones de raíces cuadradas.

a) $\sqrt{20} \times \sqrt{12}$ $4\sqrt{15}$

b) $\sqrt{75} \times \sqrt{50}$ $25\sqrt{6}$

c) $\sqrt{18} \times (-\sqrt{50})$ -30

d) $(-\sqrt{27}) \times (-\sqrt{32})$ $12\sqrt{6}$

e) $\sqrt{10} \times \sqrt{14}$ $2\sqrt{35}$

f) $\sqrt{8} \times \sqrt{6}$ $4\sqrt{3}$

g) $\sqrt{12} \times (-\sqrt{15})$ $-6\sqrt{5}$

h) $\sqrt{96} \times (-\sqrt{20})$ $-8\sqrt{30}$

Indicador de logro

2.6 Determina el producto de raíces cuadradas utilizando simplificación.

Secuencia

Ahora que el estudiante ya conoce el método para realizar la simplificación de raíces cuadradas y el algoritmo para multiplicar raíces, se puede utilizar la simplificación como herramienta para multiplicar raíces cuadradas con radicandos grandes.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Utilizar la simplificación de raíces cuadradas para realizar multiplicaciones y expresar el resultado de forma simplificada. Evitar el cálculo complejo de multiplicaciones como 28 × 18.

Ⓒ Brindar un método que simplifique los cálculos de la multiplicación de raíces cuadradas (en especial cuando se trata de números grandes).

Ⓔ Aplicar la herramienta de simplificación para realizar multiplicaciones con raíces cuadradas y extender el resultado de la multiplicación de un número negativo por un positivo.

Solución de algunos ítems:

a) $\sqrt{20} \times \sqrt{12} = 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{3}$
$= 4\sqrt{15}$

b) $\sqrt{75} \times \sqrt{50} = 5\sqrt{3} \times 5\sqrt{2}$
$= 25\sqrt{6}$

c) $\sqrt{18} \times (-\sqrt{50}) = 3\sqrt{2} \times (-5\sqrt{2})$
$= -15 \times 2$
$= -30$

d) $(-\sqrt{27}) \times (-\sqrt{32}) = -3\sqrt{3} \times (-4\sqrt{2})$
$= 12\sqrt{6}$

Fecha: **U2 2.6**

Ⓟ Realiza la multiplicación $\sqrt{28} \times \sqrt{18}$.

Ⓢ
$\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$
$\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$\sqrt{28} \times \sqrt{18} = 2 \times 3 \times \sqrt{7} \times \sqrt{2}$
$= 6\sqrt{14}$

$\sqrt{28} \times \sqrt{18} = \sqrt{28 \times 18}$
$= \sqrt{2^2 \times 7 \times 3^2 \times 2}$
$= 6\sqrt{14}$

Ⓔ Realiza la multiplicación $-\sqrt{98} \times \sqrt{80}$.

$-\sqrt{98} \times \sqrt{80} = -\sqrt{98 \times 80}$
$= -\sqrt{2 \times 7^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 5}$
$= -28\sqrt{10}$

Ⓡ

a) $4\sqrt{15}$ b) $25\sqrt{6}$ c) -30 d) $12\sqrt{6}$

e) $2\sqrt{35}$ f) $4\sqrt{3}$ g) $-6\sqrt{5}$ h) $-8\sqrt{30}$

Tarea: página 47 del Cuaderno de Ejercicios.

2.7 Racionalización de denominadores

P

Encuentra una fracción equivalente que no tenga raíz cuadrada en el denominador para $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

S

Considerando la fracción equivalente: $\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

Realizando la multiplicación: $\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Por lo tanto: $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Comprobando los valores de cada expresión en la calculadora.

$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707106...$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707106...$

Al multiplicar y dividir una fracción por un mismo número se obtiene una fracción equivalente, es decir, que representa la misma cantidad. Por ejemplo:

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{6}$$

Observa que esta expresión en la que se simplifica la raíz cuadrada del denominador es mucho más fácil de insertar en la calculadora y también para hacer operaciones de fracciones, porque así el denominador es entero.

C

El proceso en el cuál se encuentra una fracción equivalente sin raíces cuadradas en el denominador de una fracción se llama: **racionalización de denominadores.**

Para racionalizar el denominador de una fracción $\frac{b}{\sqrt{a}}$ donde $a > 0$ se siguen los pasos:

1. Se multiplica por la fracción $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}$.
2. Se realiza la multiplicación y se simplifica el resultado.

$$\frac{b}{\sqrt{a}} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$$

Por ejemplo, racionaliza $\frac{3}{\sqrt{6}}$:

1. $\frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$
2. $\frac{3}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{3 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

Al realizar cualquier operación con radicales, siempre se debe racionalizar los radicales del denominador.

