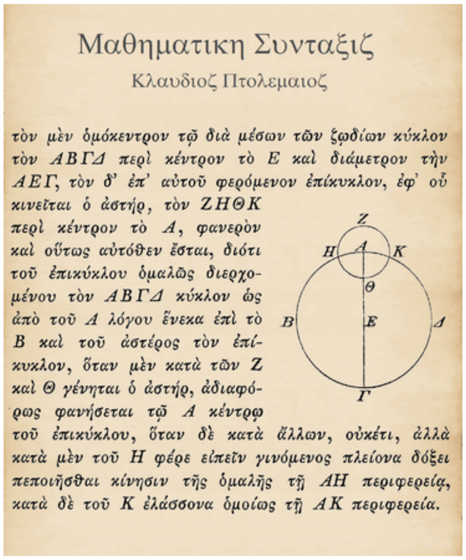
Unidad 7

Ángulo inscrito y central



Μαθηματικη Συνταξιζ

Κλαυδιοζ Πτολεμαιοζ

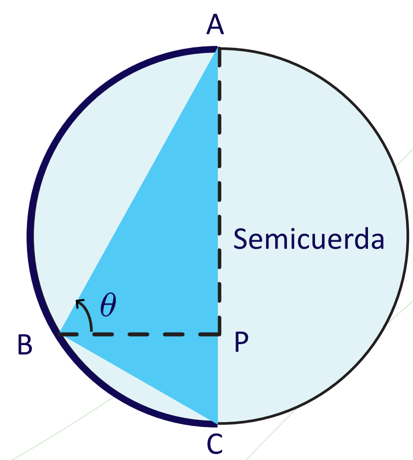
τὸν μὲν ὁμόκεντρον τῷ διὰ μέσων τῶν ζῳδίων κύκλον τὸν ΑΒΓΔ περὶ κέντρον τὸ Ε καὶ διάμετρον τὴν ΑΕΓ, τὸν δ' ἐπ' αὐτοῦ φερόμενον ἐπίκυκλον, ἐφ' οὗ κινεῖται ὁ ἀστήρ, τὸν ΖΗΘΚ περὶ κέντρον τὸ Α, φανερὸν καὶ οὕτως αὐτόθεν ἔσται, διότι τοῦ ἐπικύκλου ὁμαλῶς διερχομένου τὸν ΑΒΓΔ κύκλον ὡς ἀπὸ τοῦ Α λόγου ἕνεκα ἐπὶ τὸ Β καὶ τοῦ ἀστέρος τὸν ἐπίκυκλον, ὅταν μὲν κατὰ τῶν Ζ καὶ Θ γένηται ὁ ἀστήρ, ἀδιαφόρως φανήσεται τῷ Α κέντρῳ τοῦ ἐπικύκλου, ὅταν δὲ κατὰ ἄλλων, οὐκέτι, ἀλλὰ κατὰ μὲν τοῦ Η φέρε εἰπεῖν γινόμενος πλείονα δόξει πεποιῆσθαι κίνησιν τῆς ὁμαλῆς τῇ ΑΗ περιφερείᾳ, κατὰ δὲ τοῦ Κ ἐλάσσονα ὁμοίως τῇ ΑΚ περιφερείᾳ.

Una hoja del tratado astronómico Almagesto.

La astronomía fue utilizada por las civilizaciones antiguas para predecir los periodos de abundancia de la caza, la siembra o la llegada del invierno.

El matemático greco-egipcio Claudio Ptolomeo (siglo II) realizó, en el tratado astronómico *Almagesto*, una descripción matemática del sistema geocéntrico (en el cual los planetas giran alrededor de la Tierra). Uno de sus aportes a la matemática fue un teorema sobre cuadriláteros cíclicos, en el que se utilizan propiedades importantes de ángulo inscrito.

La trigonometría, que estudia la relación entre los lados y ángulos de un triángulo, se desarrolló por los estudios astronómicos. Los matemáticos hindúes Varahamihira (siglo VI) y Brahmagupta (siglo VII) formularon varias propiedades trigonométricas utilizando la semicuerda (un triángulo inscrito en el círculo con un lado como diámetro del círculo) y los cuadriláteros cíclicos que tienen como base el estudio de los ángulos inscritos.

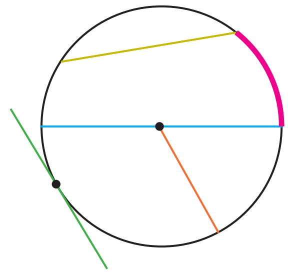


El ángulo inscrito ABC es recto. Por medio de esta construcción se obtuvieron relaciones importantes.

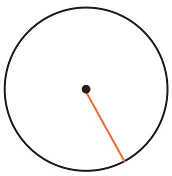
En los contenidos a desarrollar se abordará desde la definición hasta el teorema del ángulo inscrito, que establece una relación con el ángulo central. Estudiarás la construcción de rectas tangentes sobre la circunferencia, así como la definición del ángulo semiinscrito y la relación entre cuerdas y arcos de circunferencia.

1.1 Elementos de la circunferencia

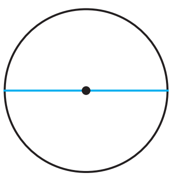
Escribe el nombre que reciben los elementos dibujados en la siguiente circunferencia:



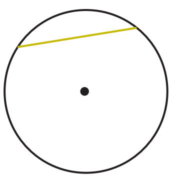
Segmentos.



