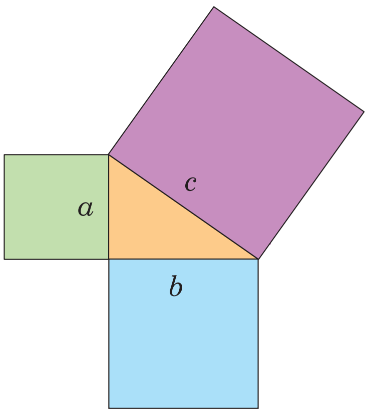
Teorema de Pitágoras

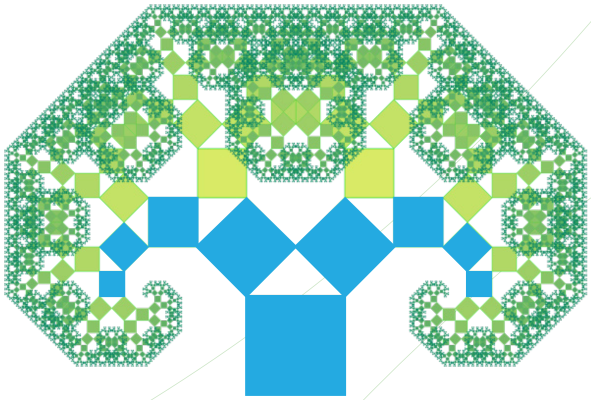
Unidad 6



Representación geométrica del Teorema de Pitágoras.

El Teorema de Pitágoras es uno de los teoremas que más ha maravillado a todas las civilizaciones a lo largo de la historia. Algunos historiadores sugieren que en Babilonia por el año 1600 a.C., se calculaban las diagonales de ciertas figuras utilizando este teorema, sin embargo, la primera demostración formal conocida se le otorga usualmente al filósofo matemático griego Pitágoras de Samos, considerado el primer matemático puro. Este teorema cuenta con una gran cantidad de demostraciones realizadas por personajes importantes de la ciencia y la matemática a lo largo de toda la historia.

En la antigüedad se utilizaba el teorema de Pitágoras para medir terrenos en agricultura, la altura de ciertos objetos, obtener el volumen de sólidos como pirámides y conos. En la actualidad, el teorema sigue siendo indispensable en toda área donde es necesario el cálculo de longitudes, como en ingeniería, agricultura, física, astronomía y hasta en las artes. En la matemática, el teorema permitió el fortalecimiento de algunas áreas como la geometría y el cálculo, además del descubrimiento de los números irracionales.



Árbol pitagórico. Construido con una sucesión de triángulos rectángulos y cuadrados sobre los lados.

En esta unidad estudiarás el teorema de Pitágoras, algunas de sus demostraciones, la resolución de problemas matemáticos por medio de este teorema y su aplicación a situaciones de la vida cotidiana.

1.1 Cálculo de la hipotenusa de un triángulo rectángulo, parte 1

P

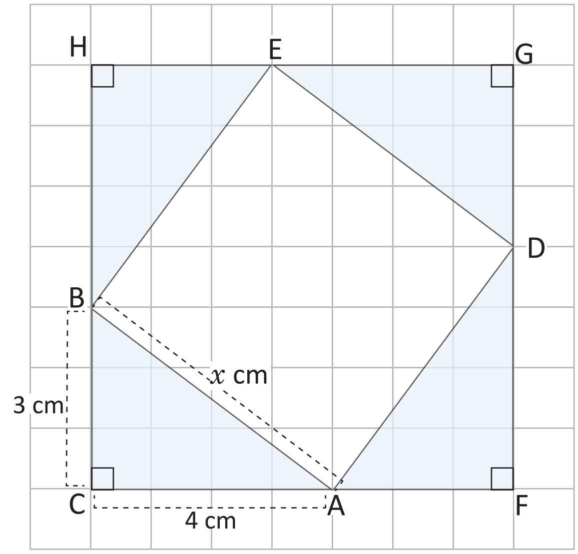
En la figura, el ΔABC, ΔDAF, ΔEDG y ΔBEH son triángulos rectángulos y congruentes.

a) Encuentra el área del cuadrado CFGH.

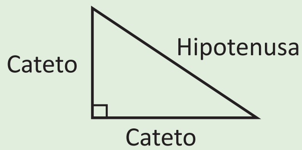
b) Encuentra el área del cuadrilátero ADEB.

c) Demuestra que el cuadrilátero ADEB es un cuadrado verificando ∢BAD = 90°.

d) Encuentra la medida del lado AB.



En un triángulo rectángulo los lados adyacentes al ángulo de 90°, se llaman **catetos**, mientras que el lado que es opuesto al ángulo recto se llama **hipotenusa**.



S

a) CF = 4 + 3 = 7(cm), por lo tanto, el área es: $7^2 = 49(\text{cm}^2)$.

b) El área del cuadrilátero ADEB se puede calcular restando al área del cuadrado FGHC, las áreas de los cuatro triángulos que son congruentes.

$$\begin{aligned}(\text{ADEB}) &= (\text{FGHC}) - (\text{ABC}) \times 4\\ &= (4+3)^2 - \frac{3 \times 4}{2} \times 4\\ &= 49 - 24\\ &= 25\ (\text{cm})^2\end{aligned}$$

c) $\sphericalangle BAD = 180° - (\sphericalangle CAB + \sphericalangle DAF)$

$= 180° - (\sphericalangle CAB + \sphericalangle ABC)$, dado que $\Delta ABC \cong \Delta DAF$

$= 180° - 90° = 90°$

De la misma manera se tiene que ∢ADE = ∢DEB = ∢EBA = 90°.

En el cuadrilátero ADEB, los lados son congruentes y los ángulos son congruentes así que es un cuadrado.

d) El área del cuadrado ADEB es AB^2, por otra parte el área es 25 cm^2. Luego $AB^2 = 25$, AB = 5(cm).

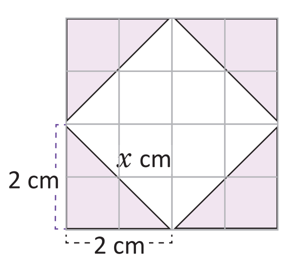
C

Formando cuadrados con 4 triángulos rectángulos congruentes y calculando el área se puede calcular la medida del la hipotenusa sabiendo los catetos.

Los registros arqueológicos indican que por el año 2000 a. C., los egipcios unían 12 segmentos de soga de la misma longitud. Estiraban cinco de estos segmentos consecutivos luego tirando del lazo formaban un triángulo rígido con un ángulo recto. Este triángulo de lados 3, 4 y 5 es conocido como el triángulo sagrado egipcio.

Dunham, W. (2002). *Viaje a través de los genios*.

