Unidad 8. Medidas de dispersión

Competencias de la Unidad

Calcula e interpreta las medidas de dispersión para analizar críticamente situaciones de su contexto que requieran del análisis de datos.

Relación y desarrollo

Primero y segundo ciclo

- Representación de datos en tabla
- Gráfica de barras
- Pictogramas
- Gráfica de líneas
- Moda, mediana y media
- Porcentajes

Séptimo grado

Unidad 7: Gráfica de faja y circular
- Gráfica de faja
- Gráfica circular

Octavo grado

Unidad 8: Organización y análisis de datos estadísticos
- Tablas y gráficas estadísticas para variables cuantitativas
- Medidas de tendencia central
- Valor aproximado y dígitos significativos

Noveno grado

Unidad 8: Medidas de dispersión
- Dispersión
- Propiedades de la desviación típica

Plan de estudio de la Unidad

Lección	Horas	Clases
1. Dispersión	1	1. Rango para datos no agrupados
	1	2. Desviación respecto a la media
	1	3. Varianza para datos no agrupados
	1	4. Desviación para datos no agrupados
	1	5. Agrupación de datos
	1	6. Media aritmética y rango para datos agrupados
	1	7. Varianza para datos agrupados
	1	8. Desviación típica
	1	9. Practica lo aprendido
	1	10. Practica lo aprendido
2. Propiedades de la desviación típica	1	1. Desviación típica de una variable, más una constante
	1	2. Desviación típica de una variable multiplicada por una constante
	1	Prueba de la Unidad 8
	1	Prueba del tercer trimestre

12 horas clase + prueba de la Unidad 8 + prueba del tercer trimestre

Puntos esenciales de cada lección

Lección 1: Dispersión
Se introduce la definición de medidas de dispersión para datos agrupados y no agrupados. Las medidas introducidas en esta lección son rango, varianza y desviación típica.

Lección 2: Propiedades de la desviación típica
Se introducen las propiedades de la desviación típica como una herramienta para el cálculo de la desviación típica de un conjunto de datos que se han modificado, ya sea sumándolos o multiplicándolos por una constante.

Lección 1 Dispersión

1.1 Rango para datos no agrupados

P

En la tabla se presenta la tarifa mensual (en dólares) por el servicio de agua potable en dos residenciales de San Salvador:

Residencial 1	
Casa	Tarifa mensual (en dólares)
1	12
2	11
3	12
4	13
5	12
6	18

Residencial 2	
Casa	Tarifa mensual (en dólares)
1	10
2	13
3	12
4	11
5	12
6	12
7	14

¿Cómo se calcula la media aritmética, mediana y moda para datos no agrupados?

a) Calcula la media aritmética, la mediana y la moda de las tarifas de cada una de las residenciales.

b) Para cada residencial calcula la diferencia entre la tarifa más alta y la más baja. ¿Cuál residencial tiene la mayor diferencia?

S

a) Para calcular la media aritmética (μ) se suman todos los datos y el resultado se divide entre el número de datos, la mediana es el dato que ocupa la posición central cuando estos se ordenan de menor a mayor y la moda es el dato con mayor frecuencia (el que más se repite).

Para la residencial 1:

$$\mu = \frac{12 + 11 + 12 + 13 + 12 + 18}{6}$$
$$= \frac{78}{6}$$
$$= 13$$

La media aritmética es \$13.

Los datos ordenados de menor a mayor quedan de la siguiente forma:

11, 12, 12, 12, 13, 18

Por ser un número par de datos, la mediana es la media de los datos que ocupan las posiciones 3 y 4:

$$\frac{12 + 12}{2} = 12$$

La mediana es igual a \$12. Por último, la moda es \$12 para la residencial 1, pues es el dato que más se repite.

Para la residencial 2:

$$\mu = \frac{10 + 13 + 12 + 11 + 12 + 12 + 14}{7}$$
$$= \frac{84}{7}$$
$$= 12$$

La media aritmética es \$12.

Lección 1

Los datos ordenados de menor a mayor quedan de la siguiente forma:
10, 11, 12, 12, 12, 13, 14
El dato que ocupa la posición central (cuarta posición) es 12, es decir, la mediana de la residencial 2 es igual a $12. Finalmente, la moda es igual a $12 para la residencial 2, pues es el dato que más se repite.

Los resultados anteriores se resumen en el siguiente cuadro:

	Residencial 1	Residencial 2
Media aritmética	$13	$12
Mediana	$12	$12
Moda	$12	$12

b) Para la residencial 1 la tarifa más alta es $18, la más baja es $11 y la diferencia es 18 − 11 = 7.
Para la residencial 2 la tarifa más alta es $14, la más baja es $10 y la diferencia es 14 − 10 = 4.

Por lo tanto, la diferencia de la tarifa más alta y la más baja es mayor en la residencial 1.

C

Las **medidas de dispersión** indican qué tanto se dispersan o agrupan los datos con respecto a su media aritmética.

El **rango** es una medida de dispersión que para una serie de datos no agrupados es igual a la diferencia del dato mayor y el dato menor. Al **rango** también se le llama **amplitud.** En el Problema inicial, las tarifas de la residencial 1 se encuentran más dispersas, ya que el rango es mayor.

1. Observa los datos no agrupados de las series A y B. ¿En cuál serie los datos están más dispersos?

Como el rango es mayor para la serie B, entonces es la serie más dispersa.

	Serie A	Serie B
1	20.3	20.9
2	20.8	20.5
3	21.0	24.0
4	20.5	29.5
5	21.1	21.0
6	20.2	19.1
7	20.4	16.4

2. María registra la temperatura en dos semanas diferentes, obteniendo los resultados de la derecha.

a) Calcula la media aritmética, la mediana y la moda de cada semana.

b) Calcula el rango de cada semana, ¿en cuál de ellas los datos están más dispersos?

Semana 1	
Día	Temperatura
domingo	32°
lunes	31°
martes	29°
miércoles	30°
jueves	30°
viernes	29°
sábado	29°

Semana 2	
Día	Temperatura
domingo	35°
lunes	34°
martes	32°
miércoles	30°
jueves	30°
viernes	27°
sábado	25°

a) μ = 30°, mediana = 30° y moda = 29°.
μ = 30.43°, mediana = 30° y moda = 30°.

b) Semana 1, rango = 3°
Semana 2, rango = 10°
La semana 2 tiene los datos más dispersos.

Indicador de logro

1.1 Identifica la dispersión de distribuciones de datos, utilizando el rango para datos no agrupados.

Secuencia

Anteriormente se trabajaron las medidas de tendencia central para datos no agrupados y agrupados, por lo que en esta unidad se trabajan las medidas de dispersión, igualmente para datos no agrupados y agrupados.
Vale recordar que en tercer ciclo todas las medidas de tendencia central y de dispersión se denotan por las letras griegas mayúsculas, porque no se trabaja con muestras, por tanto se debe tener cuidado de no utilizar las notaciones $\overline{\mathbf{x}}$ y $\mathbf{s}^2$ cuando se utilice la media aritmética y la varianza respectivamente.

Solución de algunos ítems:

1.
Serie A
Dato menor: 20.2. Dato mayor: 21.1
Rango: 21.1 – 20.2 = 0.9 dólares
Serie B
Dato menor: 16.4. Dato mayor: 29.5
Rango: 13.1 dólares
Como el rango es mayor para la serie B, entonces es la serie más dispersa.

2.
a) Semana 1
Media.
$\mu = \frac{32 + 31 + 29 + 30 + 30 + 29 + 29}{7}$
$\mu = \frac{210}{7} = 30°$
Mediana.
Ordenando los datos se tiene:
29, 29, 29, 30, 30, 31, 32
La mediana es 30°.
Moda.
La moda es 29°

Semana 2
Media.
$\mu = \frac{35 + 34 + 32 + 30 + 30 + 27 + 25}{7}$
$\mu = \frac{213}{7} = 30.43°$
Mediana.
Ordenando los datos se tiene:
25, 27, 30, 30, 32, 34, 35
La mediana es 30°.
Moda.
La moda es 30°

b) Semana 1
Dato menor: 29. Dato mayor:32
Rango: 32 – 29 = 3°
Semana 2
Dato menor: 25. Dato mayor: 35
Rango: 10°

Como el rango es mayor para la semana 2, entonces es la serie más dispersa.

Fecha: **U8 1.1**

(P) Para cada residencial:
a) Calcula la media aritmética, la mediana y la moda.
b) Calcula la diferencia entre la tarifa más alta y la más baja. ¿Cuál residencial tiene la mayor diferencia?

(S) a) Residencial 1: μ = 13, mediana = 12 y moda = 12
Residencial 2: μ = 12, mediana = 12 y moda = 12
b) Residencial 1: 18 – 11 = 7
Residencial 2: 14 – 10 = 4
Por tanto, la mayor diferencia es de la residencial 1.

(R) 1. Como el rango es mayor para la serie B, entonces es la serie más dispersa.

2. μ = 30°, mediana = 30° y moda = 29°.
μ = 30.43°, mediana = 30° y moda = 30°.

Semana 1, rango = 3°
Semana 2, rango = 10°
La semana 2 tiene los datos más dispersos.

Tarea: página 166 del Cuaderno de Ejercicios.

1.2 Desviación respecto a la media

P

Residencial 1	
Casa	Tarifa mensual (en dólares)
1	12
2	11
3	12
4	13
5	12
6	18

Residencial 2	
Casa	Tarifa mensual (en dólares)
1	10
2	13
3	12
4	11
5	12
6	12
7	14

En las series de datos de la tarifa mensual por el servicio de agua potable en dos residenciales de San Salvador, se obtuvo lo siguiente:

	Residencial 1	Residencial 2
Media aritmética	\$13	\$12
Mediana	\$12	\$12

a) ¿Cuál de las medidas; media o mediana, consideras puede ser más representativa para cada distribución?

b) En ambas series, encuentra las diferencias de cada dato y su media aritmética, ¿cómo se relacionan estas diferencias con la dispersión?

S

a) Para la residencial 1: la mayoría de los datos son menores a \$13, que es el valor de la media. Esto es debido a que la media se ve afectada por el sexto dato (\$18) que difiere considerablemente de los demás; entonces, para esta distribución la mediana puede ser un dato más representativo.