El segmento que va del centro a un punto de la circunferencia se llama **radio.**

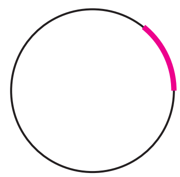


El segmento que va de un punto de la circunferencia a otro y pasa por el centro se llama **diámetro.**



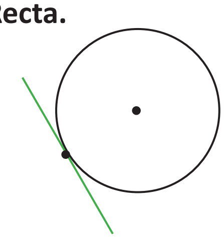
El segmento que va de un punto de la circunferencia a otro se llama **cuerda.**

Arco.



La parte de la circunferencia delimitada por dos puntos en ella se llama **arco**.

Recta.



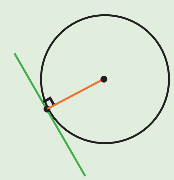
La recta que toca la circunferencia en un punto se llama **tangente.**

El punto donde la recta tangente toca la circunferencia se llama: **punto de tangencia.**

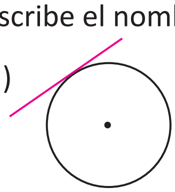
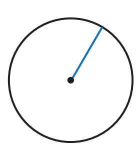
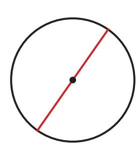
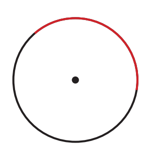
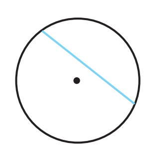
Los elementos de la circunferencia son:

- Los segmentos: radio, diámetro y cuerda
- Las rectas: tangente
- El arco de la circunferencia

El radio al punto de tangencia es perpendicular a la tangente en ese punto.



1. Escribe el nombre de los elementos señalados en cada circunferencia:

a) 
b) 
c) 
d) 
e) 

2. Responde las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es el nombre del elemento que es $\frac{1}{2}$ del diámetro?

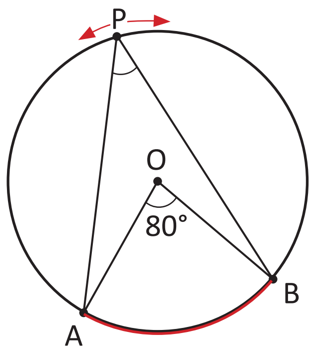
b) ¿Cuál es el nombre de la cuerda de mayor longitud de una circunferencia?

c) ¿Cómo es la recta tangente y el radio al punto de tangencia de una circunferencia?

d) Al colocar dos puntos sobre la circunferencia, ¿cuántos arcos se forman?

1.2 Definición y medida de ángulos inscritos

Realiza el dibujo en una hoja de papel y mide el ∢BPA desplazando el punto P a diferentes lugares de la circunferencia. Compara la medida de ∢BPA con la medida del ∢BOA.

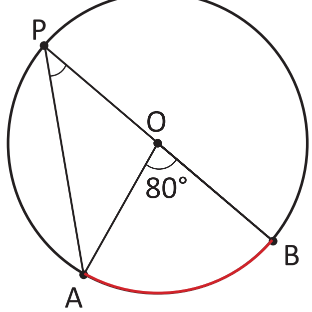


El ángulo BOA se llama **ángulo central**, porque su vértice es el centro de la circunferencia.

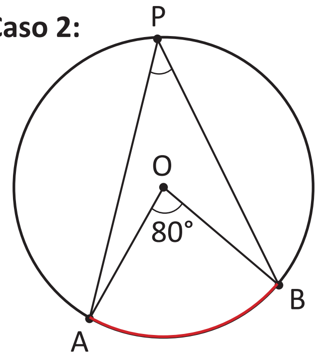
Observa que el ∢BPA y el ∢BOA comparten el mismo arco $\widehat{AB}$.

Utilizando regla y compás para hacer el dibujo y desplazar el punto P en la circunferencia, se tienen los siguientes casos:

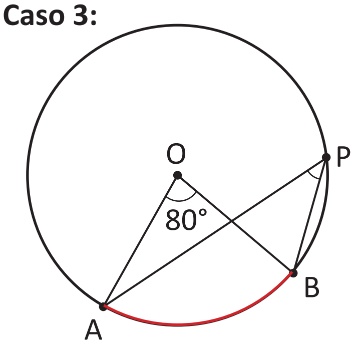
Caso 1:



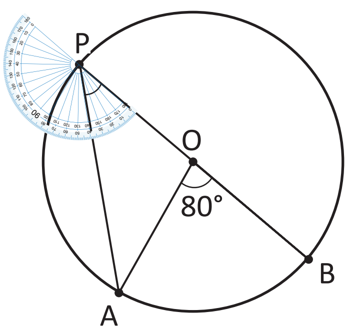
Caso 2:

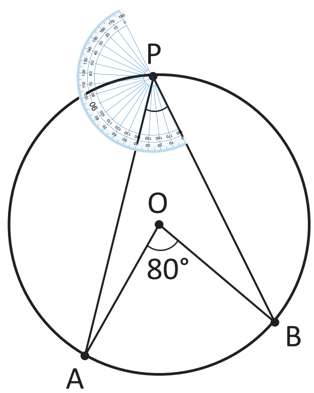


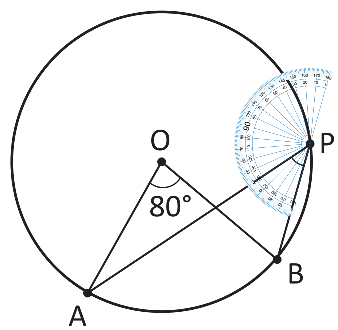
Caso 3:



Utilizando transportador se mide el∢BPA en los 3 casos.







En los tres casos la medida del ∢BPA = 40°.