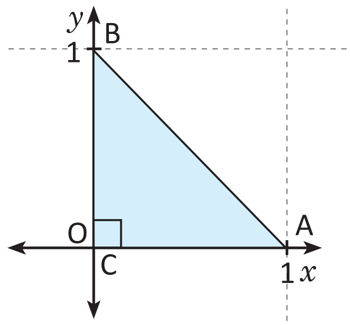
En la siguiente figura, encuentra el valor de x:



1.2 Cálculo de la hipotenusa de un triángulo rectángulo, parte 2

P

Encuentra la medida de la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos vértices están representados por los puntos A(1, 0), B(0, 1) y C(0, 0).



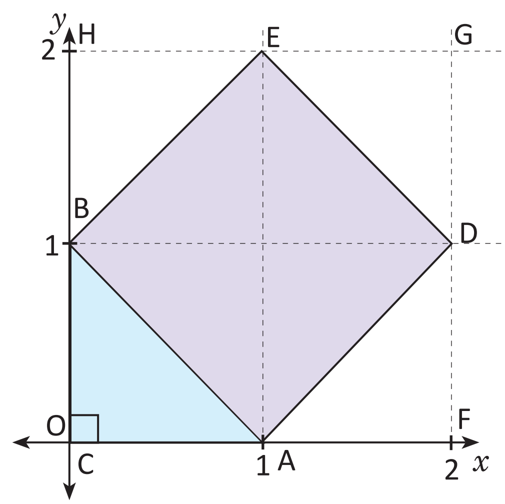
Un punto en el plano cartesiano se representa por (a, b), donde a es el valor en el eje x, y b en el eje y.

S

Se construye un cuadrado que contenga como uno de sus lados la hipotenusa del triángulo ABC, es decir que tenga como lado AB, este cuadrado tendrá como vértices los puntos A(1, 0), D(2, 1), E(1, 2) y B(0, 1).

Construyendo triángulos congruentes al triángulo ABC, se forma el cuadrado FGHC. El área del cuadrado ADEB se obtiene restando al área del cuadrado FGHC, las áreas de los cuatro triángulos.

$$\begin{aligned}(ADEB) &= (FGHC) - (ABC) \times 4\\ &= (2)^2 - \frac{1 \times 1}{2} \times 4\\ &= 4 - 2\\ &= 2\end{aligned}$$



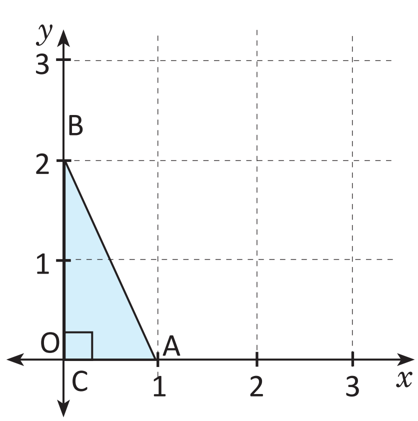
Entonces $AB^2 = 2$ (por el área de ADEB).
Por lo tanto $AB = \sqrt{2}$ (raíz cuadrada positiva).

C

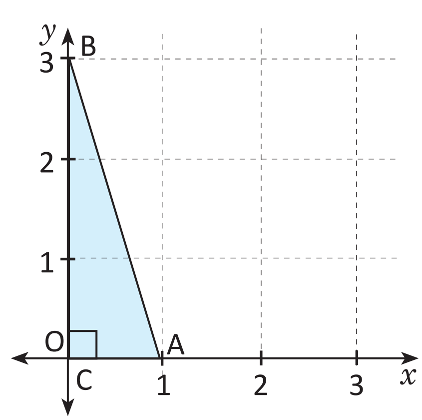
En el triángulo rectángulo cuyos vértices están representados por los puntos A(1, 0),B(0, 1) y C(0, 0), la hipotenusa es $\sqrt{2}$.

Encuentra la hipotenusa para los triángulos formados por los vértices de cada literal.

a) A(1, 0), B(0, 2) y C(0, 0)



b) A(1, 0),B(0, 3) y C(0, 0)

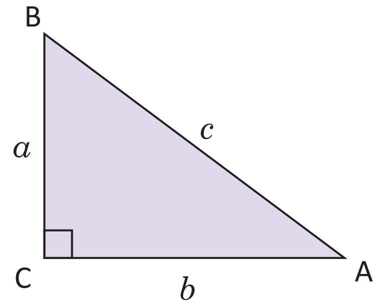


Unidad 6

1.3 Teorema de Pitágoras, parte 1

P

Dado el ΔABC, tal que $CA = b$, $AB = c$ y $BC = a$; con $\measuredangle BCA = 90°$. Demuestra que $a^2 + b^2 = c^2$, aplicando el procedimiento de la clase 1.

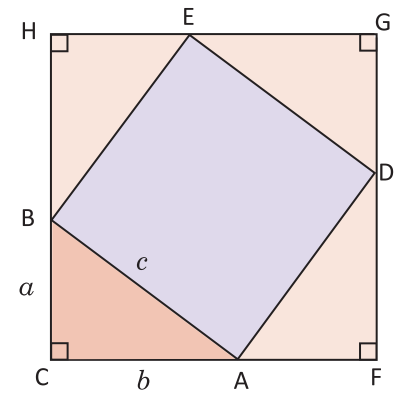


S

Construyendo un cuadrado que tenga como uno de sus lados la hipotenusa AB.

Al construir tres triángulos rectángulos congruentes al ΔABC, cuyas hipotenusas sean los tres lados restantes del cuadrado ADEB, se forma el cuadrado CFGH en el que cada uno de sus lados mide $a + b$.

Si se encuentra el área del cuadrado CFGH de dos formas distintas:

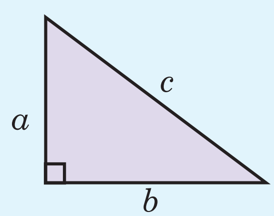


Forma 1.
$A_1 = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

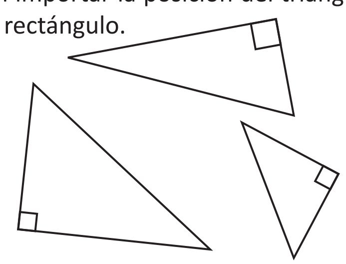
Forma 2.
$A_2 = c^2 + 4\left(\frac{ab}{2}\right) = c^2 + 2ab$.
Como el área es la misma se tiene que $A_1 = A_2$.
$a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab \Rightarrow a^2 + b^2 = c^2$.