E

Racionaliza los siguientes números: a) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ b) $-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}}$.

a) 1. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$

2. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3 \times 7}}{7} = \frac{\sqrt{21}}{7}$

b) Se simplifica $\sqrt{12}$: $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

1. $-\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} = -\left(\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)$

2. $-\left(\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) = -\left(\frac{\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}}\right) = -\left(\frac{\sqrt{5 \times 3}}{2 \times 3}\right) = -\frac{\sqrt{15}}{6}$

Racionaliza los siguientes números.

a) $\frac{1}{\sqrt{7}}$ $\frac{\sqrt{7}}{7}$ b) $-\frac{1}{\sqrt{11}}$ $-\frac{\sqrt{11}}{11}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ d) $\frac{8}{\sqrt{20}}$ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

e) $\frac{5}{\sqrt{3}}$ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ f) $\frac{7}{\sqrt{21}}$ $\frac{\sqrt{21}}{3}$ g) $-\frac{12}{\sqrt{18}}$ $-2\sqrt{2}$ h) $-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{24}}$ $-\frac{\sqrt{30}}{12}$

Indicador de logro

2.7 Racionaliza el denominador de una fracción.

Secuencia

En las clases anteriores ya se han establecido algunas formas de simplificación, y además se han utilizado para operar raíces, ahora que los estudiantes ya conocen la multiplicación de raíces cuadradas, se puede introducir la racionalización del denominador de una fracción, multiplicando y dividiendo por la misma cantidad para obtener una fracción equivalente.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Utilizar las fracciones equivalentes para determinar una forma de simplificar la raíz cuadrada del denominador de una fracción.

Ⓒ Definir la racionalización del denominador de una fracción y establecer un proceso para realizar la racionalización del denominador en donde solo aparece una raíz cuadrada; el proceso para racionalizar más de una raíz cuadrada se abordará hasta bachillerato. Además, es importante mencionar que el proceso de racionalización debe efectuarse al presentar respuestas finales.

Solución de algunos ítems:

a) $\frac{1}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$

b) $-\frac{1}{\sqrt{11}} \times \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{11}} = -\frac{\sqrt{11}}{11}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

d) $\frac{8}{\sqrt{20}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{10} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$

Estrategia de resolución de problemas:
Para esta clase se aplica una estrategia muy común en matemática, la cual consiste en multiplicar por un "1" de manera "adecuada", o bien en multiplicar y dividir por una misma cantidad que sea de conveniencia para expresar de otra forma alguna cantidad.

Fecha: **U2 2.7**

Ⓟ Encuentra una fracción equivalente sin raíz cuadrada en el denominador de $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Ⓢ Considerando la fracción equivalente:
$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Ⓔ Racionaliza los números:

a) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$

b) $-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}}$

$-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}} = -\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$

$= -\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$= -\frac{\sqrt{15}}{6}$

Ⓡ
a) $\frac{\sqrt{7}}{7}$ b) $-\frac{\sqrt{11}}{11}$
c) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ d) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$
e) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ f) $\frac{\sqrt{21}}{3}$
g) $-2\sqrt{2}$ h) $-\frac{\sqrt{30}}{12}$

Tarea: página 48 del Cuaderno de Ejercicios.

2.8 Suma y resta de raíces cuadradas

P

Efectúa las siguientes operaciones:

a) $7\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$ b) $7\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

S

a) Tomando $a = \sqrt{3}$: $7\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 7a + 2a = 9a = 9\sqrt{3}$

b) Tomando $a = \sqrt{3}$: $7\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 7a - 2a = 5a = 5\sqrt{3}$

$7a = a + a + a + a + a + a + a.$

$2a = a + a.$

C

Para sumar y restar raíces cuadradas, se suman y restan los coeficientes de las raíces cuadradas que tienen igual radicando.

Ejemplos: a) $6 + 5\sqrt{7} - 3\sqrt{7}$ b) $3\sqrt{2} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

Identificando los números que tienen igual radicando:

$6 + 5\sqrt{7} - 3\sqrt{7}$ $3\sqrt{2} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

Sumando y restando los coeficientes de las raíces con igual radicando:

$6 + 5\sqrt{7} - 3\sqrt{7} = 6 + (5 - 3)\sqrt{7}$ $3\sqrt{2} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{2} = (3 + 2)\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$

Por lo tanto:

$6 + 5\sqrt{7} - 3\sqrt{7} = 6 + 2\sqrt{7}$ $3\sqrt{2} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$

Observa:
$\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5}$
$1.41... + 1.73... \neq 2.23...$
No se puede expresar $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ de forma más simple.

Ten cuidado para sumar $\sqrt{a} + \sqrt{a}$, **no** es $\sqrt{a + a} = \sqrt{2a}$, es igual a: $2\sqrt{a}$.

Ten cuidado
Multiplicando: $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$
Sumando: $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a + b}$

Efectúa las siguientes operaciones de raíces cuadradas.

a) $\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$
$5\sqrt{3}$

b) $9\sqrt{2} - 7\sqrt{2}$
$2\sqrt{2}$

c) $\sqrt{5} - 7\sqrt{5}$
$-6\sqrt{5}$

d) $5\sqrt{6} + 7\sqrt{6} + 8$
$12\sqrt{6} + 8$

e) $2\sqrt{2} - 6 - 7\sqrt{2}$
$-5\sqrt{2} - 6$

f) $9\sqrt{5} + 7\sqrt{5} + 4\sqrt{7}$
$16\sqrt{5} + 4\sqrt{7}$

g) $7\sqrt{6} - 3\sqrt{2} + 8\sqrt{2}$
$7\sqrt{6} + 5\sqrt{2}$

h) $5\sqrt{7} - 4\sqrt{3} - 8\sqrt{7}$
$-3\sqrt{7} - 4\sqrt{3}$

Indicador de logro

2.8 Suma y resta raíces cuadradas semejantes.

Secuencia

Ahora que ya se ha trabajado la multiplicación y división, se introduce la suma y resta con raíces cuadradas, definiendo raíces cuadradas semejantes, y haciendo la analogía con las operaciones con polinomios.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Plantear la diferencia entre la suma y la resta de raíces cuadradas, por ello se utilizan las mismas raíces y solo cambia el signo de la operación. A partir de esto, utilizar la sustitución de la raíz cuadrada por una variable y operar como suma de monomios para deducir la forma de sumar raíces cuadradas.