Para la residencial 2: tanto la media como la mediana tienen el mismo valor, puede tomarse cualquiera de los dos como dato más representativo de la distribución.

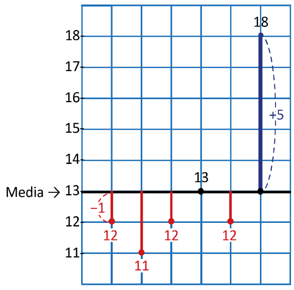
b) En la tabla se presentan las diferencias de cada uno de los datos y la media:

Residencial 1	
x	$x-\mu$
12	12−13 = −1
11	11−13 = −2
12	12−13 = −1
13	13−13 = 0
12	12−13 = −1
18	18−13 = 5

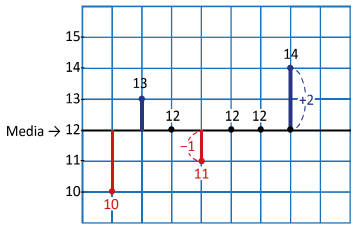
Residencial 2	
x	$x-\mu$
10	10−12 = −2
13	13−12 = 1
12	12−12 = 0
11	11−12 = −1
12	12−12 = 0
12	12−12 = 0
14	14−12 = 2

Sin tomar en cuenta los signos negativos, las diferencias reflejan la distancia de cada uno de los datos a su media aritmética. Lo anterior puede observarse mejor en los siguientes esquemas:

Residencial 1



Residencial 2



Lección 1

En ellos se observa que los datos de la residencial 2 se encuentran a menor distancia con respecto a su media aritmética ($12); mientras que en los datos de la residencial 1, el último de ellos está relativamente lejos de su media aritmética ($13).

C

En una distribución, a la diferencia de cada uno de los datos (x) y su media aritmética (μ) se le llama **desviación** respecto a la media (o simplemente desviación), se simboliza por $x - \mu$ e indica la diferencia de cada uno de los datos a la media aritmética. La suma de todas las desviaciones se simboliza por $\Sigma(x - \mu)$ y siempre es igual a cero:

Suma de todas las desviaciones = 0

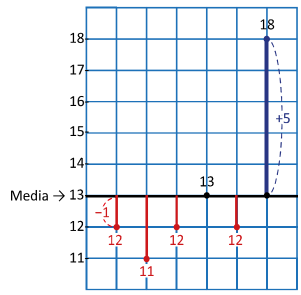
es decir,

$$\Sigma(x - \mu) = 0$$

E

Utilizando el Problema inicial, verifica que la suma de todas las desviaciones con respecto a la media es cero.

Residencial 1



En el esquema puede notarse que el valor absoluto de la suma de las distancias negativas es igual al de la positiva, haciendo que el resultado sea cero. También puede hacerse el cálculo:

$$\begin{aligned}\Sigma(x - \mu) &= (-1) + (-2) + (-1) + 0 + (-1) + 5\\ &= -1 - 2 - 1 - 1 + 5\\ &= -5 + 5\\ &= 0\end{aligned}$$

En la siguiente tabla se presentan tres series de datos no agrupados.

Completa cada una de las tablas y con base en las desviaciones, respecto a la media responde:

¿En cuál distribución los datos se encuentran más dispersos con respecto a la media?

Los datos se encuentran más dispersos en la serie A.

	Serie A		Serie B		Serie C	
	x	$x - \mu$	x	$x - \mu$	x	$x - \mu$
	15	9	8	1	15	6
	4	−2	9	2	5	−4
	6	0	6	−1	8	−1
	3	−3	7	0	10	1
	2	−4	5	−2	7	−2
Media		6		7		9
Mediana		4		7		8
Rango		13		4		10

Unidad 8

Indicador de logro

1.2 Identifica distribuciones de datos que se encuentran más dispersas respecto a la media.

Secuencia

Para esta clase se aborda el concepto de desviación de los datos respecto a la media y el hecho de que la suma de todas las desviaciones es cero. Este concepto es necesario para abordar la varianza de un conjunto de datos en la siguiente clase.

Propósito

Ⓟ Definir el concepto de desviación respecto a la media. También se explica que el significado de la notación:

$$\Sigma(x - \mu)$$

es indicar la suma de todas las desviaciones, por lo que es recomendable mencionar que el símbolo Σ se lee "sumatoria".

Solución de algunos ítems:

Serie A
$\mu = 6$

Serie A	
x	$x - \mu$
15	15 – 6 = 9
4	4 – 6 = –2
6	6 – 6 = 0
3	3 – 6 = –3
2	2 – 6 = –4
Media	6
Mediana	4
Rango	13

Serie B
$\mu = 7$

Serie B	
x	$x - \mu$
8	8 – 7 = 1
9	9 – 7 = 2
6	6 – 7 = –1
7	7 – 7 = 0
5	5 – 7 = –2
Media	7
Mediana	7
Rango	4

Serie C
$\mu = 9$

Serie C	
x	$x - \mu$
15	15 – 9 = 6
5	5 – 9 = –4
8	8 – 9 = –1
10	10 – 9 = 1
7	7 – 9 = –2
Media	9
Mediana	8
Rango	10

Los datos se encuentran más dispersos en la serie A.

Fecha: **U8 1.2**

Ⓟ Con los datos de la tabla:

a) ¿Entre la media y mediana, cuál consideras más representativa para cada residencial?

b) En ambas series, calcula las diferencias de cada dato y su media. ¿Cómo se relacionan estas diferencias con la dispersión?

Ⓢ a) Residencial 1: la media se ve afectada por el sexto dato que es muy diferente de los demás. La mediana es más representativa.
Residencial 2: la media y la mediana tienen el mismo valor. Puede tomarse cualquiera de las dos.

b) Los datos de la residencial 2 están a menor distancia de su media; y en los datos de la residencial 1, el último de ellos está relativamente lejos de su media.

Ⓔ $\Sigma(x - \mu)$
$= (-1) + (-2) + (-1) + 0 + (-1) + 5$
$= -1 - 2 - 1 - 1 + 5$
$= -5 + 5$
$= 0$

Ⓡ Serie A: 9, –2, 0, –3 y –4
Media: 6, Mediana: 4, Rango: 13

Serie B: 1, 2, –1, 0 y –2
Media: 7, Mediana: 7, Rango: 4

Serie C: 6, –4, –1, 1 y –2
Media: 9, Mediana: 8, Rango: 10

Los datos se encuentran más dispersos en la serie A.

Tarea: página 168 del Cuaderno de Ejercicios.

1.3 Varianza para datos no agrupados

Las desviaciones con respecto a la media pueden resultar complicadas de interpretar debido al signo negativo en alguna de ellas y cuando se tienen muchos datos.

En las tablas aparecen las desviaciones respecto a la media de los datos de la clase anterior:

Residencial 1	
x	$x - \mu$
12	12 − 13 = − 1
11	11 − 13 = − 2
12	12 − 13 = − 1
13	13 − 13 = 0
12	12 − 13 = − 1
18	18 − 13 = 5

Residencial 2	
x	$x - \mu$
10	10 − 12 = − 2
13	13 − 12 = 1
12	12 − 12 = 0
11	11 − 12 = − 1
12	12 − 12 = 0
12	12 − 12 = 0
14	14− 12 = 2

a) Calcula el cuadrado de cada una de las desviaciones con respecto a su media.
b) Calcula la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones del literal anterior. Esta media aritmética se simboliza con σ^2 (σ es la letra griega sigma).

a) En las tablas se presentan los cuadrados de cada una de las desviaciones, en la columna $(x - \mu)^2$.

Residencial 1		
x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
12	12 − 13 = − 1	$(-1)^2 = 1$
11	11 − 13 = − 2	$(-2)^2 = 4$
12	12 − 13 = − 1	$(-1)^2 = 1$
13	13 − 13 = 0	$0^2 = 0$
12	12 − 13 = − 1	$(-1)^2 = 1$
18	18 − 13 = 5	$5^2 = 25$

Residencial 2		
x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
10	10−12 = −2	$(-2)^2 = 4$
13	13−12 = 1	$1^2 = 1$
12	12−12 = 0	$0^2 = 0$
11	11−12 = −1	$(-1)^2 = 1$
12	12−12 = 0	$0^2 = 0$
12	12−12 = 0	$0^2 = 0$
14	14−12 = 2	$2^2 = 4$

b) La media aritmética de los cuadrados de las desviaciones del literal anterior (que se simboliza por σ^2) se calcula sumando todos los resultados, de la última columna, de cada tabla y dividiéndolos entre el total de datos.

Para la residencial 1:

$$\sigma^2 = \frac{1 + 4 + 1 + 0 + 1 + 25}{6} = \frac{32}{6} \approx 5.33$$

Para la residencial 2:

$$\sigma^2 = \frac{4 + 1 + 0 + 1 + 0 + 0 + 4}{7} = \frac{10}{7} \approx 1.43$$

La medida (σ^2) sirve también para calcular la dispersión de los datos con respecto a su media. Se puede observar que cuanto mayor sean las desviaciones respecto a la media, mayor es σ^2 y por consiguiente más dispersos se encontrarán los datos.

σ^2 en la residencial 1 se ve afectada por la desviación del último dato cuyo cuadrado es 25, dando como resultado que sea mayor a σ^2 de la residencial 2. Por lo tanto, las tarifas de la residencial 1 se encuentran más dispersas.

C

A la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones se le llama **varianza**, se denota por σ^2 y se calcula:

$$Varianza = \frac{\text{Suma de los cuadrados de las desviaciones}}{\text{Número de datos}}$$

es decir,

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x - \mu)^2}{n}$$

Donde n es el número total de datos y μ es la media aritmética de la serie de datos. En el problema inicial, la varianza de la serie de datos de la residencial 1 es $\sigma^2 \approx 5.33$; mientras que la varianza de la serie de datos de la residencial 2 es $\sigma^2 \approx 1.43$.