C

En todo triángulo rectángulo se cumple que, la suma de los cuadrados de las longitudes de sus catetos es igual al cuadrado de la longitud de su hipotenusa, es decir, si los lados del triángulo son a, b y c, se cumple que $a^2 + b^2 = c^2$. Este resultado es conocido como el **teorema de Pitágoras**.

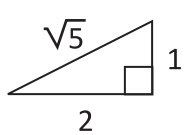


El teorema de Pitágoras se cumple sin importar la posición del triángulo rectángulo.

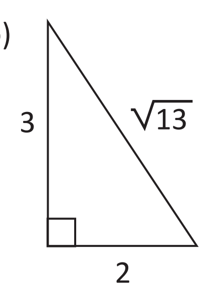


Verifica que el teorema de Pitágoras se cumple en los siguientes triángulos rectángulos.

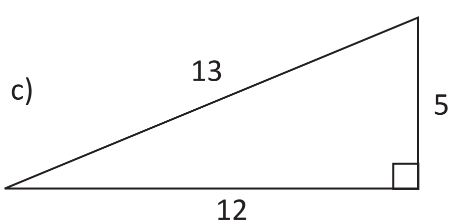
a)



b)

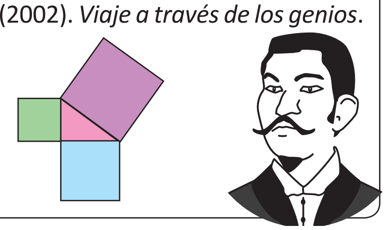


c)



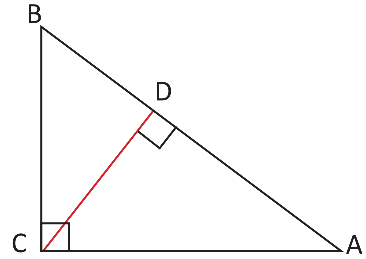
Euclides (300 a. C.) enunció la siguiente proposición: “En los triángulos rectángulos, el área del cuadrado construido sobre el lado que subtiende el ángulo recto es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los otros lados del triángulo”.

Dunham, W. (2002). *Viaje a través de los genios*.



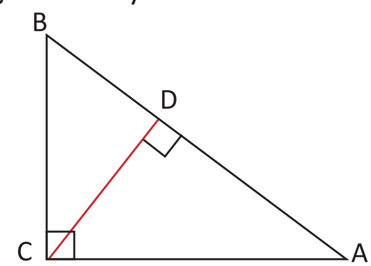
1.4 Teorema de Pitágoras, parte 2

Utiliza semejanza de los triángulos ΔABC ~ ΔCBD y ΔABC ~ ΔACD para establecer que en el ΔABC, se cumple que $BC^2 + CA^2 = AB^2$.



Trazando la altura del vértice C al lado AB, se forman los triángulos rectángulos ADC y CDB.

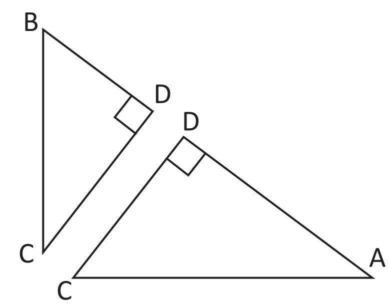
ΔABC ~ ΔCBD (tiene dos ángulos congruentes).



$\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{DB}$ (por la semejanza de los triángulos ABC y CBD).

Entonces, $BC^2 = AB \times DB$ (propiedad fundamental de las proporciones).

ΔABC ~ ΔACD (tiene dos ángulos congruentes).



$\frac{AB}{CA} = \frac{CA}{AD}$ (por la semejanza de los triángulos ABC y ADC).

Entonces, $CA^2 = AB \times AD$ (propiedad fundamental de las proporciones).

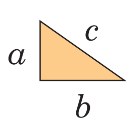
Luego, $CA^2 + BC^2 = AB \times AD + AB \times DB = AB \times (AD + DB) = AB^2$.

Por lo tanto, $BC^2 + CA^2 = AB^2$.

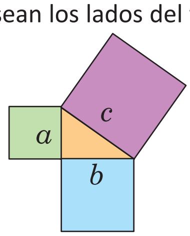
Se puede utilizar semejanza de triángulos para demostrar el teorema de Pitágoras.

Verificación del teorema de Pitágoras con recortes: Verifica que el área del cuadrado más grande (de área c^2) es igual a la suma de las áreas de los otros dos cuadrados (cuyas áreas son b^2 y a^2).

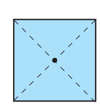
Dibuja un triángulo rectángulo.



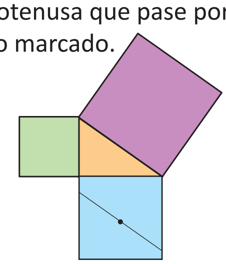
Recorta tres cuadrados con páginas de color, cuyos lados sean los lados del triángulo.



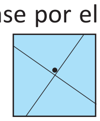
Dobla el cuadrado celeste por sus diagonales; desdobla y marca su punto de intersección.



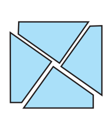
Traza un segmento paralelo a la hipotenusa que pase por el punto marcado.



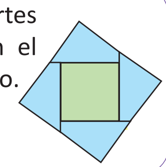
Traza un segmento perpendicular a este último y que pase por el mismo punto.



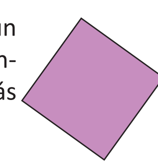
Corta las 4 partes en que ha quedado dividido el cuadrado celeste.



Une las 4 partes cortadas con el otro cuadrado.



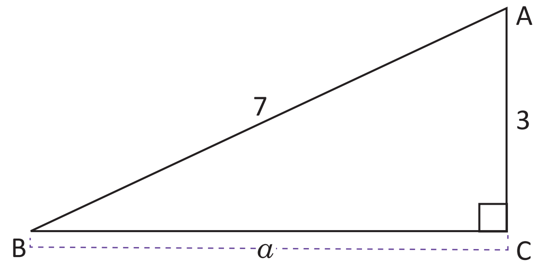
Se forma un cuadrado congruente al más grande.



1.5 Cálculo de la medida de un cateto

P

En el siguiente triángulo rectángulo ABC, encuentra la medida del cateto BC, es decir, el valor de a.



S

Como el triángulo es rectángulo se cumple que $3^2 + a^2 = 7^2$ (teorema de Pitágoras)

Despejando a^2, $\quad a^2 = 7^2 - 3^2 = 49 - 9 = 40$.

Por definición de raíz cuadrada, $\quad a^2 = 40 \Rightarrow a = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$, como $a > 0$.

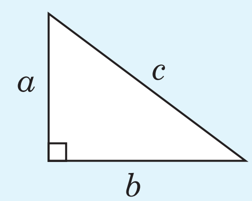
Por lo tanto: $\quad a = 2\sqrt{10}$.