Y el ∢BOA = 2∢BPA o bien el ∢BPA = $\frac{1}{2}$∢BOA.

Los ángulos cuyo vértice está en la circunferencia se llaman: **ángulos inscritos**.

Subtender el mismo arco significa compartir el mismo arco.

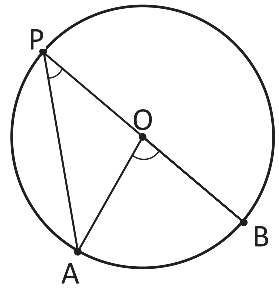
En una circunferencia se cumple que la medida del ángulo central que subtiende el mismo arco que cualquier ángulo inscrito, es el doble de la medida de cualquier ángulo inscrito que subtienda el mismo arco.

Determina la medida de un ángulo inscrito a una circunferencia cuyo ángulo central correspondiente al mismo arco mide 160°. Utiliza un esquema como en el Problema inicial.

1.3 Ángulo inscrito, parte 1

P

Demuestra que el ∢BOA = 2∢BPA cuando el centro queda en algún lado del ΔBPA.



El diámetro es la cuerda que pasa por el centro de la circunferencia.

S

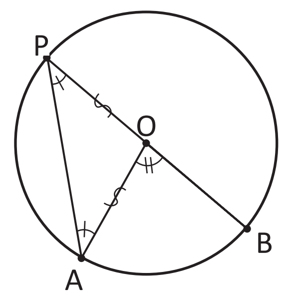
En el ΔAOP: OP = OA (son radios de la circunferencia).

Entonces, ∢OPA = ∢PAO (a lados iguales se oponen ángulos iguales).

Por otra parte ∢BOA = ∢OPA + ∢PAO (∢BOA es ángulo exterior del ΔAOP).

Por lo tanto, ∢BOA = 2∢OPA. Como ∢OPA = ∢BPA.

Entonces, ∢BOA = 2∢BPA.



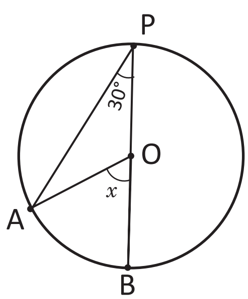
C

En los ángulos inscritos cuyo lado coincide con el diámetro de la circunferencia se cumple que **la medida del ángulo central que subtiende el mismo arco es el doble de la medida del ángulo inscrito.**

E

Determina el valor de x para cada caso.

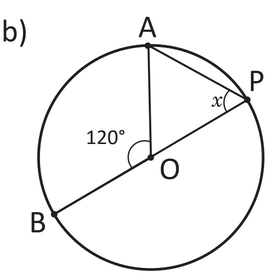
a)



Como ∢BOA = 2∢BPA.

Por lo tanto, $x = 2(30°) = 60°$.

b)



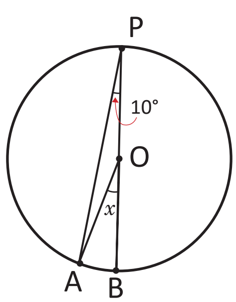
Como ∢BOA = 2∢BPA.

Entonces, ∢BPA = $\frac{1}{2}$ ∢BOA

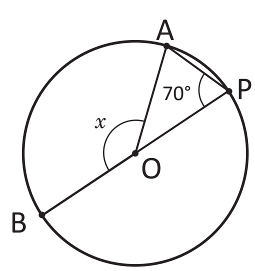
Por lo tanto, $x = \frac{120°}{2} = 60°$.

Determina el valor de x para cada caso.

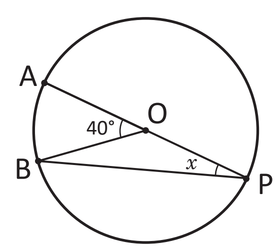
a)



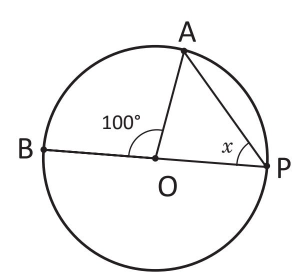
b)



c)



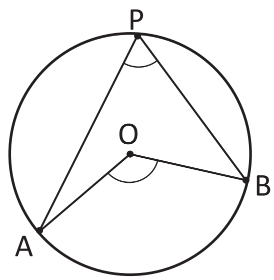
d)



1.4 Ángulo inscrito, parte 2

P

Demuestra que el ∢BOA = 2∢BPA cuando el centro está dentro del ∢BPA.



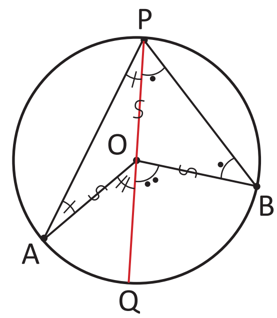
S

Se traza el diámetro QP.

∢QOA = 2∢QPA y ∢BOQ = 2∢BPO (por lo visto en la clase 3).

Sumando ambas igualdades:
∢QOA + ∢BOQ = 2∢QPA + 2∢BPQ = 2(∢QPA + ∢BPQ).

Por lo tanto, ∢BOA = 2∢BPA.



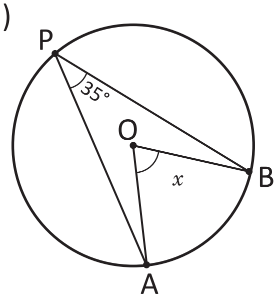
C

En los ángulos inscritos que tiene en el interior el ángulo central, que subtiende el mismo arco, también se cumple que **la medida del ángulo central es el doble de la medida del ángulo inscrito**.