Ⓒ Brindar un algoritmo para sumar raíces cuadradas con igual radicando, de manera correcta. En los recuadros se justifica por qué la suma de raíces diferentes debe quedar indicada y se brinda una advertencia para evitar un error muy típico de la suma de raíces cuadradas, esta suma no es igual a la suma de los radicandos.

Estrategia de resolución de problemas:
Para establecer que no se cumple que la suma de dos raíces es la raíz de la suma de los radicandos se utiliza la estrategia del "contraejemplo", la cual consiste en mostrar un ejemplo que no cumple el enunciado. También se puede mostrar un contraejemplo sin usar calculadora:
$\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$
$\sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$
Por lo tanto, $\sqrt{9} + \sqrt{16} \neq \sqrt{25}$.

Uso del lenguaje matemático:
En esta clase se trabaja el uso correcto del lenguaje matemático, evitando el error común de expresar la suma de dos raíces con diferente radicando como la raíz de la suma de los radicandos. Para ello se da un contraejemplo en un recuadro y se da una advertencia en otro.

Fecha: **U2 2.8**

Ⓟ Efectúa las operaciones:

a) $7\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$ b) $7\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

Ⓢ Tomando $a = \sqrt{3}$ y sustituyendo:

a) $7a + 2a = 9a = 9\sqrt{3}$

b) $7a - 2a = 5a = 5\sqrt{3}$

Ⓡ
a) $5\sqrt{3}$ b) $2\sqrt{2}$
c) $-6\sqrt{5}$ d) $12\sqrt{6} + 8$
e) $-5\sqrt{2} - 6$ f) $16\sqrt{5} + 4\sqrt{7}$
g) $7\sqrt{6} + 5\sqrt{2}$ h) $-3\sqrt{7} - 4\sqrt{3}$

Tarea: página 49 del Cuaderno de Ejercicios.

2.9 Suma y resta de raíces cuadradas utilizando simplificación y racionalización

P

Efectúa las siguientes operaciones: a) $\sqrt{18} - \sqrt{32} + \sqrt{50}$ b) $\sqrt{12} - \frac{6}{\sqrt{3}}$.

S

a) Simplificando cada raíz cuadrada:

$$\sqrt{18} = \sqrt{2 \times 3^2} = 3\sqrt{2}$$
$$\sqrt{32} = \sqrt{2 \times 4^2} = 4\sqrt{2}$$
$$\sqrt{50} = \sqrt{2 \times 5^2} = 5\sqrt{2}$$

Y sumando las raíces cuadradas:

$$\sqrt{18} - \sqrt{32} + \sqrt{50} = 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$$
$$= (3 - 4 + 5)\sqrt{2}$$
$$= 4\sqrt{2}$$

b) Simplificando una raíz cuadrada y racionalizando la otra:

$$\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$$
$$\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6}{3}\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

Y restando las raíces cuadradas:

$$\sqrt{12} - \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$$
$$= 0$$

A las raíces cuadradas con igual radicando se les conoce como **raíces semejantes.**

C

Para sumar y restar raíces cuadradas con radicandos diferentes:

1. Se simplifican los términos a su mínima expresión.
2. Se racionaliza las raíces que sean posibles.
3. Se efectúan las sumas y restas con raíces semejantes.

Por ejemplo: $\sqrt{20} - \sqrt{45} + \frac{30}{\sqrt{5}}$.

1. $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
   $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$
2. $\frac{30}{\sqrt{5}} = \frac{30}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{30}{5}\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$
3. $\sqrt{20} - \sqrt{45} + \frac{30}{\sqrt{5}}$
   $= 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$

Efectúa las siguientes operaciones de raíces cuadradas:

a) $\sqrt{20} + \sqrt{45}$
$5\sqrt{5}$

b) $\sqrt{48} + \sqrt{75} + \sqrt{27}$
$12\sqrt{3}$

c) $\sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{27}$
$4\sqrt{3}$

d) $\sqrt{12} + \frac{3}{\sqrt{3}}$
$3\sqrt{3}$

e) $\sqrt{63} + \frac{28}{\sqrt{7}}$
$7\sqrt{7}$

f) $\sqrt{72} - \frac{8}{\sqrt{2}}$
$2\sqrt{2}$

g) $\sqrt{28} + \sqrt{7} + \frac{35}{\sqrt{7}}$
$8\sqrt{7}$

h) $\sqrt{98} - \sqrt{50} + \frac{18}{\sqrt{2}}$
$11\sqrt{2}$

i) $\sqrt{75} - \sqrt{12} - \frac{3}{\sqrt{3}}$
$2\sqrt{3}$

Indicador de logro

2.9 Suma y resta de raíces cuadradas, utilizando simplificación y racionalización.

Secuencia

Anteriormente se estableció el método para sumar raíces cuadradas semejantes, ahora se utilizarán las herramientas de simplificación y racionalización para obtener raíces semejantes y aplicar lo visto en la clase anterior.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Realizar simplificaciones y luego sumar raíces cuadradas, también aplicar la racionalización y sumar raíces cuadradas, con lo cual se pueden realizar operaciones más complejas, que impliquen mayor cantidad de procedimientos. Se utilizan raíces de números que los estudiantes ya han simplificado o racionalizado, con el fin de que no pierdan tiempo en hacer el cálculo y se centren en el objetivo de la clase que es sumar raíces utilizando simplificación o racionalización de raíces. A partir del literal b) se puede mencionar que dos cantidades que no parecen iguales, luego de racionalizar, sí pueden serlo (en valor absoluto).