En el triángulo rectángulo ABC, cuya hipotenusa mide 7 y el cateto 3, el segundo cateto mide $2\sqrt{10}$.

C

En general, en un triángulo rectángulo de lados a, b y c, debido a que se cumple que $a^2 + b^2 = c^2$, la hipotenusa y los catetos se pueden encontrar de la siguiente manera:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \qquad a = \sqrt{c^2 - b^2} \qquad b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

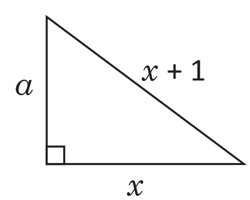


E

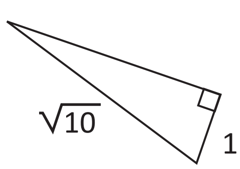
Determina el valor del cateto a en términos de x. Considera $x > 0$.

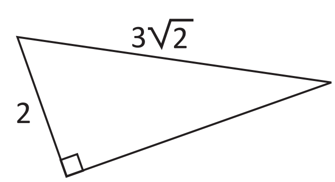
Entonces, $a^2 = (x + 1)^2 - x^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 = 2x + 1$.

Por lo tanto, $a = \sqrt{2x + 1}$.



Encuentra en los siguientes triángulos la longitud de los lados desconocidos:

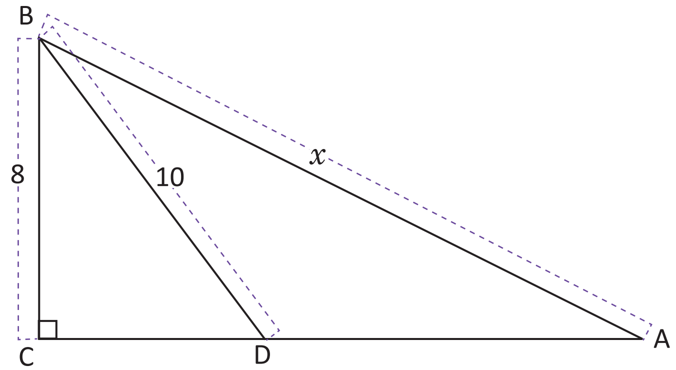




1.6 Resolución de problemas utilizando el teorema de Pitágoras

P

Encuentra la medida de la hipotenusa del triángulo ABC, sabiendo que el triángulo ABD es isósceles.



S

Para calcular el valor de x, se necesita saber la medida del cateto CA.

Debido a que el ΔABD es isósceles, el lado DA es 10.

Aplicando el teorema de Pitágoras en ΔDBC.

$$CD^2 + BC^2 = DB^2 \Rightarrow CD^2 + 8^2 = 10^2$$
$$\Rightarrow CD^2 = 36, \text{ con } CD > 0$$
$$\Rightarrow CD = 6$$

Dado que CA = CD + DA, se tiene que CA = 10 + 6 = 16.

Finalmente se aplica el teorema de Pitágoras en el ΔABC:

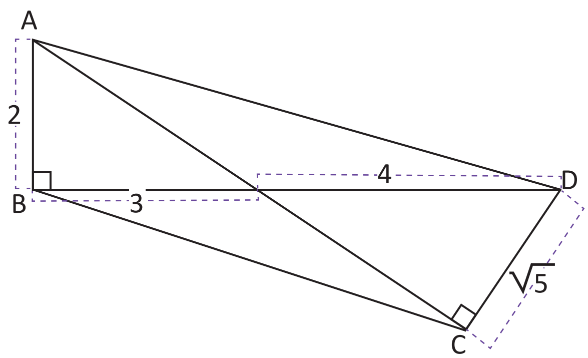
$x^2 = BC^2 + CA^2 \Rightarrow x^2 = 8^2 + 16^2 = 320.$

Por lo tanto $x = \sqrt{320} = 8\sqrt{5}$.

C

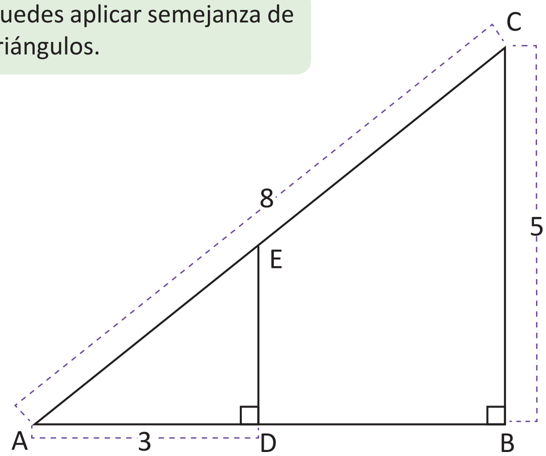
Para resolver problemas utilizando el teorema de Pitágoras, identifica los triángulos rectángulos en la figura y utiliza los valores que se proporcionan en ella, para determinar la medida de los lados desconocidos.

1. Determina la medida de la diagonal AC en el cuadrilátero ABCD.



2. Calcula la medida de la hipotenusa del ΔADE.

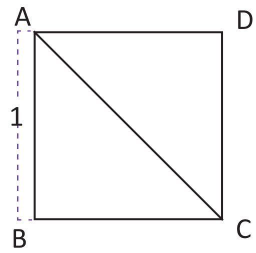
Puedes aplicar semejanza de triángulos.



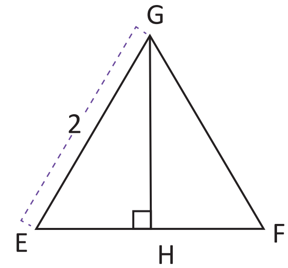
1.7 Triángulos notables

P

1. ¿Cuánto mide la diagonal CA del cuadrado ABCD, cuyos lados miden 1?, ¿cuánto miden los ángulos del ΔABC?



2. ¿Cuánto mide la altura del triángulo equilátero EFG cuyos lados miden 2?, ¿cuánto miden los ángulos del ΔEFG?



La altura de un triángulo es el segmento perpendicular a un lado que va desde el vértice opuesto a este (o a su prolongación).

S

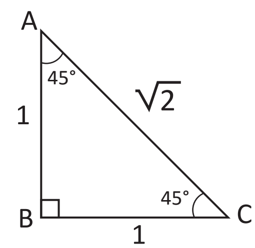
1. La diagonal CA es la hipotenusa de los triángulos rectángulos ABC y ACD. Solo se aplica el teorema de Pitágoras a cualquiera de estos triángulos para poder encontrar la medida de la hipotenusa CA.