Como esta medida es sensible a cada uno de los datos de la serie, la varianza revela aspectos en la dispersión que no refleja el rango. Cuanto mayor sea la varianza, más dispersos se encontrarán los datos con respecto a su media aritmética y puede recurrirse a la mediana como dato representativo de la distribución.

En las tablas se presentan las tres series de datos no agrupados de la clase anterior.

Serie A		
x	$x-\mu$	$(x-\mu)^2$
15	9	81
4	−2	4
6	0	0
3	−3	9
2	−4	16

Varianza (σ^2)	22

Serie B		
x	$x-\mu$	$(x-\mu)^2$
8		1
9	2	4
6	−1	1
7	0	0
5	−2	4

Varianza (σ^2)	2

Serie C		
x	$x-\mu$	$(x-\mu)^2$
15	6	36
5	−4	16
8	−1	1
10	1	1
7	−2	4

Varianza (σ^2)	11.6

Completa cada una de las tablas y calcula la varianza de cada serie. Con base en ella, justifica en cuál serie los datos se encuentran más dispersos. Compáralo con el resultado obtenido en la clase anterior.

La serie A tiene mayor varianza, por tanto, también es la serie con más dispersión. Al igual que lo indicaba el Rango, con la varianza también se determina que la serie A tiene más dispersión.

Indicador de logro

1.3 Utiliza la varianza para datos no agrupados para justificar la dispersión de los datos de la serie.

Secuencia

En la clase 1.2 se trabajó el concepto de desviación de los datos respecto a la media, por lo que en esta clase ya se puede abordar el concepto de la varianza de un conjunto de datos no agrupados.

Solución de algunos ítems:

Serie A
$\mu = 6$

Serie A		
x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
15	$15 - 6 = 9$	$9^2 = 81$
4	$4 - 6 = -2$	$(-2)^2 = 4$
6	$6 - 6 = 0$	$0^2 = 0$
3	$3 - 6 = -3$	$(-3)^2 = 9$
2	$2 - 6 = -4$	$(-4)^2 = 16$

$\sigma^2 = \frac{81 + 4 + 0 + 9 + 16}{5}$

$\sigma^2 = \frac{110}{5}$

$\sigma^2 = 22$

Varianza (σ^2)	22

Serie B
$\mu = 7$

Serie B		
x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
8	$8 - 7 = 1$	$1^2 = 1$
9	$9 - 7 = 2$	$2^2 = 4$
6	$6 - 7 = -1$	$(-1)^2 = 1$
7	$7 - 7 = 0$	$0^2 = 0$
5	$5 - 7 = -2$	$(-2)^2 = 4$

$\sigma^2 = \frac{1 + 4 + 1 + 0 + 4}{5}$

$\sigma^2 = \frac{10}{5}$

$\sigma^2 = 2$

Varianza (σ^2)	2

Serie C
$\mu = 9$

Serie C		
x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
15	$15 - 9 = 6$	$6^2 = 36$
5	$5 - 9 = -4$	$(-4)^2 = 16$
8	$8 - 9 = -1$	$(-1)^2 = 1$
10	$10 - 9 = 1$	$1^2 = 1$
7	$7 - 9 = -2$	$(-2)^2 = 4$

$\sigma^2 = \frac{36 + 16 + 1 + 1 + 4}{5}$

$\sigma^2 = \frac{58}{5}$

$\sigma^2 = 11.6$

Varianza (σ^2)	11.6

La serie A tiene mayor varianza, por tanto, también es la serie con más dispersión. Al igual que lo indicaba el rango, con la varianza también se determina que la serie A tiene más dispersión.

Fecha: **U8 1.3**

(P) Con la información de las tablas, calcula:
a) El cuadrado de cada desviación $(x - \mu)$.
b) La media aritmética de los valores obtenidos en a), y simbolízala con σ^2.

(S) a) Residencial 1:
1, 4, 1, 0, 1 y 25

Residencial 2:
4, 1, 0, 1, 0, 0 y 4

b) $\sigma^2 = \frac{1 + 4 + 1 + 0 + 1 + 25}{6} = \frac{32}{6} \approx 5.33$

$\sigma^2 = \frac{4 + 1 + 0 + 1 + 0 + 0 + 4}{7} = \frac{10}{7} \approx 1.43$

Entre mayor es σ^2 los datos tienen mayor dispersión.

(R) Serie A:
$x - \mu = 9, -2, 0, -3$ y -4
$(x - \mu)^2 = 81, 4, 0, 9, 16$
$\sigma^2 = 22$
Serie B:
$x - \mu = 1, 2, -1, 0, -2$
$(x - \mu)^2 = 1, 4, 1, 0, 4$
$\sigma^2 = 2$
Serie C:
$x - \mu = 6, -4, -1, 1, -2$
$(x - \mu)^2 = 36, 16, 1, 1, 4$
$\sigma^2 = 11.6$
La serie A tiene mayor varianza, por tanto, también es la serie con más dispersión. Al igual que lo indicaba el rango.

Tarea: página 169 del Cuaderno de Ejercicios.

1.4 Desviación típica para datos no agrupados

P

Con la tarifa mensual por el servicio de agua potable, en dos residenciales de San Salvador, realiza lo siguiente:

a) Calcula la raíz cuadrada de la varianza de ambas series y simbolízala por σ (sin el cuadrado). ¿Sigue siendo mayor el resultado de la residencial 1 que cuenta con datos más dispersos?
b) Coloca los datos de cada residencial como puntos sobre la recta numérica.
c) Resta y suma el respectivo valor de σ a cada media aritmética. Coloca estos números sobre la recta.
d) Según lo observado en la recta, ¿cuáles datos están más dispersos?

Residencial 1	
Casa	Tarifa mensual (en dólares)
1	12
2	11
3	12
4	13
5	12
6	18
σ^2	5.33 (dólares al cuadrado)

Residencial 2	
Casa	Tarifa mensual (en dólares)
1	10
2	13
3	12
4	11
5	12
6	12
7	14
σ^2	1.43 (dólares al cuadrado)

S

a) La raíz cuadrada de la varianza de los datos de la residencial 1 es:

$$\sigma = \sqrt{5.33}$$
$$\approx 2.31$$

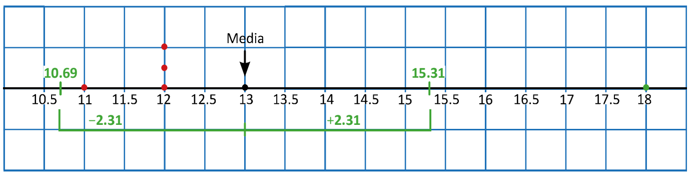
Mientras que la raíz cuadrada de la varianza de los datos de la residencial 2 es:

$$\sigma = \sqrt{1.43}$$
$$\approx 1.20$$

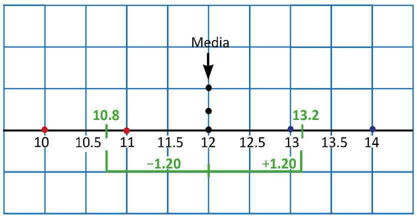
El resultado de la residencial 1 sigue siendo mayor que el de la residencial 2.

b) Cada punto representa uno de los datos; si dos o más datos tienen el mismo valor, entonces se ubican verticalmente sobre el valor correspondiente (los puntos rojos son los datos menores que la media, los azules los mayores, y los negros los que tienen igual valor que la media).

c) **En la serie de la residencial 1:** Para conocer la cantidad de datos que quedan a una distancia σ de su media (13) se le resta y suma a μ el valor de σ (que es 2.31) dando como resultado 10.69 y 15.31 respectivamente. En el esquema de abajo se observa que cinco de los seis datos de la serie quedan a una distancia de 2.31 de la media aritmética.



En la serie de la residencial 2: Al restar y sumar σ (1.20) a la media (12) se obtiene como resultado 10.8 y 13.2 respectivamente. En el esquema de abajo se observa que cinco de los siete datos de la serie quedan a una distancia de 1.20 de la media aritmética.



d) Aparentemente no hay mucha diferencia en las dos series, sin embargo, el hecho que σ sea menor para la residencial 2 indica que los datos se encuentran a una menor distancia de su media aritmética que los datos de la residencial 1, y por tanto, las tarifas mensuales de la residencial 1 se encuentran más dispersas (esto por influencia del dato cuyo valor es $18).

C

A la raíz cuadrada de la varianza se le denomina **desviación típica**, se denota por σ y se calcula así:

$$\textit{Desviación Típica} = \sqrt{\textit{Varianza}}$$

$$= \sqrt{\frac{\textit{Suma de los cuadrados de las desviaciones}}{\textit{Número de datos}}}$$

Es decir,

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x - \mu)^2}{n}}$$

A la desviación típica también se le llama **desviación estándar.**

La desviación típica da un tipo de promedio de las desviaciones con respecto de la media μ, o sea, un promedio de las distancias de cada dato a su media aritmética, algo que no hace la varianza por expresarse en unidades cuadradas.

Cuanto mayor sea la desviación típica, más dispersos se encontrarán los datos con respecto a su media aritmética y puede recurrirse a la mediana como medida representativa de la serie de datos. La desviación típica siempre es un número mayor que cero o igual a cero (en su defecto), nunca será negativo.

Con las series de datos A, B y C del ejercicio de la clase anterior realiza los siguiente:

Serie A		
x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
15	9	81
4	−2	4
6	0	0
3	−3	9
2	−4	16

σ^2	22
σ	4.69

Serie B		
x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
8	1	1
9	2	4
6	−1	1
7	0	0
5	−2	4

σ^2	2
σ	1.41

Serie C		
x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
15	6	36
5	−4	16
8	−1	1
10	1	1
7	−2	4

σ^2	11.6
σ	3.41

a) Calcula la desviación típica de cada una de las series de datos.

b) Determina, en cada serie, la cantidad de datos que quedan a una distancia de una desviación típica con respecto a su media.

Serie A: 4, 6, 3 y 2.
4 datos

Serie B: 8, 6, y 7.
3 datos

Serie C: 8, 10 y 7.
3 datos

Indicador de logro

1.4 Justifica la dispersión de una serie utilizando la desviación típica.

Secuencia

Como ya se ha trabajado la varianza de un conjunto de datos, se introduce la desviación típica como la raíz cuadrada de la varianza.