E

Determina el valor de x para cada caso.

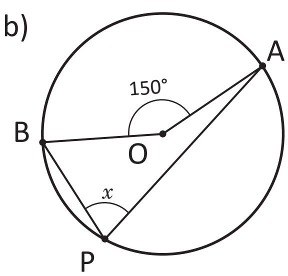
a)



Como ∢BOA = 2∢BPA.

Por lo tanto, $x = 2(35°) = 70°$.

b)



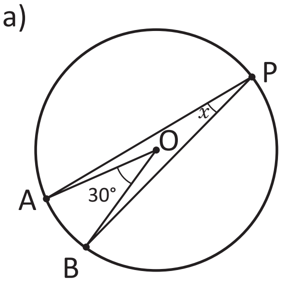
Como ∢BOA = 2∢BPA.

Entonces ∢BPA = $\frac{1}{2}$∢BOA.

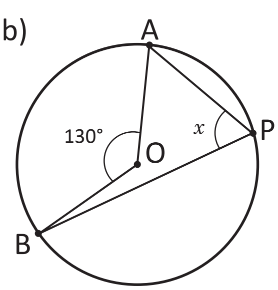
Por lo tanto $x = \frac{150°}{2} = 75°$.

Determina el valor de x para cada caso.

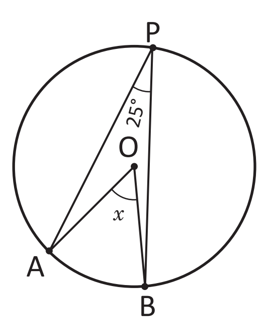
a)



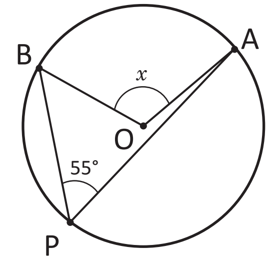
b)



c)



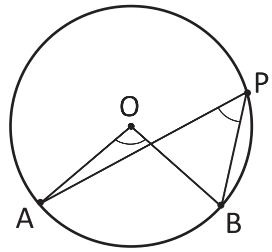
d)



1.5 Teorema del ángulo inscrito

P

Demuestra que el ∢BOA = 2∢BPA cuando el centro está fuera del ∢BPA.



S

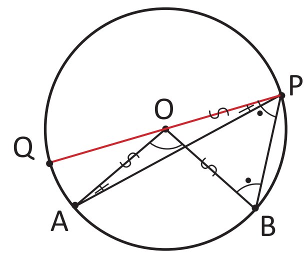
Se traza el diámetro QP.

∢AOQ = 2∢APQ y ∢BOQ = 2∢BPQ (por lo visto en la clase 3).

Como ∢BOA = ∢BOQ – ∢AOQ.

Entonces, ∢BOA = 2∢BPQ – 2∢APQ = 2(∢BPQ – ∢APQ) = 2∢BPA.

Por lo tanto, ∢BOA = 2∢BPA.



C

En una circunferencia, para cualquier ángulo inscrito se cumple que **la medida del ángulo central es el doble de la medida del ángulo inscrito que subtiende el mismo arco**.

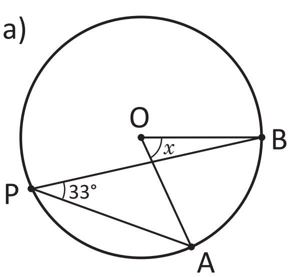
Además los ángulos inscritos que subtienden el mismo arco tienen igual medida.

Este resultado se conoce como **El teorema del ángulo inscrito**.

E

Determina el valor de x para cada caso.

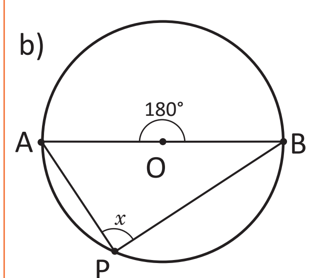
a)



Como ∢BOA = 2∢BPA.

Por lo tanto, x = 2(33°) = 66°.

b)



Como ∢BOA = 2∢BPA.

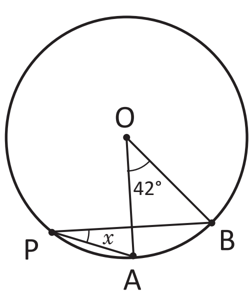
Entonces, ∢BPA = $\frac{1}{2}$ ∢BOA.

Por lo tanto, $x = \frac{180°}{2} = 90°$.

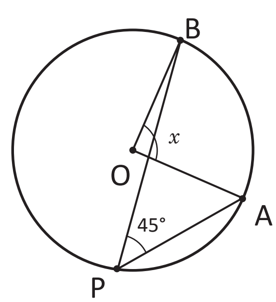
El ángulo inscrito a la semicircunferencia mide 90°.

Determina el valor de x, y y z para cada caso.