En el ΔABC: $AB^2 + BC^2 = CA^2 \Rightarrow CA^2 = 1^2 + 1^2 = 2$

$$\Rightarrow CA = \sqrt{2}$$

Por lo tanto, la diagonal de ABCD es $\sqrt{2}$.

Como la diagonal CA del cuadrado ABCD es bisectriz del ∢DAB y ∢BCD, entonces los ángulos ∢CAB y ∢BCA del ΔABC miden 45°.



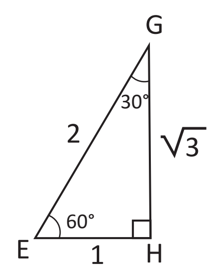
2. Como ΔEHG ≃ ΔFHG, EH = HF. Por lo tanto EH = 1.

En el ΔEHG: $EH^2 + HG^2 = GE^2 \Rightarrow HG^2 = GE^2 - EH^2 = 2^2 - 1^2 = 3$

$$\Rightarrow HG = \sqrt{3}$$

Por lo tanto, la altura de ΔEHG es $\sqrt{3}$.

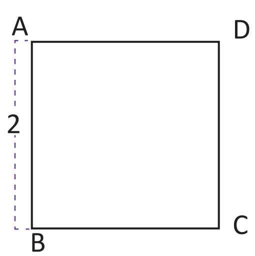
El ∢GEH = 60° debido a que el ΔEFG es equilátero, mientras que el ∢HGE = 30°, debido a que la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°.



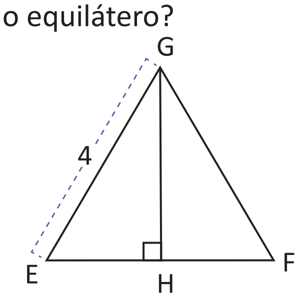
C

A los triángulos ABC y EHG se les denomina **triángulos notables** y serán de mucha utilidad en el estudio de la trigonometría en bachillerato.

1. ¿Cuál es la medida de la diagonal del siguiente cuadrado?



2. ¿Cuál es la medida de la altura del siguiente triángulo equilátero?

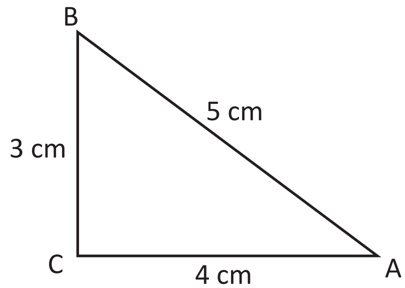


3. ¿Cuál es el área del triángulo EFG del ejercicio 2?

1.8 Recíproco del teorema de Pitágoras

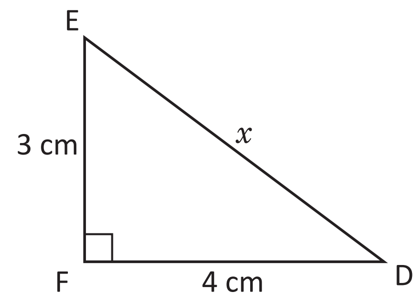
P

En el ΔABC, se cumple que $3^2 + 4^2 = 5^2$. Demuestra que la medida del $\sphericalangle ACB$ es 90°.



S

1. Considerando el triángulo rectángulo ΔDEF, con lados EF = 3 cm, FD = 4 cm.



2. Utilizando el teorema de Pitágoras, $DE^2 = EF^2 + FD^2$

$$\Rightarrow x^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$\Rightarrow x = 5$$

3. Como CA = FD, AB = DE y BC = EF se concluye que el $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ (la medida de los tres lados son iguales).

4. Como $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ y $\sphericalangle DFE = 90°$, entonces el $\sphericalangle ACB = 90°$.

Por lo tanto, se concluye que el ΔABC es rectángulo.

C

Si en un triángulo, sus lados a, b y c, cumplen la relación $a^2 + b^2 = c^2$, entonces el triángulo es rectángulo, cuya hipotenusa es c. Este resultado es llamado el **recíproco del teorema de Pitágoras**.

Unidad 6

E

Si las medidas de los tres lados de un triángulo son 8, 15 y 17, verifica si es un triángulo rectángulo.

Se debe verificar si se cumple que, la suma de los cuadrados de dos de ellos, es igual al cuadrado del tercero: $15^2 + 8^2 = 289$, $17^2 = 289$, luego $15^2 + 8^2 = 17^2$.

> Observa que en un triángulo rectángulo, la hipotenusa tiene mayor longitud que los catetos.

Por el recíproco del teorema de Pitágoras se puede concluir que, el triángulo tiene un ángulo recto, y por lo tanto, es un triángulo rectángulo.

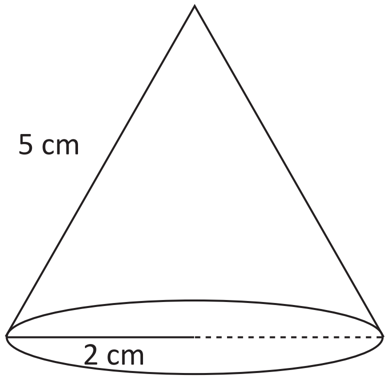
Verifica cuáles de los triángulos son rectángulos, si los datos proporcionados representan las medidas de sus lados.

a) 2 cm, 2 cm y 3 cm b) 4 cm, 5 cm y $\sqrt{41}$ cm c) 7, 24, 25 d) 2, 3, 4

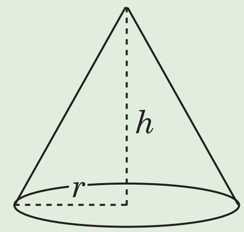
2.1 Cálculo de la altura y volumen de un cono

P

Calcula la altura y el volumen del cono.



El volumen de un cono de radio r y altura h es $V_c = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.



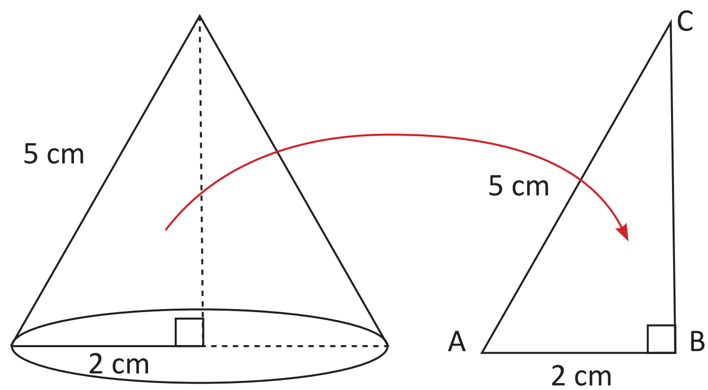
S

Se traza la altura en el cono y se forma un triángulo rectángulo el cual se denota como ΔABC, del cual ya se conoce la hipotenusa y un cateto, la altura del cono es el otro cateto de este triángulo, para calcularlo, se aplica el teorema de Pitágoras:

En el ΔABC: $AB^2 + BC^2 = CA^2$

$$\begin{aligned} \Rightarrow BC^2 &= CA^2 - AB^2 \\ &= 5^2 - 2^2 \\ &= 25 - 4 \\ \Rightarrow BC &= \sqrt{21} \end{aligned}$$

Por lo tanto, la altura del cono mide $\sqrt{21}$ cm.