Ⓒ Analizar en forma general cómo se resolvería un problema que tenga radicales que se puedan tanto simplificar como racionalizar, para realizar sumas con números expresados de diferentes maneras.

Solución de algunos ítems:

a) $\sqrt{20} + \sqrt{45} = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$
$= 5\sqrt{5}$

b) $\sqrt{48} + \sqrt{75} + \sqrt{27} = 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$
$= 12\sqrt{3}$

c) $\sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{27} = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} + 3\sqrt{3}$
$= 4\sqrt{3}$

d) $\sqrt{12} + \frac{3}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} + \frac{3\sqrt{3}}{3}$
$= 2\sqrt{3} + \sqrt{3}$
$= 3\sqrt{3}$

Fecha: **U2 2.9**

Ⓟ Efectúa las operaciones:

a) $\sqrt{18} - \sqrt{32} + \sqrt{50}$ b) $\sqrt{12} - \frac{6}{\sqrt{3}}$

Ⓢ a) $\sqrt{18} - \sqrt{32} + \sqrt{50} = 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$
$= 4\sqrt{2}$

b) $\sqrt{12} - \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} - \frac{6\sqrt{3}}{3}$
$= 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$
$= 0$

Ⓡ

a) $5\sqrt{5}$ b) $12\sqrt{3}$ c) $4\sqrt{3}$

d) $3\sqrt{3}$ e) $7\sqrt{7}$ f) $2\sqrt{2}$

g) $8\sqrt{7}$ h) $11\sqrt{2}$ i) $2\sqrt{3}$

Tarea: página 50 del Cuaderno de Ejercicios.

2.10 Operaciones combinadas de raíces cuadradas, parte 1

P

Efectúa la operación $\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+5\right)$.

S

Tomando $\sqrt{3}=a$:

La propiedad distributiva cumple que:
$a(b+c)=ab+ac.$

Se puede aplicar la propiedad distributiva:

$$\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+5\right)=a\left(a+5\right)=a^2+5a$$

$$\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+5\right)=\left(\sqrt{3}\right)^2+5\left(\sqrt{3}\right)$$

$$=3+5\sqrt{3}$$

C

La propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma se cumple para números reales y en particular para raíces cuadradas.

Para 3 números reales a, b, c se cumple que $a(b+c)=ab+ac$.

Por ejemplo: $\sqrt{5}\left(\sqrt{6}+\sqrt{5}\right)=\sqrt{5}\left(\sqrt{6}\right)+\left(\sqrt{5}\right)^2$

$=\sqrt{30}+5$

E

Efectúa la operación $\sqrt{5}\left(\sqrt{45}+7\right)$.

Se simplifica $\sqrt{45}$: $\sqrt{45}=3\sqrt{5}$.

Entonces: $\sqrt{5}\left(\sqrt{45}+7\right)=\sqrt{5}\left(3\sqrt{5}+7\right)=3\times\left(\sqrt{5}\right)^2+7\left(\sqrt{5}\right)=3\times5+7\sqrt{5}=15+7\sqrt{5}$.

Efectúa las siguientes operaciones de raíces cuadradas:

Revisa si se simplifica antes de calcular.

a) $\sqrt{7}\left(\sqrt{7}+6\right)$
$7+6\sqrt{7}$

b) $\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-3\right)$
$2-3\sqrt{2}$

c) $\sqrt{5}\left(\sqrt{45}+3\right)$
$15+3\sqrt{5}$

d) $\sqrt{6}\left(\sqrt{24}+9\right)$
$12+9\sqrt{6}$

e) $\sqrt{3}\left(\sqrt{75}-4\right)$
$15-4\sqrt{3}$

f) $\sqrt{5}\left(\sqrt{20}-6\right)$
$10-6\sqrt{5}$

g) $\sqrt{7}\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)$
$7+\sqrt{21}$

h) $\sqrt{2}\left(\sqrt{18}+\sqrt{48}\right)$
$6+4\sqrt{6}$

Indicador de logro

2.10 Opera raíces cuadradas utilizando la propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma.

Secuencia

Ahora que ya se han tratado las cuatro operaciones básicas para raíces cuadradas, es conveniente trabajar un poco de operaciones combinadas de raíces cuadradas; en un primer momento aplicando la propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma para luego analizar un caso más complejo de aplicación de la propiedad distributiva (en dos ocasiones), que será tratado en la siguiente clase.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ En la clase 2.8 se considera la raíz cuadrada como variable, ahora se puede aplicar la propiedad distributiva y analizar la forma de realizar estas operaciones combinadas de suma con multiplicación.

Ⓒ Establecer la veracidad de la propiedad distributiva para raíces cuadradas y en general para cualquier número real.

Ⓔ Se da una variante de aplicación de la propiedad distributiva, en la cual para facilitar los cálculos es mejor simplificar antes de operar.