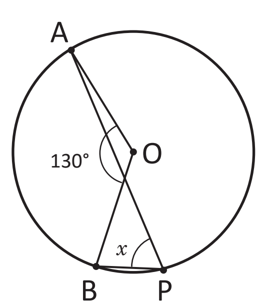
a)



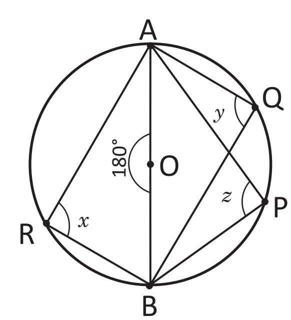
b)



c)



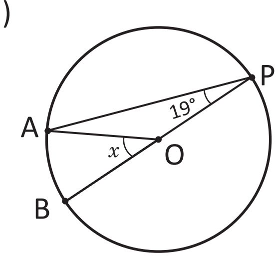
d)



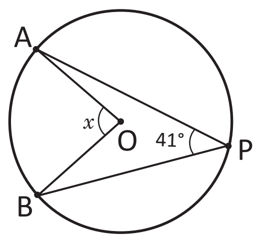
1.6 Practica lo aprendido

1. Determina el valor de x para cada caso.

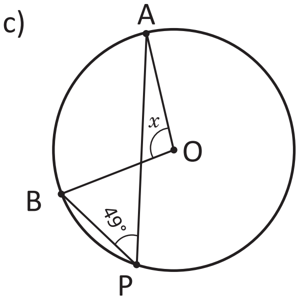
a)



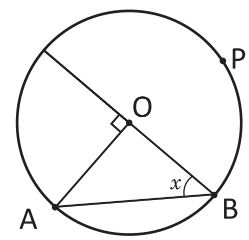
b)



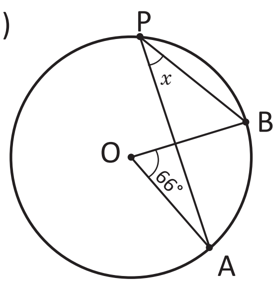
c)



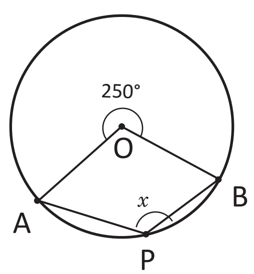
d)



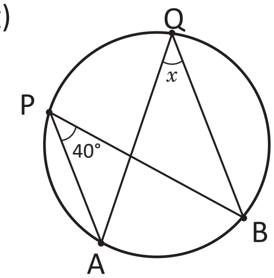
e)



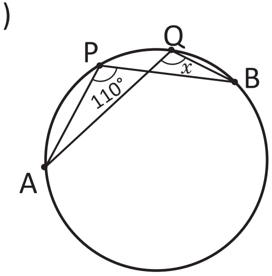
f)



g)

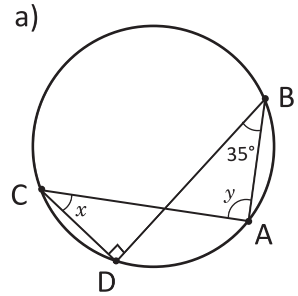


h)

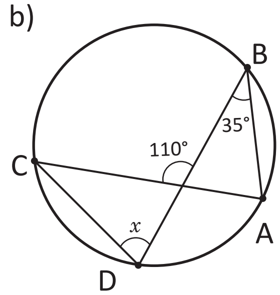


2. Determina el valor de x y de y según cada caso.

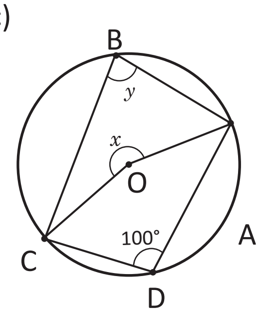
a)



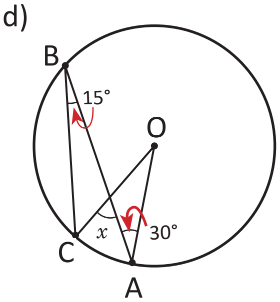
b)



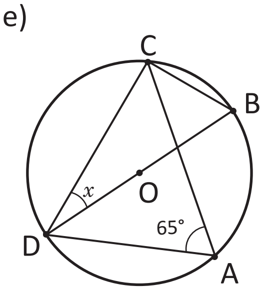
c)



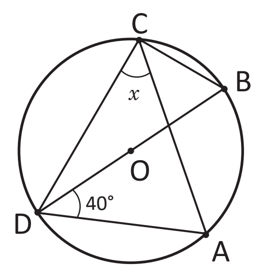
d)



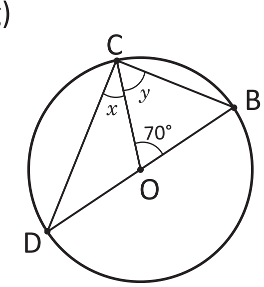
e)



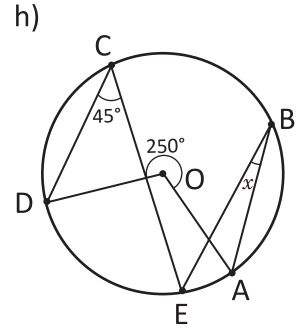
f)



g)



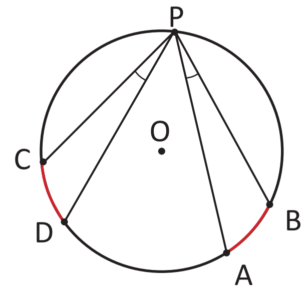
h)



1.7 Arcos congruentes

P

Compara la medida del $\measuredangle BPA$ con el $\measuredangle DPC$ en la siguiente figura si $\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{AB}$.



La notación $\overset{\frown}{AB}$, significa la porción de arco comprendida entre el punto A y el punto B.

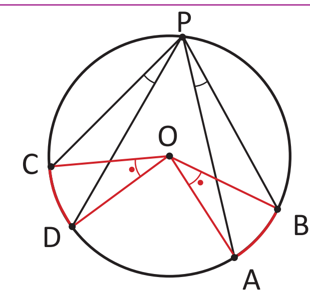
S

Se construyen los ángulos $\measuredangle BOA$ y $\measuredangle DOC$.