Propósito

Ⓟ Establecer que a partir de la desviación típica se puede determinar cuál de las dos series está más dispersa. Presentar las ilustraciones obtenidas a partir del desarrollo de b), c) y d) no tienen como objetivo deducir cuál serie tiene mayor dispersión a partir de ellas, más bien solo hacen una presentación gráfica de lo que es una desviación típica.

Solución de algunos ítems:

a) Serie A

$\mu = 6$

Serie A		
x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
15	9	81
4	−2	4
6	0	0
3	−3	9
2	−4	16

σ^2	22
σ	$\sqrt{22} = 4.69$

Serie B

$\mu = 7$

Serie B		
x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
8	1	1
9	2	4
6	−1	1
7	0	0
5	−2	4

σ^2	2
σ	$\sqrt{2} = 1.41$

Serie C

$\mu = 9$

Serie C		
x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
15	6	36
5	−4	16
8	−1	1
10	1	1
7	−2	4

σ^2	11.6
σ	$\sqrt{11.6} = 3.41$

b) Serie A

$\mu - \sigma = 6 - 4.69 = 1.31$

$\mu + \sigma = 6 + 4.69 = 10.69$

Datos: 4, 6, 3 y 2.

4 datos

Serie B

$\mu - \sigma = 7 - 1.41 = 5.59$

$\mu + \sigma = 7 + 1.41 = 8.41$

Datos: 8, 6, y 7.

3 datos

Serie C

$\mu - \sigma = 9 - 3.41 = 5.59$

$\mu + \sigma = 9 + 3.41 = 12.41$

Datos: 8, 10 y 7.

3 datos

Fecha: **U8 1.4**

Ⓟ a) Calcula la raíz cuadrada de σ^2. ¿Sigue siendo mayor el valor de la serie 1?

b) Coloca los datos de cada serie en una recta.

c) Coloca en la recta, la resta y suma del respectivo valor de σ a cada media.

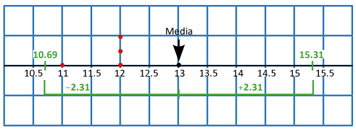
d) ¿Cuál serie está más dispersa?

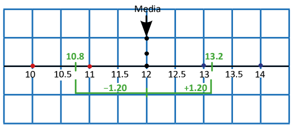
Ⓢ a) Residencial 1 es: $\sigma = \sqrt{5.33} \approx 2.31$

Residencial 2 es: $\sigma = \sqrt{1.43} \approx 1.20$

El resultado de la serie 1 sigue siendo mayor que el de la 2.

b) y c)





d) La σ de la serie 1 es mayor que la de la 2, por tanto está más dispersa.

Ⓡ a) Serie A:

$\sigma = 4.69$

Serie B:

$\sigma = 1.41$

Serie C:

$\sigma = 3.41$

b) Serie A: 4, 6, 3 y 2.

4 datos

Serie B: 8, 6, y 7.

3 datos

Serie C: 8, 10 y 7.

3 datos

Tarea: página 171 del Cuaderno de Ejercicios.

1.5 Agrupación de datos

P Carlos y Antonio trabajan en la librería Maquilishuat. Durante 30 días registran la cantidad de cuadernos vendidos cada día, obteniendo el siguiente registro:

Carlos				
5	15	23	11	20
10	6	9	10	22
15	21	15	16	34
20	18	13	26	18
16	22	21	24	12
14	17	19	16	11

Antonio				
9	15	5	18	22
13	17	11	24	14
19	22	23	10	11
20	12	16	28	18
10	13	21	17	8
21	20	15	15	6

Cada casilla representa un día.

a) Clasifica el número de cuadernos vendidos en 6 grupos de 5 en 5, inicia en 5 y termina en 35.
b) Organiza los grupos en una tabla y determina el total de datos en cada grupo.

S

a) Como deben ser 6 grupos y el primero de ellos debe comenzar en 5 y el último terminar en 35, entonces los grupos serán: de 5 a 10 cuadernos, de 10 a 15 cuadernos, de 15 a 20 cuadernos, de 20 a 25 cuadernos, de 25 a 30 cuadernos y de 30 a 35 cuadernos. Según lo anterior, los cuadernos vendidos por Carlos quedan clasificados de la siguiente forma:

Carlos			16			
			19			
			17	24		
		11	16	21		
		14	18	22		
		12	18	20		
		13	16	21		
	9	10	15	22		
	6	10	15	20		
	5	11	15	23	26	34
	De 5 a 10	**De 10 a 15**	**De 15 a 20**	**De 20 a 25**	**De 25 a 30**	**De 30 a 35**

En el grupo “de 5 a 10” se colocan las cantidades 5, 6, 7, 8 y 9, si las hay; la cantidad final (10) se coloca en el grupo siguiente. De manera similar se hace para los demás grupos.

De forma similar se clasifican los cuadernos vendidos por Antonio:

En 8 días, Antonio vendió de 20 a 25

Antonio						
			15			
		13	15	20		
		10	17	21		
		12	18	21		
		11	16	20		
	6	10	19	23		
	8	14	17	22		
	5	11	18	24		
	9	13	15	22	28	
	De 5 a 10	**De 10 a 15**	**De 15 a 20**	**De 20 a 25**	**De 25 a 30**	**De 30 a 35**

b) La tabla queda de la siguiente manera:

Cantidad de cuadernos vendidos	Número de días	
	Carlos	Antonio
5 a 10	3	4
10 a 15	7	8
15 a 20	10	9
20 a 25	8	8
25 a 30	1	1
30 a 35	1	0
TOTAL	**30**	**30**

Este número representa la cantidad de días en los que Antonio vendió de 20 a 25 cuadernos.

C

La tabla en que se organizan los grupos de datos de una serie tal como en el Problema inicial se llama: **tabla de distribución de frecuencias.**

A los intervalos de datos formados se les llama **clases** y el total de datos que corresponde a cada clase se le llama **frecuencia**. Al tamaño de una clase se le llama ancho de clase y a los valores extremos **límites de clase**.

Por ejemplo, para la primera clase del Problema inicial los límites de clase son 5 y 10, el límite inferior es 5, el límite superior es 10 y el ancho de clase es 5. El número que está en el centro de cada clase se llama **punto medio**, se denota por Pm y se determina mediante la ecuación:

$$Pm = \frac{\textit{Límite superior + Límite inferior}}{2}$$

El punto medio de la primera clase es: $Pm = \frac{5 + 10}{2} = 7.5$

En dos comunidades de Morazán se hace un estudio sobre la edad de los menores de 21 años, obteniendo los siguientes resultados:

Comunidad 1					
9	14	15	14	19	16
11	18	9	12	20	12
12	11	10	19	14	13
15	12	11	18	11	16
14	16	17	12	13	17

Comunidad 2					
14	13	9	17	15	9
9	14	15	20	18	12
13	10	9	11	10	13
16	12	12	11	10	13
18	11	14	10	19	9

a) Clasifica las edades de los menores de 21 años de cada comunidad en 4 grupos de 3 en 3, inicia en 9 y termina en 21.
b) Organiza los datos en una tabla de distribución de frecuencias.
c) Con la tabla creada, agrega otra columna donde se muestre el punto medio de cada clase.

Indicador de logro

1.5 Organiza datos en una tabla de distribución de frecuencias.

Secuencia

En octavo los estudiantes aprendieron a agrupar en clases una serie de datos, por lo que ya tienen nociones de este trabajo, en esta clase se orienta para que recuerden lo realizado anteriormente.

Propósito

Ⓟ Las tablas presentadas en el literal a) de la Solución no se escriben en la pizarra porque quitan tiempo para el desarrollo de la clase, por lo que será mejor verificar la respuesta de los estudiantes directamente con las del libro de texto.

Solución de algunos ítems:

a)

Comunidad 1

	13		
	12		
	14		
	12		
11	13	17	
11	14	17	
10	12	16	18
11	12	16	19
9	12	15	20
11	14	16	18
9	14	15	19
De 9 a 12	**De 12 a 15**	**De 15 a 18**	**De 18 a 21**

Comunidad 2

9			
10			
11	14		
10	13		
11	12		
10	12		
11	13		
9	13		
10	12	16	19
9	14	15	18
9	13	15	18
9	14	17	20
De 9 a 12	**De 12 a 15**	**De 15 a 18**	**De 18 a 21**

b) y c)

Años	Cantidad de menores de 21 años	Pm
9 a 12	7	10.5
12 a 15	11	13.5
15 a 18	7	16.5
18 a 21	5	19.5
TOTAL	**30**	

Años	Cantidad de menores de 21 años	Pm
9 a 12	12	10.5
12 a 15	10	13.5
15 a 18	4	16.5
18 a 21	4	19.5
TOTAL	**30**	

Observación:
En el literal a) los datos están ordenados, sin embargo, es más práctico colocarlos según el orden de la tabla original.

Fecha: **U8 1.5**

Ⓟ Con el registro mostrado en el libro de texto:
a) Clasifica el número de cuadernos vendidos en 6 grupos de 5 en 5, inicia en 5 y termina en 35.
b) Organiza los grupos en una tabla y determina el total de datos en cada grupo.

Ⓢ b)

Cantidad de cuadernos vendidos	Número de días	
	Carlos	Antonio
5 a 10	3	4
10 a 15	7	8
15 a 20	10	9
20 a 25	8	8
25 a 30	1	1
30 a 35	1	0
TOTAL	**30**	**30**

Ⓡ a) Comunidad 1

	14		
	14		
	14		
11	14		
11	13		
11	13	17	
11	12	17	20
11	12	16	19
10	12	16	19
9	12	15	18
9	12	15	18
De 9 a 12	De 12 a 15	De 15 a 18	De 18 a 21

Comunidad 2

11			
11			
11	14		
10	14		
10	14		
10	13		
10	13		
9	13		
9	13	17	20
9	12	16	19
9	12	15	18
9	12	15	18
De 9 a 12	De 12 a 15	De 15 a 18	De 18 a 21

b) y c)

Años	Cantidad de menores de 21 años	Pm
9 a 12	8	10.5
12 a 15	11	13.5
15 a 18	6	19.5
18 a 21	5	19.5
TOTAL	30	

Años	Cantidad de menores de 21 años	Pm
9 a 12	12	10.5
12 a 15	10	13.5
15 a 18	4	19.5
18 a 21	4	19.5
TOTAL	30	

Tarea: página 172 del Cuaderno de Ejercicios.