El volumen del cono se obtiene con $V_c = \frac{1}{3}\pi r^2 h$, donde r = 2 cm y $h = \sqrt{21}$ cm, sustituyendo se tiene:

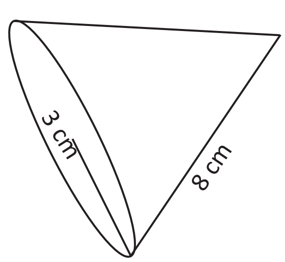
$$V_c = \frac{1}{3}\pi(2)^2\sqrt{21} = \frac{4\sqrt{21}\pi}{3} \text{ cm}^3.$$

Por lo tanto, el volumen del cono es $\frac{4\sqrt{21}\,\pi}{3}$ cm^3.

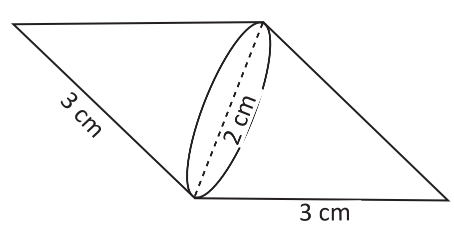
C

Para determinar el volumen o la altura desconocida de un cono, es necesario utilizar el teorema de Pitágoras.

1. Determina la altura del siguiente cono.

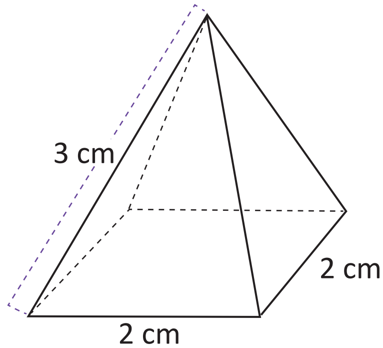


2. Encuentra el volumen del siguiente sólido geométrico.

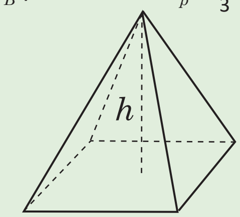


2.2 Cálculo de la medida de la altura y del volumen de la pirámide cuadrangular

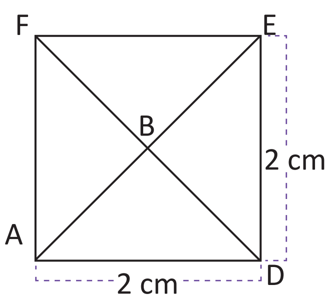
Calcula la altura y el volumen de la pirámide cuadrangular.



El volumen de una pirámide cuya área de la base es A_B y altura h es $V_p = \frac{1}{3} A_B\, h$.



Se traza la altura de la pirámide y se forma un triángulo rectángulo ABC, del cual solo se conoce la hipotenusa, pero no sus dos catetos. Se debe encontrar la medida del cateto BC, que es la altura de la pirámide, para ello se debe conocer el valor del cateto AB.

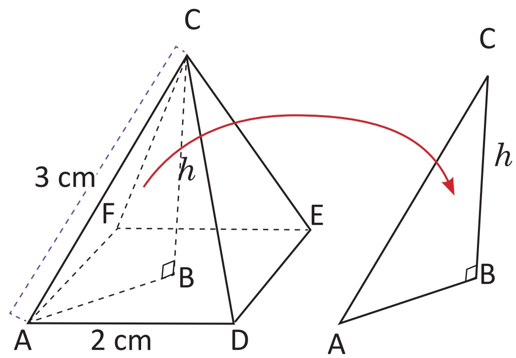


La base de la pirámide es un cuadrado donde $\overline{AB}$ es la semidiagonal. Como AD = 2 cm, entonces DE = 2 cm.

La medida de la diagonal EA se obtiene aplicando el teorema de Pitágoras en el ΔADE:

$$EA^2 = ED^2 + DA^2 = 2^2 + 2^2 = 8$$

$$\Rightarrow EA = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$



Luego como $\overline{AB}$ es la semidiagonal, se tiene que AB = $\sqrt{2}$ cm. Con esta información ya se puede calcular la medida del cateto BC en el ΔABC; nuevamente aplicando el teorema de Pitágoras:

$$CA^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow BC^2 = CA^2 - AB^2 = 3^2 - \sqrt{2}^{\,2} = 9 - 2 = 7$$

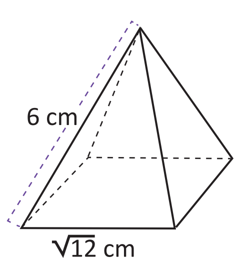
$$\Rightarrow BC = \sqrt{7}\text{, por lo tanto } h = \sqrt{7} \text{ (cm).}$$

El volumen de la pirámide se obtiene con $V_p = \frac{1}{3} A_B\, h$; en este caso $A_B = 2 \times 2 = 4$ cm^2 y $h = \sqrt{2}$ cm, sustituyendo se obtiene que

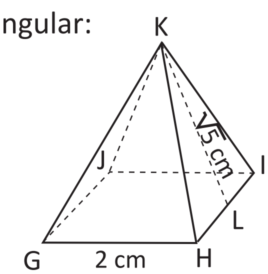
$$V_p = \frac{1}{3}(4)\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3.$$

Para determinar el volumen o la altura desconocida de una pirámide, es necesario utilizar el teorema de Pitágoras.

1. Determina la altura de la pirámide cuadrangular.



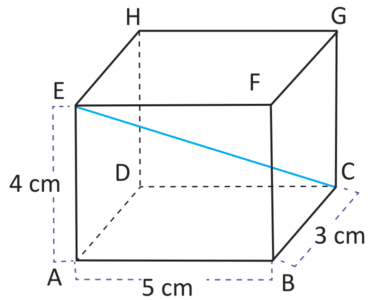
2. Si KL = $\sqrt{5}$ cm es la altura del triángulo isósceles KHI, determina el volumen de la siguiente pirámide cuadrangular:



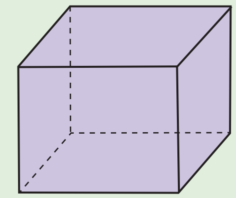
2.3 Cálculo de la medida de la diagonal de un ortoedro

P

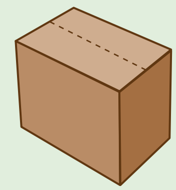
¿Cuál es la medida de la diagonal CE del siguiente ortoedro?