$\measuredangle BOA = \measuredangle DOC$ ($\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{AB}$ por hipótesis).

$\measuredangle BPA = \frac{1}{2}\measuredangle BOA$ y $\measuredangle DPC = \frac{1}{2}\measuredangle DOC$ (por ángulo inscrito).

Por lo tanto, $\measuredangle BPA = \measuredangle DPC$.



C

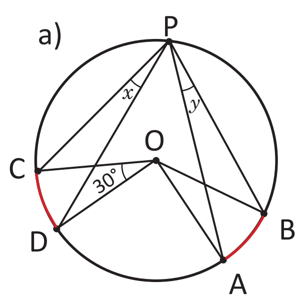
En una circunferencia los ángulos inscritos, que subtienden arcos de igual medida, tienen igual medida.

También se cumple que si dos ángulos inscritos son de igual medida, entonces los arcos que subtienden también son de igual medida.

E

Determina el valor de x y y para cada caso donde $\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{AB}$.

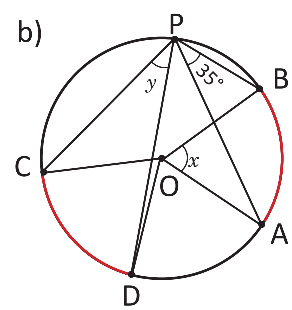
a)



Como $\measuredangle BOA = \measuredangle DOC$.

Por lo tanto,
$x = y = \frac{30°}{2} = 15°$.

b)



Como $\measuredangle BOA = 2\measuredangle BPA$.

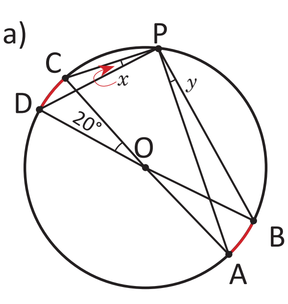
Por lo tanto, $x = 2(35°) = 70°$.

Por otra parte, $\measuredangle BOA = \measuredangle DOC$.

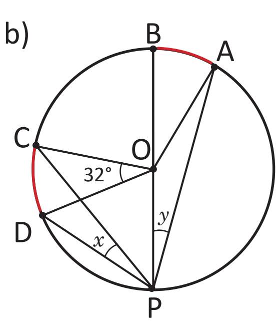
Entonces, $y = \measuredangle DPC = \measuredangle BPA = 35°$.

Determina el valor de x y y para cada caso. Considera $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$.

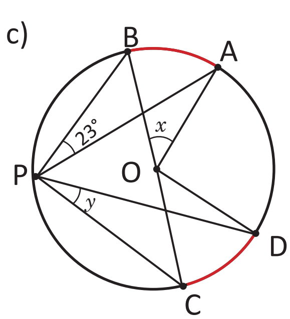
a)



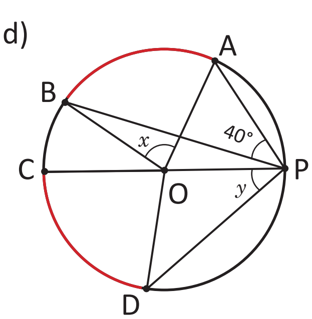
b)



c)



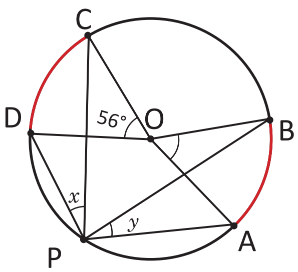
d)



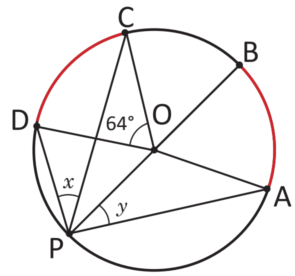
1.8 Practica lo aprendido

1. Determina el valor de x y y para cada caso. Considera $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$.

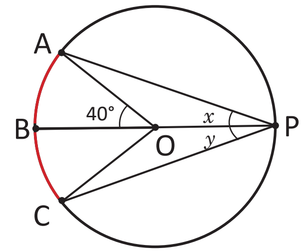
a) $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$



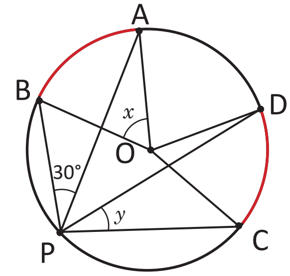
b) $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$



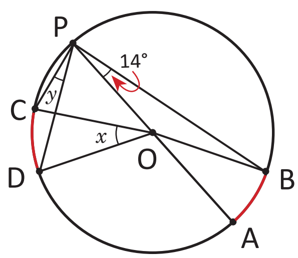
c) $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$



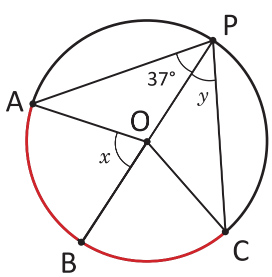
d) $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$



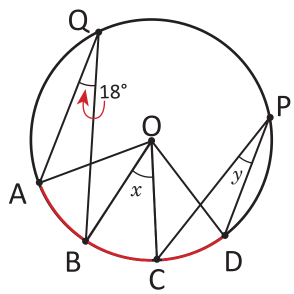
e) $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$