Solución de algunos ítems:

a) $\sqrt{7}\left(\sqrt{7}+6\right) = 7 + 6\sqrt{7}$

b) $\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-3\right) = 2 - 3\sqrt{2}$

c) $\sqrt{5}\left(\sqrt{45}+3\right) = \sqrt{5}\left(3\sqrt{5}+3\right)$
$= 15 + 3\sqrt{5}$

d) $\sqrt{6}\left(\sqrt{24}+9\right) = \sqrt{6}\left(2\sqrt{6}+9\right)$
$= 12 + 9\sqrt{6}$

Fecha: **U2 2.10**

Ⓟ Efectúa la operación:

$$\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+5\right)$$

Ⓢ Tomando $a = \sqrt{3}$ y sustituyendo:

$$\begin{aligned}\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+5\right) &= a(a+5)\\ &= a^2 + 5a\\ &= \left(\sqrt{3}\right)^2 + 5\\ &= 3 + 5\sqrt{3}\end{aligned}$$

Ⓔ $\sqrt{5}\left(\sqrt{45}+7\right) = \sqrt{5}\left(3\sqrt{5}+7\right)$
$= 15 + 7\sqrt{5}$

Ⓡ a) $7 + 6\sqrt{7}$ b) $2 - 3\sqrt{2}$
c) $15 + 3\sqrt{5}$ d) $12 + 9\sqrt{6}$
e) $15 - 4\sqrt{3}$ f) $10 - 6\sqrt{5}$
g) $7 + \sqrt{21}$ h) $6 + 4\sqrt{6}$

Tarea: página 51 del Cuaderno de Ejercicios.

2.11 Operaciones combinadas de raíces cuadradas, parte 2

P

Efectúa la operación $(\sqrt{5}+3)(\sqrt{2}+1)$.

S

Desarrollando la multiplicación:

$$(\sqrt{5}+3)(\sqrt{2}+1) = \sqrt{5}(\sqrt{2})+\sqrt{5}(1)+3(\sqrt{2})+3(1)$$
$$= \sqrt{10}+\sqrt{5}+3\sqrt{2}+3$$

Para operar $(a+b)(c+d)$ se efectúa así:

$(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd.$

C

La propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma se cumple para números reales y en particular para raíces cuadradas, también en el caso $(a+b)(c+d)$.

Para 4 números reales a, b, c, d se cumple que $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$.

Por ejemplo: $(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})$

$$(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3}) = \sqrt{7}(\sqrt{2})+\sqrt{7}(\sqrt{3})+\sqrt{3}(\sqrt{2})+(\sqrt{3})^2$$
$$= \sqrt{14}+\sqrt{21}+\sqrt{6}+3$$

E

Efectúa la operación $(\sqrt{2}+1)^2$.

Aplicando los productos notables:

$$(\sqrt{2}+1)^2 = (\sqrt{2})^2+2(\sqrt{2})(1)+(1)^2$$
$$= 2+2\sqrt{2}+1$$
$$= 3+2\sqrt{2}$$

Desarrollo del producto notable:
$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

Efectúa las siguientes operaciones de raíces cuadradas. Simplifica las respuestas a su mínima expresión.

a) $(\sqrt{7}+2)(\sqrt{5}-4)$
$\sqrt{35}+2\sqrt{5}-4\sqrt{7}-8$

b) $(\sqrt{6}+5)(\sqrt{6}+4)$
$26+9\sqrt{6}$

c) $(\sqrt{2}-3)(\sqrt{2}-7)$
$23-10\sqrt{2}$

d) $(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})$
2

e) $(\sqrt{5}+6)^2$
$41+12\sqrt{5}$

f) $(\sqrt{3}-2)^2$
$7-4\sqrt{3}$

g) $(\sqrt{6}+\sqrt{5})(\sqrt{3}+\sqrt{6})$
$3\sqrt{2}+6+\sqrt{15}+\sqrt{30}$

h) $(\sqrt{6}-4)(\sqrt{2}-2)$
$2\sqrt{3}-2\sqrt{6}-4\sqrt{2}+8$

i) $(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)$
1

Unidad 2

Indicador de logro

2.11 Opera raíces cuadradas utilizando la propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma.

Secuencia

Ahora que ya se ha visto que la propiedad distributiva se cumple para las raíces cuadradas y los números reales, se puede aplicar para el caso en el que se multiplican dos números sumados (o restados) con otros dos números sumados (o restados), en donde se debe aplicar dos veces la propiedad distributiva.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Aplicar la propiedad distributiva para realizar diferentes tipos de operaciones combinadas de sumas y restas con multiplicación.

Ⓒ Extender los resultados de aplicación de la propiedad distributiva a las raíces cuadradas y números reales.

Ⓔ Aplicar lo establecido en la Ⓒ para realizar cálculos de cuadrados perfectos y asociar el proceso con los productos notables de polinomios.

Solución de algunos ítems:

a) $(\sqrt{5}+2)(\sqrt{7}-4) = \sqrt{35} - 4\sqrt{7} + 2\sqrt{5} - 8$

b) $(\sqrt{6}+5)(\sqrt{6}+4) = (\sqrt{6})^2 + 9\sqrt{6} + 20$
$= 26 + 9\sqrt{6}$

c) $(\sqrt{2}-3)(\sqrt{2}-7) = (\sqrt{2})^2 - 10\sqrt{2} + 21$
$= 23 - 10\sqrt{2}$

d) $(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5}) = (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2$
$= 7 - 5$
$= 2$

Fecha: **U2 2.11**

Ⓟ Efectúa la operación:
$(\sqrt{5}+3)(\sqrt{2}+1)$

Ⓢ $(\sqrt{5}+3)(\sqrt{2}+1) = \sqrt{5}(\sqrt{2}) + \sqrt{5} + 3\sqrt{2} + 3$
$= \sqrt{10} + \sqrt{5} + 3\sqrt{2} + 3$

Ⓔ Efectúa la operación:
$(\sqrt{2}+1)^2 = (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} + 1$
$= 3 + 2\sqrt{2}$

Ⓡ a) $\sqrt{35} - 4\sqrt{7} + 2\sqrt{5} - 8$
b) $9\sqrt{6} + 26$
c) $23 - 9\sqrt{2}$
d) 2
e) $41 + 12\sqrt{5}$
f) $7 - 4\sqrt{3}$
g) $3\sqrt{2} + 6 + \sqrt{15} + \sqrt{30}$
h) $2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} - 4\sqrt{2} + 8$
i) 1

Tarea: página 52 del Cuaderno de Ejercicios.