Un ortoedro es un prisma recto, y tiene la característica de que sus caras forman entre sí ángulos rectos.



Las cajas que usualmente se utilizan son ortoedros.

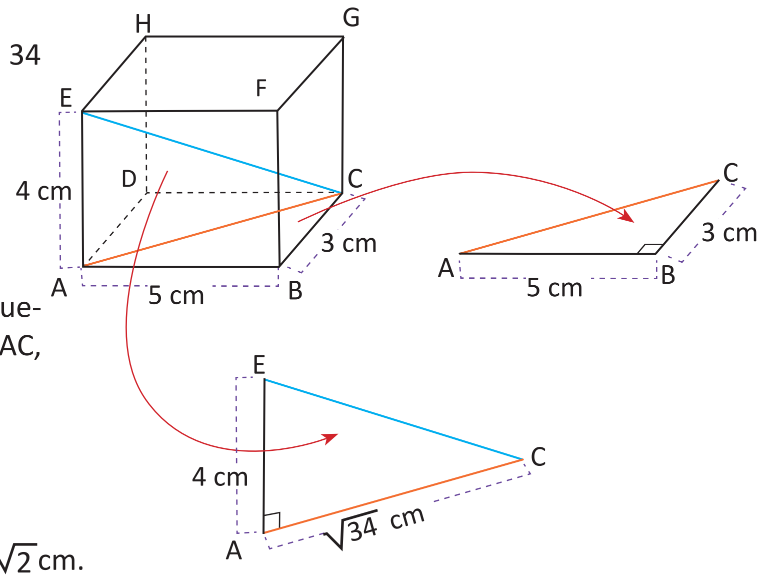


S

La diagonal CE es la hipotenusa del ΔACE. Se debe encontrar la medida del cateto $\overline{AC}$, para luego calcular la medida de $\overline{CE}$. Como AC también es la hipotenusa del ΔACB, se puede encontrar su medida aplicando el teorema de Pitágoras:

En el ΔACB, $AC^2 = BA^2 + CB^2 = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$

$\Rightarrow AC = \sqrt{34}$



Como ya se conocen los catetos AC y EA, se puede aplicar el teorema de Pitágoras en el ΔEAC, para encontrar el valor de la hipotenusa CE.

$CE^2 = AC^2 + EA^2 = (\sqrt{34})^2 + 4^2 = 34 + 16 = 50$

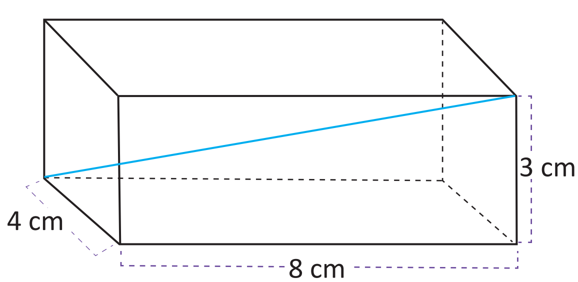
$\Rightarrow CE = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

Por lo tanto, la diagonal del ortoedro mide $5\sqrt{2}$ cm.

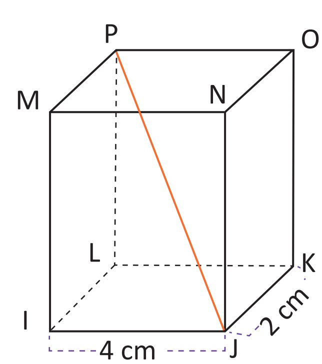
C

Para determinar la longitud de la diagonal del ortoedro se utiliza el teorema de Pitágoras dos veces.

1. Calcula la medida de la diagonal del ortoedro.

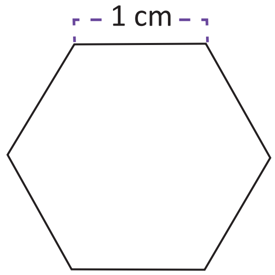


2. Si en el ortoedro, la diagonal $JP = 3\sqrt{5}$, ¿cuánto mide su altura?



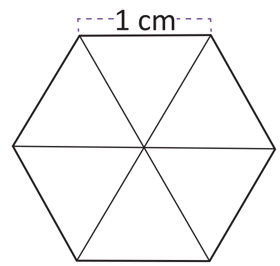
2.4 Cálculo del área de un hexágono

Calcula el área del hexágono regular, cuyos lados miden 1 cm.



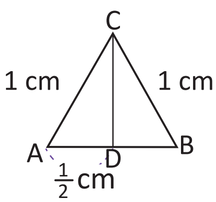
Un polígono regular cumple que todos sus lados tienen la misma longitud, y todos los ángulos interiores tienen la misma medida.

El hexágono regular está compuesto de 6 triángulos equiláteros congruentes. En este caso los 3 lados de cada triángulo miden 1 cm.



Se debe encontrar el área de un triángulo y luego multiplicarlo por 6, para encontrar el área del hexágono.

Se toma un triángulo cualquiera de los 6, y se denota por ΔABC. Se traza la altura desde el vértice C y utilizando el teorema de Pitágoras se encuentra su longitud:



$$CA^2 = AD^2 + DC^2 \Rightarrow DC^2 = CA^2 - AD^2$$

$$\Rightarrow DC^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow DC = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

El área del ΔABC es: $(\Delta ABC) = \dfrac{1 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{4} (\text{cm})^2$.

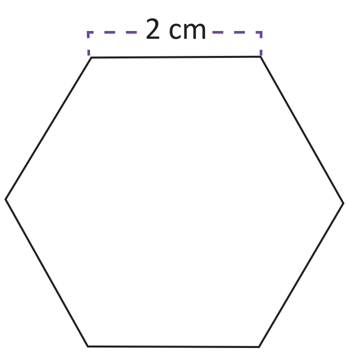
El área del hexágono es $\dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 6 = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ $(\text{cm})^2$.

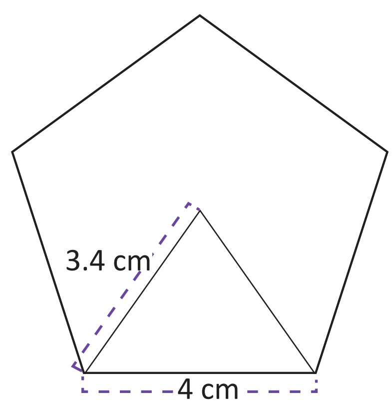
A la perpendicular trazada desde el centro de un polígono regular a cualquiera de sus lados se le llama **apotema**.