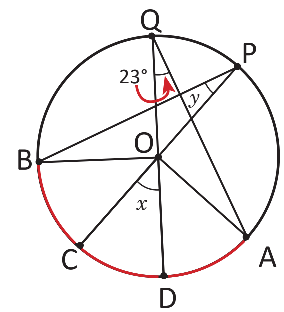
f) $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$



g) $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{CD}$

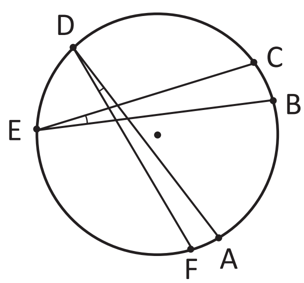


h) $\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{DA}$

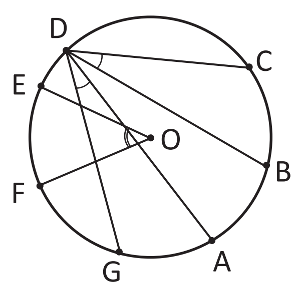


2. En las siguientes circunferencias, determina los arcos que sean de igual medida.

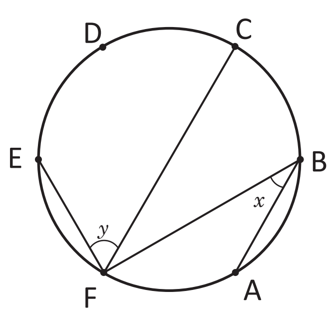
a) ∢ADF = ∢CEB



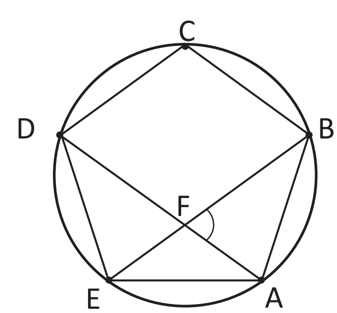
b) ∢FOE = 2∢CDB y ∢BDC = ∢ADG



3. Determina el valor de x y y si en la siguiente figura los puntos A, B, C, D, E, F dividen la circunferencia en 6 arcos iguales.



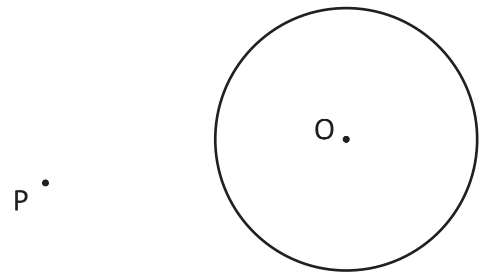
4. En la siguiente figura ABCDE es un pentágono regular, se trazan las diagonales AD y BE. Determina la medida de ∢BFA.



2.1 Construcción de tangentes a una circunferencia

P

Dada la siguiente circunferencia y el punto P, construye con regla y compás las rectas que pasan por el punto P y son tangentes a la circunferencia.



S

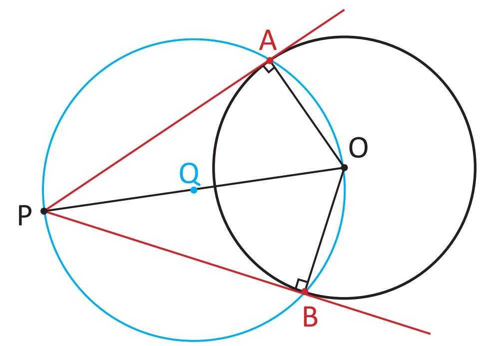
Tomando el punto medio del segmento PO, denotado por Q.

Se traza la circunferencia con centro Q y radio QO.

Se marcan los puntos A y B donde se intersectan las circunferencias.

Entonces, $\sphericalangle OAP = \sphericalangle PBO = 90°$ (ambos subtienden un arco de 180°).

Por lo tanto, las rectas PA y PB son tangentes a la circunferencia de centro O.



La recta perpendicular al radio en un punto de la circunferencia es la tangente a la circunferencia.

C

Utilizando los resultados de ángulo inscrito se pueden construir las rectas que pasan por un punto P y tangentes a una circunferencia dada siguiendo los pasos de la solución.

1. Dibuja otra circunferencia y otro punto P fuera de dicha circunferencia, diferentes a los del inicio de la clase y construye las tangentes a la circunferencia que pasen por el punto P.

2. Con base al ejercicio de la clase responde:

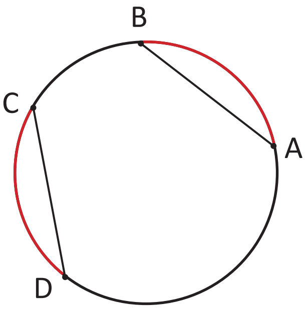
   a) ¿Son iguales los segmento PA y PB?

   b) ¿Por qué?

Puedes aplicar congruencia de triángulos para justificar tu respuesta.

2.2 Cuerdas y arcos de la circunferencia

En la siguiente figura $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$. Compara la longitud de las cuerdas AB y CD.



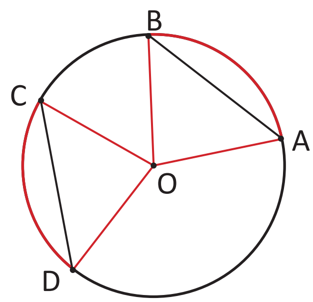
Trazando los radios OA, OB, OC y OD.

$\sphericalangle BOA = \sphericalangle DOC$ (porque $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$).

OA = OB = OC = OD (son radios de la circunferencia).

Entonces, $\Delta BOA \cong \Delta DOC$ (por criterio LAL).

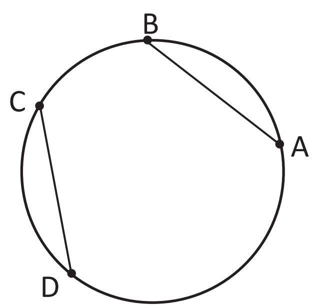
Por lo tanto, AB = CD (por la congruencia).