1.7 Varianza para datos agrupados

P

En la tabla aparecen los datos correspondientes a la cantidad de cuadernos vendidos por Carlos durante 30 días:

Cantidad de cuadernos vendidos	Número de días Carlos (f_c)	Punto medio (Pm)	$f \times Pm$	$Pm - \mu$	$(Pm - \mu)^2$	$f\,(Pm - \mu)^2$
5 a 10	3	7.5	22.5	−10	100	300
10 a 15	7	12.5	87.5			
15 a 20	10	17.5	175.0			
20 a 25	8	22.5	180.0			
25 a 30	1	27.5	27.5			
30 a 35	1	32.5	32.5			
TOTAL	30					
Media aritmética (μ)	**17.5**					

a) Completa la tabla y calcula la suma de los datos de la última columna.
b) ¿Cómo podrías calcular la varianza para esta serie de datos agrupados?

S

a) La tabla completa se presenta a continuación:

Cantidad de cuadernos vendidos	Número de días Carlos (f_c)	Punto medio (Pm)	$f \times Pm$	$Pm - \mu$	$(Pm - \mu)^2$	$f(Pm - \mu)^2$
5 a 10	3	7.5	22.5	−10	100	300
10 a 15	7	12.5	87.5	−5	25	175
15 a 20	10	17.5	175.0	0	0	0
20 a 25	8	22.5	180.0	5	25	200
25 a 30	1	27.5	27.5	10	100	100
30 a 35	1	32.5	32.5	15	225	225
TOTAL	**30**					
Media aritmética (μ)	**17.5**					

La sumatoria de los datos de la última columna, $f(Pm - \mu)^2$, es:

$$300 + 175 + 0 + 200 + 100 + 225 = 1\,000$$

b) Para calcular la varianza, basta dividir entre el número total de datos el resultado de la suma calculada en el literal a), es decir:

$$\sigma^2 = \frac{1\,000}{30}$$
$$\approx 33.33$$

Igual que en las series de datos no agrupados, la varianza se encuentra expresada en unidades cuadradas. Para este caso serían “días al cuadrado”.

Por lo tanto, $\sigma^2 \approx 33.33$.

b) Para el caso de Carlos la última clase que posee frecuencia distinta de cero es la clase de 30 a 35, que tiene frecuencia igual a 1 cuyo límite superior es 35, y la primera clase que posee frecuencia distinta de cero es la clase de 5 a 10 (tiene frecuencia 3) cuyo límite inferior es 5.

Primera clase con frecuencia distinta de cero.

Última clase con frecuencia distinta de cero.

Cantidad de cuadernos vendidos	Número de días Carlos (f_C)
5 a 10	3
10 a 15	7
15 a 20	10
20 a 25	8
25 a 30	1
30 a 35	1
TOTAL	30

De igual forma se identifican las dos clases para el caso de Antonio:

Primera clase con frecuencia distinta de cero.

Última clase con frecuencia distinta de cero.

Cantidad de cuadernos vendidos	Número de días Antonio (f_A)
5 a 10	4
10 a 15	8
15 a 20	9
20 a 25	8
25 a 30	1
30 a 35	0
TOTAL	30

c) Para la serie de Carlos la diferencia es: 35 − 5 = 30.
Y para la serie de Antonio la diferencia es: 30 − 5 = 25.

Por lo tanto, los datos de la serie de Carlos se encuentran más dispersos.

C

El **rango** para una serie de datos agrupados es la diferencia del límite superior de la última clase con frecuencia distinta de cero y el límite inferior de la primera clase con frecuencia distinta de cero. La **media aritmética** para series de datos agrupados se calcula así:

$$\mu = \frac{\text{Suma de los productos } f \times Pm}{\text{Número de datos}}$$

En un centro escolar se registra el tiempo, en minutos, que los estudiantes de octavo y noveno grado miran televisión al día, los datos se muestran en la siguiente tabla de distribución de frecuencia:

Minutos	8° grado (f_1)	9° grado (f_2)	Pm	$f_1 \times Pm$	$f_2 \times Pm$
30 a 40	0	3	35	0	105
40 a 50	10	8	45	450	360
50 a 60	11	9	55	605	495
60 a 70	12	12	65	780	780
70 a 80	11	10	75	825	750
80 a 90	6	8	85	510	680
TOTAL	50	50			

8.°: μ = 63.4
9.°: μ = 63.4
Las medias son iguales

a) Completa la tabla, encuentra la media aritmética para cada una de las series de datos y compáralas.
b) Comparando los rangos, determina en cuál serie los datos se encuentran más dispersos.
8.°: 50; 9.°: 60

Indicador de logro

1.6 Calcula la media aritmética e identifica la dispersión de distribuciones de datos, utilizando el rango para datos agrupados.

Secuencia

Anteriormente se trabajó el rango, la media aritmética y la agrupación de un conjunto de datos. Por lo que ya se puede trabajar con la media aritmética y rango para datos agrupados. Vale aclarar que en octavo grado también se trabajó con la media aritmética para datos agrupados por lo que este tema servirá como un recordatorio para los estudiantes.

Solución de algunos ítems:

a)

Pm	$f_1 \times Pm$	$f_2 \times Pm$
35	0	105
45	450	360
55	605	495
65	780	780
75	825	750
85	510	680

Media 8.°.

$$\mu = \frac{0 + 450 + 605 + 780 + 825 + 510}{50}$$

$$\mu = \frac{3170}{50}$$

$$\mu = 63.4$$

Media 9.°.

$$\mu = \frac{105 + 360 + 495 + 780 + 750 + 680}{50}$$

$$\mu = \frac{3\,170}{50}$$

$$\mu = 63.4$$

Las medias de 8.° y 9.° son iguales.

b)
Para 8.°
90 – 40 = 50
Para 9.°
90 – 30 = 60

Como en 9.° los datos tienen un mayor rango entonces están más dispersos.

Fecha: **U8 1.6**

Ⓟ Separadamente, para los datos de Carlos y Antonio:
a) Completa la tabla y calcula la media, ¿qué ocurre?
b) Identifica los limites superior e inferior de la última y primera clase respectivamente, que tengan frecuencia distinta de cero.
c) Resta el límite inferior del superior determinado en b. ¿Cuáles datos están más dispersos?

Ⓢ a) Carlos: $\mu = 17.5$ Antonio: $\mu = 16.5$

b)

	Límite superior	Límite inferior
Carlos:	35	5
Antonio:	30	5

c) Carlos: 35 – 5 = 30 Antonio: 30 – 5 = 25

La serie de Carlos se encuentra más dispersa.

Ⓡ a) Pm: 45, 55, 65, 75, 85
$f_1 \times Pm$: 450, 605, 780, 825, 510
$f_2 \times Pm$: 360, 495, 780, 750, 680
8.°: $\mu = 63.4$ minutos
9.°: $\mu = 63.4$ minutos
Las medias son iguales.

b) 8.°: 50 minutos;
9.°: 60 minutos.

Tarea: página 174 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 1

1.7 Varianza para datos agrupados

P

En la tabla aparecen los datos correspondientes a la cantidad de cuadernos vendidos por Carlos durante 30 días:

Cantidad de cuadernos vendidos	Número de días Carlos (f_c)	Punto medio (Pm)	$f \times Pm$	$Pm - \mu$	$(Pm - \mu)^2$	$f\,(Pm - \mu)^2$
5 a 10	3	7.5	22.5	−10	100	300
10 a 15	7	12.5	87.5			
15 a 20	10	17.5	175.0			
20 a 25	8	22.5	180.0			
25 a 30	1	27.5	27.5			
30 a 35	1	32.5	32.5			
TOTAL	30					
Media aritmética (μ)	**17.5**					

a) Completa la tabla y calcula la suma de los datos de la última columna.
b) ¿Cómo podrías calcular la varianza para esta serie de datos agrupados?

S

a) La tabla completa se presenta a continuación:

Cantidad de cuadernos vendidos	Número de días Carlos (f_c)	Punto medio (Pm)	$f \times Pm$	$Pm - \mu$	$(Pm - \mu)^2$	$f(Pm - \mu)^2$
5 a 10	3	7.5	22.5	−10	100	300
10 a 15	7	12.5	87.5	−5	25	175
15 a 20	10	17.5	175.0	0	0	0
20 a 25	8	22.5	180.0	5	25	200
25 a 30	1	27.5	27.5	10	100	100
30 a 35	1	32.5	32.5	15	225	225
TOTAL	**30**					
Media aritmética (μ)	**17.5**					

La sumatoria de los datos de la última columna, $f(Pm - \mu)^2$, es:

$$300 + 175 + 0 + 200 + 100 + 225 = 1\,000$$

b) Para calcular la varianza, basta dividir entre el número total de datos el resultado de la suma calculada en el literal a), es decir:

$$\sigma^2 = \frac{1\,000}{30}$$
$$\approx 33.33$$

Igual que en las series de datos no agrupados, la varianza se encuentra expresada en unidades cuadradas. Para este caso serían "días al cuadrado".

Por lo tanto, $\sigma^2 \approx 33.33$.

Lección 1

La varianza de una serie de datos agrupados se calcula de la siguiente forma:

$$Varianza = \frac{\text{Suma de los productos } f\,(Pm - \mu)^2}{\text{Número de datos}}$$

es decir,

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma\, f(Pm - \mu)^2}{n}$$

Donde n es el número total de datos, Σ es el símbolo de sumatoria, f es la frecuencia de cada clase, Pm es el punto medio de cada clase y μ es la media aritmética de la serie de datos.

Cuanto mayor sea la varianza, más dispersos se encontrarán los datos con respecto a su media aritmética.

1. Completa la tabla y calcula la varianza para la cantidad de cuadernos vendidos por Antonio. Luego determina en cuál serie los datos se encuentran más dispersos, comparando las varianzas.