En el problema anterior la altura DC coincide con el apotema del hexágono.

Para determinar el área de un polígono regular se puede utilizar el teorema de Pitágoras para encontrar el apotema del polígono.

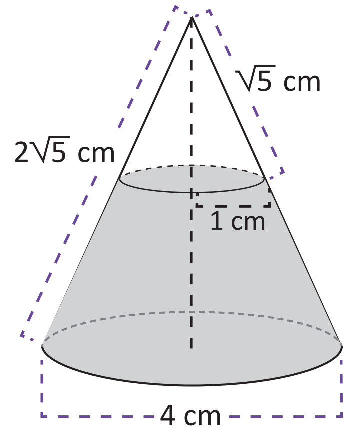
Encuentra la longitud del apotema y el área de los siguientes polígonos regulares.



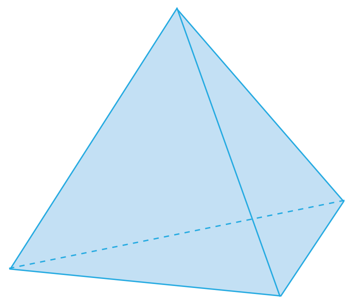


2.5 Practica lo aprendido

1. Encuentra el volumen del sólido que está sombreado de gris.

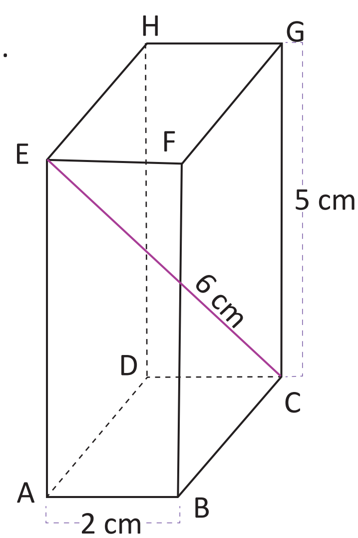


2. Determina el área total de la pirámide, si los triángulos son equiláteros y la medida de sus lados es 3.

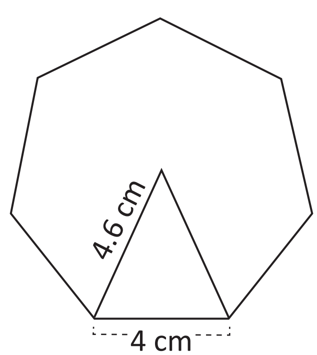


2.6 Practica lo aprendido

1. Calcula la medida del segmento BC del siguiente ortoedro.



2. Calcula el área del siguiente heptágono regular.



2.7 Aplicación del teorema de Pitágoras

P

La distancia desde la entrada principal de la Universidad de El Salvador en San Salvador (punto C) hasta la fuente luminosa (punto B) es de 554.8 m; mientras que desde la fuente luminosa hasta el punto de intersección, entre el bulevar de los Héroes y la 21 calle poniente (punto A) es 375.6 m. Encuentra la distancia entre los puntos A y C.

S

En la situación anterior, se forma el triángulo rectángulo ABC, del cual ya se conoce la longitud de los catetos AB y BC. Utilizando el teorema de Pitágoras se encuentra la longitud de la hipotenusa CA:

$$CA^2 = AB^2 + BC^2 = 375.6^2 + 554.8^2 \approx 141\,075.4 + 307\,803.0 = 448\,878.4$$

$$\Rightarrow CA \approx \sqrt{448878.4} \approx 670.$$

C

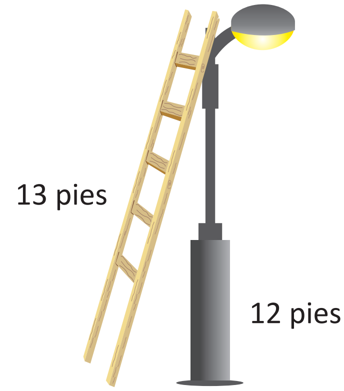
El teorema de Pitágoras es aplicable para medir distancias, así fue posible determinar que la distancia entre la entrada principal de la Universidad de El Salvador, la intersección entre el bulevar de los Héroes y la 21 calle poniente es 670 m.

Calcula la altura del monumento a los Próceres, ubicado en el centro de la plaza Libertad de San Salvador. Ese monumento fue inaugurado por el presidente Manuel Enrique Araujo el 5 de noviembre de 1911, tras cumplirse 100 años del Primer Grito de Independencia y está esculpido en bronce, mármol, granito y concreto.

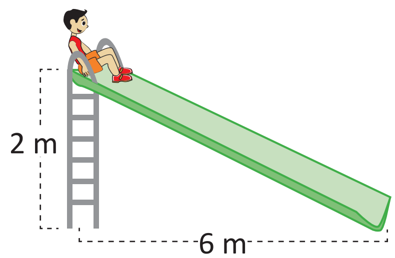
10.9 m

2.8 Practica lo aprendido

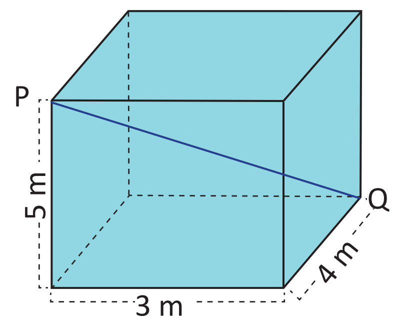
1. Mario tiene una escalera de 13 pies de longitud y quiere cambiar una lámpara que está a 12 pies de altura en un poste, ¿a qué distancia de la base del poste debe colocar la base de la escalera?



2. Miguel desea deslizarse por un tobogán, cuya altura máxima es 3.5 m. La distancia que hay entre el punto donde toca el suelo y la base del tobogán es de 6 m. ¿Qué distancia recorrerá en el tobogán?

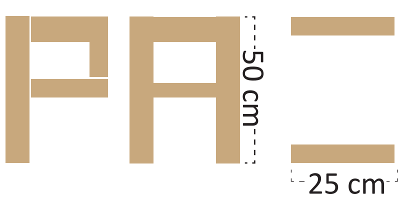


3. En una cisterna de concreto, don Juan necesita colocar un alambre entre los puntos P y Q, ¿cuál debe ser la medida de este?



2.9 Practica lo aprendido

1. En la escuela El Zapote, se está preparando un evento alusivo a la paz, para ello, a José le han encomendado colocar en el muro de la escuela, las letras alusivas al evento, ¿cuántos centímetros de mecate le hacen falta para terminarlo?



2. El césped del estadio Cuscatlán en San Salvador, tiene 107 m de largo y la diagonal mide 127 m, ¿cuál es el área de la cancha?