2.12 Practica lo aprendido

1. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).

a) $\sqrt{121} = 11$ entonces $\sqrt{12.1} = 1.1$. F

b) Al realizar la división $\sqrt{8} \div \sqrt{2}$ se obtiene un número racional. F

c) El resultado de efectuar $2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$ es $2 \times 3 \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$. V

d) El resultado de efectuar $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ es $\sqrt{2+3} = \sqrt{5}$. F

e) Al racionalizar el número $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ se obtiene el número $\sqrt{2}$. F

2. Realiza las siguientes multiplicaciones de raíces cuadradas.

a) $\sqrt{7} \times \sqrt{2}$ $\sqrt{14}$ b) $(-\sqrt{6}) \times \sqrt{10}$ $-2\sqrt{15}$ c) $(-\sqrt{6}) \times (-\sqrt{14})$ $2\sqrt{21}$

3. Realiza las siguientes divisiones de raíces cuadradas.

a) $\sqrt{5} \div \sqrt{7}$ $\sqrt{\frac{5}{7}}$ b) $\sqrt{6} \div (-\sqrt{14})$ $-\sqrt{\frac{3}{7}}$ c) $(-\sqrt{6}) \div (-\sqrt{24})$ $\frac{1}{2}$

4. Expresa los siguientes números sin el símbolo de radical.

a) $\sqrt{900}$ 30 b) $-\sqrt{\frac{400}{81}}$ $-\frac{20}{9}$

5. Expresa los siguientes números como la raíz cuadrada de un número.

a) $2\sqrt{5}$ $\sqrt{20}$ b) $7\sqrt{2}$ $\sqrt{98}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ $\sqrt{\frac{2}{25}}$ d) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ $\sqrt{\frac{5}{16}}$

2.13 Practica lo aprendido

1. Simplifica los siguientes números a su mínima expresión.

a) $\sqrt{27}$ $3\sqrt{3}$ b) $\sqrt{\frac{11}{64}}$ $\frac{\sqrt{11}}{8}$ c) $\sqrt{405}$ $9\sqrt{5}$

2. Efectúa las siguientes multiplicaciones de raíces cuadradas.

a) $\sqrt{45} \times \sqrt{28}$ $6\sqrt{35}$ b) $\sqrt{30} \times \sqrt{21}$ $3\sqrt{70}$

3. Racionaliza las siguientes raíces cuadradas.

a) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ $\frac{\sqrt{6}}{6}$ b) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$ $\frac{\sqrt{35}}{7}$ c) $\frac{30}{\sqrt{5}}$ $\frac{30\sqrt{5}}{5}$

4. Efectúa las siguientes operaciones de raíces cuadradas.

a) $6\sqrt{7} + 9\sqrt{7}$ $15\sqrt{7}$ b) $13\sqrt{5} - 7 - 8\sqrt{5}$ $5\sqrt{5} - 7$ c) $\sqrt{3} - 5\sqrt{7} + 4\sqrt{3}$ $5\sqrt{3} - 5\sqrt{7}$

d) $\sqrt{75} + \sqrt{48}$ 9 e) $\sqrt{28} - \sqrt{63} + \sqrt{7}$ 0 f) $\sqrt{98} - \frac{20}{\sqrt{2}}$ $-3\sqrt{2}$

5. Efectúa las siguientes operaciones de raíces cuadradas.

a) $\sqrt{5}(\sqrt{5} - 6)$ $5 - 6\sqrt{5}$ b) $\sqrt{3}(\sqrt{75} - 8)$ $15 - 8\sqrt{3}$ c) $\sqrt{5}(\sqrt{7} - \sqrt{5})$ $\sqrt{35} - 5$

d) $(\sqrt{3} - 7)(\sqrt{3} - 5)$ $38 - 12\sqrt{3}$ e) $(\sqrt{8} + \sqrt{6})(\sqrt{8} - \sqrt{6})$ 2 f) $(\sqrt{5} - 4)^2$ $21 - 8\sqrt{5}$

Indicador de logro

2.12 Resuelve problemas sobre operaciones con raíces cuadradas.

Solución de algunos ítems:

Solución de algunos ítems de la clase 2.12:

1. a) $\sqrt{12.1} = \sqrt{\frac{121}{10}} = \frac{11}{\sqrt{10}}$ el cual es irracional.

   b) $\sqrt{8} \div \sqrt{2} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$

   c) $2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 2 \times 3 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$
   $= 6 \times 2$
   $= 12$

   d) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = 2 + 2\sqrt{6} + 3$
   $= 5 + 2\sqrt{6} \neq 5$

   e) $\frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{6}{3}$

2. a) $\sqrt{7} \times \sqrt{2} = \sqrt{7 \times 2}$
   $= \sqrt{14}$

   b) $(-\sqrt{6}) \times \sqrt{10} = -\sqrt{6 \times 10}$
   $= -2\sqrt{15}$

   c) $(-\sqrt{6}) \times (-\sqrt{14}) = \sqrt{3 \times 2 \times 2 \times 7}$
   $= 2\sqrt{21}$