Cantidad de cuadernos vendidos	Número de días Antonio (f_c)	Punto medio (Pm)	$f \times Pm$	$Pm - \mu$	$(Pm - \mu)^2$	$f(Pm - \mu)^2$
5 a 10	4	7.5	30.0	−9	81	324
10 a 15	8	12.5	100.0	−4	16	128
15 a 20	9	17.5	157.5	1	1	9
20 a 25	8	22.5	180.0	6	36	288
25 a 30	1	27.5	27.5	11	121	121
30 a 35	0	32.5	0.0	16	256	0
TOTAL	**30**					
Media aritmética (μ)	**16.5**					

2. Con las series de datos agrupados de las dos comunidades de Morazán de la clase 5 realiza lo siguiente:

a) Completa la siguiente tabla y calcula la varianza de los datos de la comunidad 1:

Edad en años	Cantidad de personas	Punto medio (Pm)	$f_i \times Pm$	$Pm - \mu$	$(Pm - \mu)^2$	$f_i(Pm - \mu)^2$
	Comunidad 1 (f_i)					
De 9 a 12	7	10.5	73.5	−4	16	112
De 12 a 15	11	13.5	148.5	−1	1	11
De 15 a 18	7	16.5	115.5	2	4	28
De 18 a 21	5	19.5	97.5	5	25	125
TOTAL	**30**					
Media aritmética (μ)	**14.5**					

b) Elabora una tabla como la anterior para la comunidad 2 y calcula la varianza de sus datos.
c) Con base a lo anterior responde, ¿en cuál comunidad los datos se encuentran más dispersos?

Como los datos de la comunidad 2 tienen mayor varianza entonces están más dispersos.

Unidad 8

Indicador de logro

1.7 Calcula la varianza para datos agrupados.

Secuencia

Los estudiantes ya conocen la forma de agrupar en clases una serie de datos así como calcular la varianza de un conjunto de datos no agrupados, por lo que ahora se calculará esta medida para datos agrupados.

Propósito

Ⓟ En el literal b) del Problema inicial se espera que el estudiante relacione la forma de cálculo de la varianza para datos agrupados con la de datos no agrupados, y así determinar que la suma solicitada en el literal a) se tenga que dividir por el total de datos.

Solución de algunos ítems:

1.
$\Sigma f(Pm - \mu)^2$
$= 324 + 128 + 9 + 288 + 121 + 0$
$= 870$
$\sigma^2 = \frac{870}{30}$
$\sigma^2 = 29$
Como la varianza del conjunto de datos correspondientes a Carlos es mayor, entonces están más dispersos.

b) Para la comunidad 2 (observar la tabla de la izquierda)
$\Sigma f(Pm - \mu)^2$
$= 108 + 0 + 36 + 144$
$= 288$
$\sigma^2 = \frac{288}{30}$
$\sigma^2 = 9.6$

c) Como los datos de la comunidad 2 tienen mayor varianza entonces están más dispersos.

2.
a)
$\Sigma f(Pm - \mu)^2$
$= 112 + 11 + 28 + 125$
$= 276$
$\sigma^2 = \frac{276}{30}$
$\sigma^2 = 9.2$

Comunidad 2.

	f_2	Pm	$f_2 \times Pm$	$Pm - \mu$	$(Pm - \mu)^2$	$f_2(Pm - \mu)^2$
	12	10.5	126	−3	9	108
	10	13.5	135	0	0	0
	4	16.5	66	3	9	36
	4	19.5	78	6	36	144
Total	30					
μ	13.5					

Fecha: **U8 1.7**

Ⓟ Con base a la información presentada en la tabla:

a) Complétala y calcula la suma de los datos de la columna $f(Pm - \mu)^2$.

b) ¿Cómo podrías calcular la varianza para esta serie de datos agrupados?

Ⓢ a) $\Sigma f(Pm - \mu)^2 = 300 + 175 + 0 + 200 + 100 + 225 = 1\,000$

b) Dividir entre el número total de datos el resultado de la suma calculada en a).

$\sigma^2 = \frac{1\,000}{30}$

$\sigma^2 \approx 33.33$

Ⓡ

1.

$Pm - \mu$: −9, −4, 1, 6, 11, 16
$(Pm - \mu)^2$:81, 16, 1, 36, 121, 256
$f(Pm - \mu)^2$:324, 128, 9, 288, 121, 0
$\sigma^2 = 29$
Como la varianza del conjunto de datos correspondiente a Carlos es mayor, entonces están más dispersos.

Tarea: página 176 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 1

1.8 Desviación típica para datos agrupados

P

Calcula la desviación típica de la serie de datos correspondientes a la cantidad de cuadernos vendidos por Carlos y Antonio durante 30 días y justifica en cuál de ellas los datos se encuentran más dispersos.

Cantidad de cuadernos vendidos	Número de días	
	Carlos (f_C)	Antonio (f_A)
5 a 10	3	4
10 a 15	7	8
15 a 20	10	9
20 a 25	8	8
25 a 30	1	1
30 a 35	1	0
TOTAL	**30**	**30**
Media aritmética (μ)	**17.5**	**16.5**
Varianza (σ^2)	33.33	29

S

Para datos agrupados en clases, la desviación típica sigue siendo igual a la raíz cuadrada de la varianza.

Para la serie de datos de Carlos:

$$\sigma = \sqrt{33.33}$$
$$\approx 5.77$$

Y para la serie de datos de Antonio:

$$\sigma = \sqrt{29}$$
$$\approx 5.39$$

Como la desviación típica de la distribución de Carlos es mayor a la de Antonio, se concluye que los datos de la distribución de Carlos se encuentran más dispersos, con respecto a su media aritmética 17.5.

C

La desviación típica de una serie de datos agrupados se calcula:

$$\textit{Desviación típica} = \sqrt{\textit{varianza}}$$

Es decir,

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f(Pm - \mu)^2}{n}}$$

Donde n es el número total de datos, Σ es el símbolo de sumatoria, f es la frecuencia de cada clase, Pm es el punto medio de cada clase y μ es la media aritmética de la serie de datos. Tanto para datos agrupados como no agrupados, la desviación típica siempre es un número mayor que cero o igual a cero (en su defecto), nunca será un número negativo.

Con base al ejercicio 2 de la clase anterior. Calcula la desviación típica (σ) de las series de datos agrupados de las dos comunidades de Morazán y responde con base a esta medida, ¿en cuál comunidad los datos se encuentran más dispersos?

Los datos de la comunidad 1 tienen una mayor desviación típica. Por tanto, están más dispersos.

Indicador de logro

1.8 Calcula la desviación típica para datos agrupados.

Secuencia

Al igual que se trabajó la desviación típica para datos no agrupados, la desviación típica para datos agrupados se obtiene a partir de la varianza calculada para datos previamente agrupados.

Propósito

Ⓟ Se espera que el estudiante determine que el conjunto de datos distribuidos en clases, con mayor desviación típica es el que posee mayor dispersión, según lo aprendido en la clase 1.4 de esta unidad.

Solución de algunos ítems:

Para la comunidad 1.

$\sigma^2 = 9.2$
$\sigma = \sqrt{9.2}$
$\sigma \approx 3.03$

Para la comunidad 2.

$\sigma^2 = 9.6$
$\sigma = \sqrt{9.6}$
$\sigma \approx 3.10$

Los datos de la comunidad 1 tienen una mayor desviación típica. Por tanto están más dispersos.

Fecha: **U8 1.8**

Ⓟ Para las series de datos de Carlos y Antonio, separadamente, calcula la desviación típica. Luego justifica cuál de ellas se encuentra más dispersa.

Ⓢ Para datos agrupados en clases la σ sigue siendo la raíz cuadrada de la varianza.

Carlos: $\sigma = \sqrt{33.33}$
$\sigma \approx 5.77$

Antonio: $\sigma = \sqrt{29}$
$\sigma \approx 5.39$

Como 5.77 > 5.39, entonces los datos de Carlos son más dispersos.

Ⓡ Para la comunidad 1.

$\sigma^2 = 9.2$
$\sigma = \sqrt{9.2}$
$\sigma \approx 3.03$

Para la comunidad 2.

$\sigma^2 = 9.6$
$\sigma = \sqrt{9.6}$
$\sigma \approx 3.10$

Los datos de la comunidad 2 tienen una mayor desviación típica. Por tanto están más dispersos.

Tarea: página 178 del Cuaderno de Ejercicios.

1.9 Practica lo aprendido

1. Los siguientes datos representan las estaturas de 8 estudiantes en centímetros:
163, 162, 164, 163, 164, 162, 161, 185.

a) Calcula la media aritmética, la mediana y el rango de la serie de datos.
b) ¿Cuál de las medidas, media o mediana, escogerías para representar la distribución? Justifica tu respuesta.

μ = 165.5 cm, Mediana: 163 cm, Rango: 185 – 161 = 24 cm

2. Con los datos presentados en la siguiente tabla, determina cuáles de las series de datos B, C y D tienen igual desviación típica que la serie de datos de A. Justifica tu respuesta.

A	B	C	D
25	30	35.5	28
24	29	34.5	27
25	30	35.5	28
26	31	36.5	29
23	28	33.5	26
21	26	31.5	21
25	30	35.5	28
24	29	34.5	27
23	28	33.5	23
22	27	32.5	22

A: $\sigma \approx 1.47$ B: $\sigma \approx 1.47$
C: $\sigma \approx 1.47$
D: $\sigma = 2.7$

Según los cálculos solo la serie D posee una desviación diferente a la de A.

3. Observa las siguientes series de datos no agrupados:

	Serie A
1	30
2	25
3	11
4	20
5	14
6	26

	Serie B
1	18
2	20
3	19
4	21
5	22

$\sigma \approx 6.73$
$\sigma \approx 1.41$

a) Calcula las desviaciones respecto a su media aritmética de cada serie y la desviación típica.
b) Comparando las desviaciones típicas, determina en cuál serie los datos se encuentran más dispersos. Según las desviaciones típicas de cada una de las series, se concluye que la serie A está más dispersa.

4. Los siguientes datos representan el peso en libras de 9 personas que trabajan en una oficina.
160 l, 200 l, 164 l, 130 l, 140 l, 162 l, 161 l, 185 l, 154 l.

μ = 161.78 libras, Mediana: 161 libras, Rango: 200 – 130 = 70 libras

a) Calcula la media aritmética, la mediana y el rango de la serie de datos.
b) ¿Cuál de las medidas, media o mediana, escogerías para representar la distribución? Justifica tu respuesta. En los casos que la media y la mediana casi coinciden se elige la media porque es una medida más sensible a la variación de los datos de la serie y fácil a tratar.

Indicador de logro

1.9 Resuelve problemas correspondientes a la dispersión de un conjunto de datos.

Solución de algunos ítems:

1.

a) Media:

$\mu = \frac{163 + 162 + 164 + 163 + 164 + 162 + 161 + 185}{8}$

$\mu = \frac{1324}{8}$

$\mu = 165.5$ cm

Mediana:

161, 162, 162, 163, 163, 164, 164, 185

$\frac{163 + 163}{2} = 163$ cm

Rango:

185 – 161 = 24 cm

b) Se debe elegir la mediana porque 185 es un dato muy diferente a los demás y hace que la media sea de 165.5, aún cuando ninguno de los 7 datos restantes es al menos 165.

2.

Desviación típica para la serie:

A: $\mu = 23.8$, $\sigma^2 = \frac{21.6}{10} = 2.16$, $\sigma \approx 1.47$

B: $\mu = 28.8$, $\sigma^2 = \frac{21.6}{10} = 2.16$, $\sigma \approx 1.47$

C: $\mu = 34.3$, $\sigma^2 = \frac{21.6}{10} = 2.16$, $\sigma \approx 1.47$

D: $\mu = 25.9$, $\sigma^2 = \frac{72.9}{10} = 7.29$, $\sigma = 2.7$

Según los cálculos solo la serie D posee una desviación diferente a la de A.

3.

a) Desviación típica para la serie:

A: $\mu = 21$, $\sigma^2 = \frac{272}{6} \approx 45.33$, $\sigma \approx 6.73$

B: $\mu = 20$, $\sigma^2 = \frac{10}{5} = 2$, $\sigma \approx 1.41$

b) Según las desviaciones típicas de cada una de las series, se concluye que la serie A está más dispersa.

4.

a) $\mu = \frac{1456}{9} \approx 161.78$ libras

Mediana.

130, 140, 154, 160, 161, 162, 164, 185, 200

Mediana: 161 libras

Rango: 200 – 130 = 70 libras

b) En los casos que la media y la mediana casi coinciden, se elige la media porque es una medida más sensible a la variación de los datos de la serie.

Tarea: página 180 del Cuaderno de Ejercicios.

1.10 Practica lo aprendido

1. Una tienda de ropa tiene dos sucursales A y B. En 100 días registran la cantidad de clientes atendidos en cada sucursal, los datos se presentan en la siguiente tabla:

Cantidad de clientes	Cantidad de días	
	Sucursal A	Sucursal B
50 a 60	15	17
60 a 70	20	21
70 a 80	24	27
80 a 90	22	20
90 a 100	19	15

a) Calcula la varianza para cada una de las sucursales. Sucursal A $\sigma^2 = 177$ Sucursal B $\sigma^2 = 168.75$

b) Con base a la varianza, ¿en cuál sucursal los datos se encuentran más dispersos?

Según la varianza, los datos de la sucursal A tienen una mayor dispersión.

2. Se realizó un estudio sobre el peso, en libras, de los estudiantes de noveno grado de un centro escolar. Los resultados se presentan en la siguiente tabla:

Peso en libras	Sección A	Sección B
120 a 130	7	5
130 a 140	12	9
140 a 150	13	12
150 a 160	10	14
160 a 170	8	10

Utiliza la desviación típica para determinar en cuál de las secciones los pesos se encuentran más dispersos, con respecto a su media aritmética.

Sección A $\sigma \approx 12.81$ libras

Sección B $\sigma \approx 12.53$ libras

Según la desviación, los datos de la sección A tienen una mayor dispersión.

3. La estatura en pulgadas de cierto grupo de personas se muestra en la siguiente tabla. Sabiendo que $\mu = 67.45$

Estatura	f	Pm
60 - 62	1	61
62 - 64	4	63
64 - 66	8	65
66 - 68	30	67
68 - 70	37	69

a) Calcula la varianza.

b) Calcula la desviación típica.

Indicador de logro

1.10 Resuelve problemas correspondientes a la dispersión de un conjunto de datos.

Solución de algunos ítems:

1.

a)

Pm	$f_1 \times Pm$	$f_2 \times Pm$
55	825	935
65	1 300	1 365
75	1 800	2 025
85	1 870	1 700
95	1 805	1 425

Sucursal A

$\mu = \frac{7\,600}{100} = 76$ personas

$Pm - \mu$	$(Pm - \mu)^2$	$f_2(Pm - \mu)^2$
–21	441	6 615
–11	121	2 420
–1	1	24
9	81	1 782
19	361	6 859

$\sigma^2 = \frac{17\,700}{100} = 177$

Sucursal B

$\mu = \frac{7\,450}{100} = 74.5$ personas

$Pm - \mu$	$(Pm - \mu)^2$	$f_1(Pm - \mu)^2$
–19.5	380.25	6 464.25
–9.5	90.25	1 895.25
0.5	0.25	6.75
10.5	110.25	2 205
20.5	420.25	6 303.75

$\sigma^2 = \frac{16\,875}{100} = 168.75$

b) Según la varianza, los datos de la sucursal A tienen una mayor dispersión.

3.

$\mu = \frac{5\,396}{80} = 67.45$ pulgadas

$Pm - \mu$	$(Pm - \mu)^2$	$f(Pm - \mu)^2$
–6.45	41.6	41.6
–4.45	19.8	79.2
–2.45	6.0	48
–0.45	0.2	6
1.55	2.4	88.8

a) $\sigma^2 = \frac{263.6}{80} \approx 3.3.$

b) $\sigma \approx 1.82$ pulgadas.

Tarea: página 181 del Cuaderno de Ejercicios.

2.1 Desviación típica de una variable, más una constante

P

En una empresa se aumenta \$50 al salario de 10 trabajadores; en la tabla de la derecha se muestran los salarios anteriores y el salario actual.

a) ¿Cuál es la media aritmética de ambas series de datos?
b) Calcula la desviación típica para ambas series de datos y compáralas, ¿qué ocurre?
c) ¿Qué pasaría con la desviación típica de los datos del salario actual si el aumento fuera de \$60?

Trabajador	Salario anterior (en dólares)	Salario actual (en dólares)
1	485	535
2	488	538
3	486	536
4	489	539
5	486	536
6	485	535
7	488	538
8	487	537
9	500	550
10	486	536

S

a) La media aritmética de los salarios anteriores se calcula:

$$\mu = \frac{485 + 488 + 486 + 489 + 486 + 485 + 488 + 487 + 500 + 486}{10}$$

$$= 488$$

Si a los datos de una serie A se les suma una constante dando como resultado otra serie B, entonces la media de B es igual a la media de A más la constante.

De manera similar se calcula la media aritmética de los salarios actuales, cuyo resultado es 538. Por lo tanto, la media aritmética de los salarios anteriores es \$488 y la de los salarios actuales es \$538.

b) En la tabla se muestran las desviaciones, de los salarios anteriores, con respecto a su media aritmética \$488 y sus respectivos cuadrados:

Trabajador	Salario anterior (en dólares)	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
1	485	−3	9
2	488	0	0
3	486	−2	4
4	489	1	1
5	486	−2	4
6	485	−3	9
7	488	0	0
8	487	−1	1
9	500	12	144
10	486	−2	4
Media (μ)	**488**		

Luego, la desviación típica se calcula:

$$\sigma = \sqrt{\frac{9+0+4+1+4+9+0+1+144+4}{10}}$$

$$= \sqrt{\frac{176}{10}}$$

$$= 4.2$$ ← **Corrección:** Debe ser ≈ en lugar de =.

De manera similar se calcula la desviación típica de los salarios actuales, cuyo resultado también es 4.2; es decir, la desviación típica a diferencia de la media aritmética, no se vio afectada al sumar 50 a cada uno de los datos.

c) Si el aumento fuera de \$60, entonces la desviación típica sería igual a la calculada para el salario anterior, o sea 4.2.

Si a cada uno de los datos de una distribución A se les suma la misma constante c (c es un número cualquiera) dando como resultado otra distribución B, entonces la desviación típica de la distribución B es igual a la desviación típica de la distribución A.

1. Observa la tabla con dos series de datos A y B, ¿tienen ambas distribuciones la misma desviación típica? Justifica tu respuesta y calcula el valor de la misma.

	Serie A	Serie B
1	25.1	37.1
2	26.4	38.4
3	27.5	39.5
4	20.7	32.7
5	21.2	33.2

Sí, tiene la misma desviación típica. La serie B básicamente es la serie A con un aumento de 12 unidades para cada dato.

2. En la residencial Centroamérica aumentarán \$5 a la tarifa mensual por el servicio de agua potable. ¿Cuál será el valor de la desviación típica de la distribución teniendo en cuenta este cambio?

Casa	Tarifa a cancelar (en dólares)
1	10.50
2	10.60
3	12.20
4	11.50
5	12.90
6	11.40
7	12.60
8	12.50
9	11.30
10	35.50

Al sumar una constante a cada dato de una serie, la desviación típica de la serie original no es afectada. Por tanto, basta con calcular la desviación de la serie original. σ ≈ 7.18 dólares.

Indicador de logro

2.1 Calcula la desviación típica de distribuciones cuyos datos son la suma de una constante y una variable.

Secuencia

Así como en octavo grado se estudiaron las propiedades de la media aritmética, en noveno grado se trabajarán dos propiedades de la desviación típica. Para esta clase se estudia la desviación típica de una variable más una constante. Para ilustrar las propiedades se utilizan series simples para que facilite la comprensión a los estudiantes.

Propósito

Ⓟ En el literal a) de la Solución se puede hacer referencia a la propiedad de la media aritmética vista en octavo grado, la cual establece que "al sumar una constante a un conjunto de datos, la media de los datos originales aumenta en esa constante".