3. c) $(-\sqrt{6}) \div (-\sqrt{24}) = \sqrt{\frac{6}{24}}$
   $= \sqrt{\frac{1}{4}}$
   $= \frac{1}{2}$

4. b) $-\sqrt{\frac{400}{81}} = -\sqrt{\frac{2^2 \times 2^2 \times 5^2}{3^2 \times 3^2}}$
   $= -\frac{2 \times 2 \times 5}{3 \times 3}$
   $= -\frac{20}{9}$

5. b) $2\sqrt{5} = \sqrt{5 \times 2^2}$
   $= \sqrt{20}$

Solución de algunos ítems de la clase 2.13:

1. a) $\sqrt{27} = \sqrt{3^2 \times 3}$
   $= 3\sqrt{3}$

2. a) $\sqrt{45} \times \sqrt{28} = \sqrt{3^2 \times 5 \times 2^2 \times 7}$
   $= 6\sqrt{35}$

3. a) $\frac{1}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$

4. e) $\sqrt{28} - \sqrt{63} + \sqrt{7} = 2\sqrt{7} - 3\sqrt{7} + \sqrt{7}$
   $= 0$

5. d) $(\sqrt{3} - 7)(\sqrt{3} - 5) = (\sqrt{3})^2 - 12\sqrt{3} + 35$
   $= 38 - 12\sqrt{3}$

Tarea: página 53 del Cuaderno de Ejercicios.

2.14 Resolución de problemas con números reales

P

En la escuela de Mario se han destinado \$225 para comprar las camisas de la promoción. Si el número de camisas coincide con el precio de cada una de ellas, ¿cuánto es el costo de cada camisa?

S

- Si fueran 3 camisas, cada camisa debería costar \$3 y se gastarían \$9 en total.
- Si fueran 10 camisas, cada camisa debería costar \$10 y se gastarían \$100 en total.

En general, tomando a como el costo de cada camisa.
El problema menciona que el número de camisas coincide con el precio de ellas.

Entonces, se compraron a camisas a un precio de a dólares.
Y como el gasto total es \$225, se cumple que $a^2 = 225$.

Por lo tanto, el costo de cada camisa es: $\sqrt{225}$.
Descomponiendo en factores primos: $\sqrt{3^2 \times 5^2} = 3 \times 5 = 15$.

Recuerda que $\sqrt{225}$ significa el número positivo que elevado al cuadrado da 225.

El costo de cada camisa es de **\$15**.

C

Para resolver una situación problemática se siguen los pasos:

1. Identificar la información que brinda el problema.
2. Si es posible realizar un esquema de la situación del problema.
3. Buscar un método de solución para el problema.
4. Brindar la respuesta al problema planteado.
5. Verificar si la respuesta satisface todas las condiciones del problema.

1. En la escuela de Carmen gastarán \$144 para comprar los uniformes de los intramuros, si el número de uniformes coincide con el precio de cada uno de ellos, ¿cuánto es el costo de cada uniforme?

   \$12

2. Un tablero de ajedrez es cuadrado y tiene 64 cuadritos, ¿cuántos cuadritos tiene cada lado del tablero?

   8 cuadritos por lado

3. Se enladrillará un terreno cuadrado con baldosas cuadradas de 0.25 m cada una, ¿cuántas baldosas hay que comprar si el terreno tiene un área de 25 m^2?

   400 baldosas para todo el terreno

Unidad 2

Indicador de logro

2.12 Resuelve problemas de aplicación utilizando conceptos sobre raíces cuadradas.

Secuencia

Una vez estudiada toda la unidad, se puede introducir la resolución de problemas aplicando los conocimientos sobre raíz cuadrada, esta clase introducirá de alguna forma la siguiente unidad, correspondiente a la resolución de ecuaciones cuadráticas.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Los estudiantes iniciarán aplicando la técnica de "prueba y error", probando algunos números que cumplan las condiciones del problema, puede que algunos determinen la cantidad de camisas de esta manera. Se pretende que al compartir la solución esta implique una ecuación cuadrática sin mencionarles que lo es..

Ⓒ Se brinda un esquema general para el abordaje y resolución de un problema, a modo de dar una estrategia general al estudiante sobre la resolución de problemas..

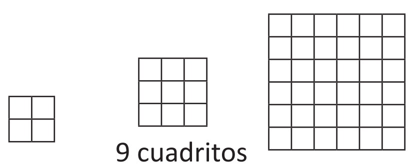
Solución de algunos ítems:

1. Este problema puede ser realizado con lo visto en la clase, puesto que es la misma situación y solo cambia el total, se espera que los estudiantes puedan dar la solución y simplificarla de manera directa:

$$\sqrt{144} = \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 3^2}$$
$$= 12$$

Por lo tanto, se mandaron a hacer 12 uniformes a $12 cada uno.

2. Realizando un esquema de la situación, puesto que el tablero es cuadrado tiene la misma cantidad de cuadritos a lo largo y a lo ancho:



4 cuadritos   9 cuadritos   36 cuadritos

Tomando x como la cantidad de cuadritos por lado, se tiene que $x^2 = 64$, entontes $x = \sqrt{64} = 8$ cuadritos por lado.

3. Como el terreno es cuadrado, entonces cada lado del terreno mide 5 m.
Así se puede calcular que se necesitan $5 \div 0.25 = 20$ baldosas por lado, por lo tanto en total se necesitan $20^2 = 400$ baldosas para todo el terreno.

Fecha: **U2 2.14**

Ⓟ El número de camisas coincide con el precio de ellas, y se gastan $225 en total. Encuentra el costo de cada camisa.

Si fueran 3 camisas, costarían $3 y el gasto total sería $9.

Ⓢ Si fueran 10 camisas, costarían $10 y el gasto total sería $100.
En general se debe cumplir que si a = número de camisas.
$a^2 = 225$

Y por la definición de raíces cuadradas, puede ser –25 o 25, pero al ser cantidad de camisas no puede ser negativo.
Por lo tanto son 25 camisas a $25 cada una.

Ⓡ 1. 12 camisas a $12 cada una.

2. 8 cuadritos por lado.

3. 400 baldosas para todo el terreno.

Tarea: página 54 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 2

2.15 Practica lo aprendido

1. Determina los números naturales que puede representar "a" para que se cumpla la siguiente relación:

$$3 < \sqrt{a} < 4$$

10, 11, 12, 13 ,14 y 15.

2. Aproxima los siguientes números tomando en cuenta que $\sqrt{5} \approx 2.236$.

a) $\sqrt{20}$ 4.472

b) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 0.4472

c) $\frac{15}{\sqrt{5}}$ 6.708

3. Considerando $x = \sqrt{5} + \sqrt{7}$, $y = \sqrt{5} - \sqrt{7}$, determina el valor de las siguientes expresiones algebraicas.

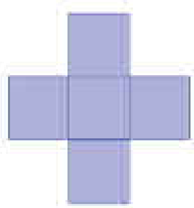
a) $(x + y)^2$ 20

b) xy −2

c) $x^2 - y^2$ $4\sqrt{35}$

4. Determina dos números que sumados dan 318 y la raíz cuadrada de uno es igual a la raíz cuadrada del otro aumentado en 20. 149 y 169

5. Determina el perímetro de la siguiente figura si tiene un área de 245 m^2. La figura está compuesta por cuadrados.



84 m

6. Se sembrarán 170 matas de frijol en dos bandejas cuadradas para cultivo de esquejes (retoños). Si uno de ellos tiene 7 divisiones por lado, ¿cuántas divisiones debe tener el otro recipiente?

11 por cada lado

7. Se deja caer un objeto de un edificio de 10 m de alto, ¿cuántos segundos después de haberlo soltado chocará contra el suelo si el tiempo viene dado por la expresión $t = \sqrt{\frac{10y}{49}}$? (y: altura de la que cae el objeto). Aproximadamente 1.43 segundos.

8. Don Juan quiere cercar su terreno cuadrado de 2 500 m^2 de área. Si cada metro cercado tiene un costo de \$3.75, ¿cuánto será el costo total por cercar el terreno? \$750

Indicador de logro

2.15 Resuelve problemas sobre conceptos de raíz cuadrada.

Solución de algunos ítems:

1. Para que $3 < \sqrt{a} < 4$, se debe cumplir:
$$9 < a < 16$$
Y los números naturales que lo cumplen son: 10, 11, 12, 13, 14 y 15.

2. a) Simplificando y sustituyendo el valor de $\sqrt{5}$:
$$\sqrt{20} = 2\sqrt{5} = 2(2.236) = 4.472$$
b) Se racionaliza y sustituye el valor de $\sqrt{5}$.
c) Se racionaliza, se simplifica y sustituye el valor de $\sqrt{5}$.

3. a) $(x + y)^2 = (\sqrt{5} + \sqrt{7} + \sqrt{5} - \sqrt{7})^2$
$= (2\sqrt{5})^2$
$= 20$

4. En este ejercicio, al decir que la raíz de uno es igual a la raíz del otro aumentado en 20, se hace referencia a la siguiente relación:
$$\sqrt{y} = \sqrt{x + 20}$$

Si x, y son los números buscados, se cumplen las siguientes condiciones:
$$x + y = 318 \qquad (1)$$
$$\sqrt{y} = \sqrt{x + 20} \qquad (2)$$

De (2) se puede deducir que:
$$y = x + 20$$
Y sustituyendo en (1) se obtiene:
$$x + x + 20 = 318$$
$$x = 149$$
$$y = 149 + 20 = 169$$

5. Considerando el lado de cada cuadrado como x, entonces el área de cada cuadrado es x^2.
La figura está formada por 5 de estos cuadrados, entonces:
$$5x^2 = 245$$
$$x^2 = 49$$
Por lo tanto, el lado de cada cuadrado mide 7 m (no puede ser negativo).

Puesto que el perímetro de la figura cuenta con 12 lados de cuadrados, se tiene que esto es 12(7) = 84 (m).

6. Puesto que cada bandeja es cuadrada, y una de ellas tiene 7 divisiones por lado, se puede considerar que la otra tiene x separaciones por lado, entonces se cumple que:
$$x^2 + 7^2 = 170$$
$$x^2 = 170 - 49$$
$$x^2 = 121$$

Aplicando la raíz cuadrada se tiene que la otra bandeja debe tener 11 divisiones por lado.

7. Se sustituye el valor de y por la altura y se calcula el tiempo que tarda en caer el objeto.

8. Se calcula la longitud del lado del terreno cuadrado (aplicando la raíz cuadrada), $\sqrt{2\,500} = 50$, ahora calculando el perímetro, esto es 4(50) = 200 (m). Cada metro tiene un costo de \$3.75, y el costo total es 200(3.75) = 750 (dólares).

Tarea: página 55 del Cuaderno de Ejercicios.