Solución de algunos ítems:

1. Serie A

Serie A		
x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
25.1	0.92	0.85
26.4	2.22	4.93
27.5	3.32	11.02
20.7	–3.48	12.11
21.2	–2.98	8.88

$\mu = 24.18$

$\Sigma\,(x - \mu)^2$

$\approx 0.85 + 4.93 + 11.02 + 12.11 + 8.88$

$= 37.79$

$\sigma^2 \approx \frac{37.79}{5}$

$\sigma^2 \approx 7.56$

$\sigma \approx \sqrt{7.56} \approx 2.75$

Serie B

Serie B		
x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
37.1	0.92	0.85
38.4	2.22	4.93
39.5	3.32	11.02
32.7	–3.48	12.11
33.2	–2.98	8.88

$\mu = 36.18$

$\Sigma\,(x - \mu)^2$

$\approx 0.85 + 4.93 + 11.02 + 12.11 + 8.88$

$= 37.79$

$\sigma^2 \approx \frac{37.79}{5}$

$\sigma^2 \approx 7.56$

$\sigma \approx \sqrt{7.56} \approx 2.75$

2. Dado que al sumar una constante a cada dato de una serie, la desviación típica de la serie original no es afectada, basta con calcular la desviación de la serie original.

$\mu = 14.1$ dólares

$\Sigma\,(x - \mu)^2$

$= 12.96 + 12.25 + 3.61 + 6.76 + 1.44 + 7.29 + 2.25 + 2.56 + 7.84 + 457.96$

$= 514.92$

$\sigma^2 = \frac{514.92}{10}$

$\sigma^2 \approx 51.49$

$\sigma \approx \sqrt{51.49} \approx 7.18$ dólares

Fecha: **U8 2.1**

Ⓟ A partir de los datos de la tabla en el libro de texto; calcula:

a) La media de cada serie.

b) La desviación típica de cada serie y compáralas, ¿qué ocurre?

c) La desviación típica de cada serie si el aumento fuera de \$60.

Ⓢ a) Salarios anteriores: $\mu = 488$ Salarios actuales: $\mu = 538$

b) Salarios anteriores: $\sigma = 4.2$ Salarios actuales: $\sigma = 4.2$

c) La desviación típica sería igual, o sea $\sigma = 4.2$.

Ⓡ Serie A:

1. $\sigma \approx 2.75$

   Serie B:

   $\sigma \approx 2.75$

   Sí, tiene la misma desviación típica. La serie B básicamente es la serie A con un aumento de 12 unidades para cada dato.

2. Al sumar una constante a cada dato de una serie, la desviación típica de la serie original no es afectada. Por tanto basta con calcular la desviación de la serie original. $\sigma \approx 7.18$

Tarea: página 182 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 2

2.2 Desviación típica de una variable multiplicada por una constante

P

Cinco corredores deciden que para el mes de febrero aumentarán al doble las longitudes que recorren cada semana para entrenar. En la tabla se presenta la longitud recorrida en enero y la longitud que se recorrerá en febrero.

a) Calcula la desviación típica de ambas series de datos.

b) Efectúa el cociente entre la desviación típica de febrero y la desviación típica de enero, ¿cuál es la relación entre ambos datos?

Corredores	Longitud recorrida en metros	
	Enero	Febrero
1	150	300
2	160	320
3	145	290
4	165	330
5	150	300

S

a) Para calcular la desviación típica es necesario tener la media aritmética de cada serie de datos. Para enero la media es:

$$\mu = \frac{150 + 160 + 145 + 165 + 150}{5} = 154.$$

Se calculan los cuadrados de las desviaciones con respecto a la media aritmética 154 m, los resultados se presentan en la siguiente tabla:

Corredores	Enero	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
1	150	–4	16
2	160	6	36
3	145	–9	81
4	165	11	121
5	150	–4	16
Media (μ)	**154**		

$$\sigma = \sqrt{\frac{16 + 36 + 81 + 121 + 16}{5}}$$

$$= \sqrt{\frac{270}{5}}$$

$$= 7.35$$ ← **Corrección:** Debe ser ≈ en lugar de =.

La desviación típica de enero es 7.35.

Para los datos de febrero: como las longitudes se han aumentado al doble, (se han multiplicado por 2) entonces la media aritmética de febrero también aumenta al doble, o sea 308 m. La desviación típica se calcula de manera similar a la de enero, dando como resultado 14.7.

Unidad 8

b) El cociente es:

$$\frac{\textit{Desviación típica de febrero}}{\textit{Desviación típica de enero}} = \frac{14.7}{7.35} = 2$$

Es decir, la desviación típica de febrero es el doble de la desviación típica de enero. Cuando los datos se multiplican por un número positivo, la desviación típica también se multiplica por ese número.

C

Si a cada uno de los datos de una distribución A se les multiplica por la misma constante c (c es un número positivo), dando como resultado otra distribución B, entonces la desviación típica de la distribución B es igual a multiplicar la desviación típica de la distribución A por la constante c.

1. En la tabla de abajo se presentan tres series de datos:

a) ¿Cuál es el número por el que se tienen que multiplicar los datos de la serie A para obtener la serie B?, ¿y para obtener la serie C?

Serie B: se multiplica la serie A por 1.5. Serie C: se multiplica la serie A por 0.4.

b) Calcula la desviación típica de la serie A, con base a ella calcula la desviación típica de las series B y C.

A	B	C
12.5	18.75	5.0
11.0	16.5	4.4
11.5	17.25	4.6
12.8	19.2	5.12
12.2	18.30	4.88

Serie A: $\sigma \approx 0.66$
Serie B: $0.66 \times 1.5 = 0.99$
Serie C: $0.66 \times 0.4 \approx 0.26$

2. En una serie de datos, la media aritmética de la distribución es 35 y la desviación típica es 17.07; si cada uno de los datos se reduce a la mitad, ¿cuál será el valor de la nueva desviación típica?

Reducir a la mitad es equivalente a multiplicarlo por $\frac{1}{2}$, por tanto la nueva σ es: $17.07 \times \frac{1}{2} = 8.54$.

3. Una librería registra la cantidad de libros vendidos, de lunes a viernes, durante dos semanas.

a) ¿Cuál es el número por el que se tienen que multiplicar los datos de la semana 1 para obtener los de la semana 2? Se tienen que multiplicar por 3.

b) Calcula la desviación típica para ambas semanas.

Días	Cantidad de libros vendidos	
	Semana 1	Semana 2
lunes	8	24
martes	9	27
miércoles	5	15
jueves	7	21
viernes	11	33

Para la semana 1:
$\sigma = 2$

Para la semana 2:
$\sigma = 2 \times 3 = 6$

Indicador de logro

2.2 Calcula la desviación típica de distribuciones cuyos datos son el producto de una constante por una variable.

Secuencia

Para la clase 2.2 se da continuidad a la presentación y trabajo de las propiedades de la desviación típica. Se trabaja con la desviación típica de una variable por una constante.

Propósito

Ⓟ En el literal a) de la Solución se puede hacer referencia a la propiedad de la media aritmética vista en octavo grado, que establece que "al multiplicar un conjunto de datos por una misma constante la media aritmética de los datos originales queda multiplicada por dicha constante".

Solución de algunos ítems:

1.

a) Para obtener la serie B:

Se calculará el cociente entre un dato de la serie B y el correspondiente en la serie A.

$$\frac{\text{Serie B}}{\text{Serie A}} = \frac{18.75}{12.5} = 1.5$$

Para obtener la serie C:

Se calculará el cociente entre un dato de la serie C y el correspondiente en la serie A.

$$\frac{\text{Serie C}}{\text{Serie A}} = \frac{5}{12.5} = 0.4$$

b) $\mu = 12$

$\Sigma(x - \mu)^2$

$= 0.25 + 1 + 0.25 + 0.64 + 0.04$

$= 2.18$

$\sigma^2 = \frac{2.18}{5}$

$\sigma^2 \approx 0.44$

$\sigma \approx \sqrt{0.44} \approx 0.66$

Por tanto, la desviaciones para las otras series son:

Para B

$0.66 \times 1.5 = 0.99$

Para C

$0.66 \times 0.4 \approx 0.26$

2. Reducir a la mitad cada dato es equivalente a multiplicarlo por $\frac{1}{2}$, por tanto la nueva desviación típica será:

$$17.07 \times \frac{1}{2} \approx 8.54$$

3.

a) Para obtener la semana 2.

Se calculará el cociente entre un dato de la semana 2 y el correspondiente en la semana 1.

$$\frac{\text{Semana 2}}{\text{Semana 1}} = \frac{24}{8} = 3$$

b) Para la semana 1:

$\mu = 8$

$\Sigma(x - \mu)^2$

$= 0 + 1 + 9 + 1 + 9$

$= 20$

$\sigma^2 = \frac{20}{5}$

$\sigma^2 = 4$

$\sigma = \sqrt{4} = 2$ libros.

Por tanto, la desviación para la semana 2 es:

$2 \times 3 = 6$ libros.

Fecha: **U8 2.2**

Ⓟ A partir de los datos de la tabla en el libro de texto; calcula:

a) La desviación típica de cada serie.

b) El cociente entre la desviación típica de febrero y la desviación típica de enero. ¿Cuál es la relación entre ambas series?

Ⓢ a) Enero: $\sigma = 7.35$ Febrero: $\sigma = 14.7$

b) $\frac{\textit{Desviación típica de febrero}}{\textit{Desviación típica de enero}} = \frac{14.7}{7.35} = 2$

La desviación típica de febrero es el doble de la desviación típica de enero.

Ⓡ 1.

a) Serie B: Se multiplica la serie A por 1.5

Serie C: Se multiplica la serie A por 0.4

b) Serie A: $\sigma \approx 0.66$

Serie B: $0.66 \times 1.5 = 0.99$

Serie C: $0.66 \times 0.4 \approx 0.26$

2.

Reducir a la mitad es equivalente a multiplicarlo por $\frac{1}{2}$, por tanto la nueva σ es:

$17.07 \times \frac{1}{2} = 0.99$.

Tarea: página 184 del Cuaderno de Ejercicios.