Para aplicar el criterio de congruencia LAL es necesario que dos lados y el ángulo entre ellos sean congruentes.

En una circunferencia si la medida de dos arcos es igual, entonces la medida de las cuerdas que subtienden esos arcos es igual.

En la siguiente figura AB = CD. Compara la longitud de los arcos $\overset{\frown}{AB}$ y $\overset{\frown}{CD}$.

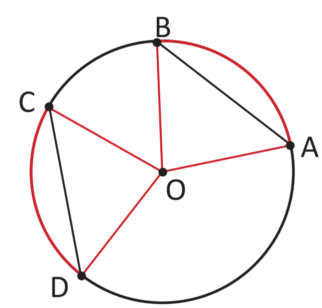


Trazando los radios OA, OB, OC y OD.

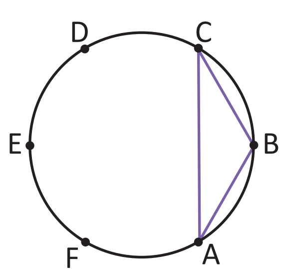
Entonces, $\Delta BOA \cong \Delta DOC$ (por criterio LLL).

Luego, $\sphericalangle BOA = \sphericalangle DOC$ (por la congruencia).

Por lo tanto, $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ (el ángulo central es igual).



Los puntos A, B, C, D, E, F dividen la circunferencia en 6 arcos iguales. Clasifica las figuras que se forman uniendo los puntos indicados en cada literal. Observa el ejemplo:



a) ABC BA = BC (porque $\overset{\frown}{BA} = \overset{\frown}{BC}$).

R. ABC es un triángulo isósceles.

b) ABDE c) ACE d) ACD

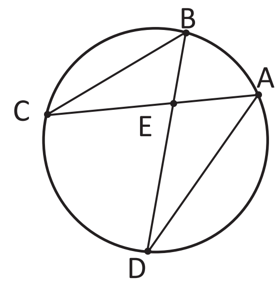
e) ABCDEF f) DEF g) ABCD

Unidad 7

2.3 Aplicación con semejanza de triángulos

P

En la siguiente figura determina si se cumple que el ΔAED ~ ΔBEC.



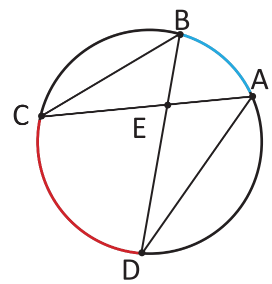
S

En la figura ∢AED = ∢BEC (son opuestos por el vértice).

∢DBC = ∢DAC (subtienden el mismo arco).

Pero ∢EBC = ∢DBC y ∢DAE = ∢DAC.

Por lo tanto, ΔAED ~ ΔBEC (por criterio AA).



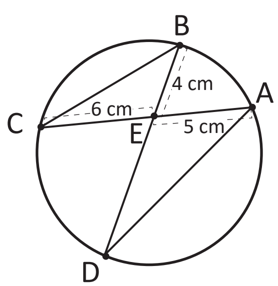
Para aplicar el criterio AA solo es necesario que dos ángulos sean congruentes.

C

Para determinar semejanza entre triángulos es necesario observar los ángulos inscritos que subtienden el mismo arco.

E

En la siguiente figura determina la medida del segmento ED.



Como ΔAED ~ ΔBEC .

Entonces, $\frac{ED}{EC} = \frac{AE}{BE}$.

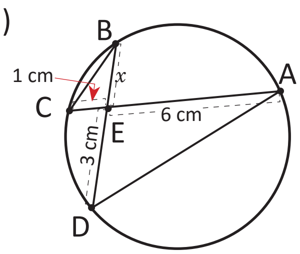
Por lo tanto, ED = EC × $\frac{AE}{BE}$ = 6 × $\frac{5}{4}$ = 7.5.

ED = 7.5 cm

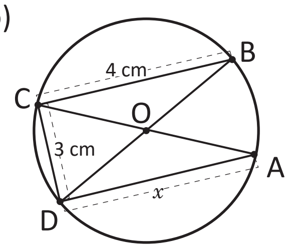
Cuando dos triángulos son semejantes, la razón entre sus lados homólogos se mantiene constante.

1. Determina x en las siguientes figuras:

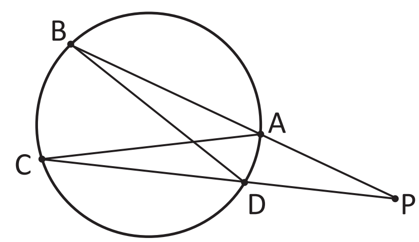
a)



b)



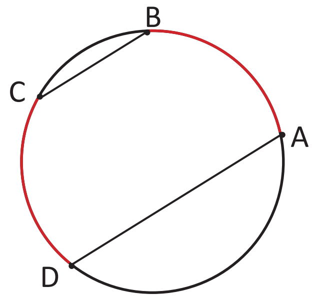
2. En la siguiente figura determina qué condiciones son necesarias para que ΔACP ~ ΔDPB.



¿Es necesario algo más?

2.4 Paralelismo

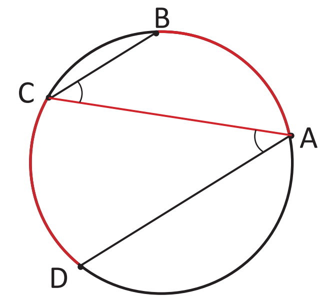
En la siguiente figura $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$. Determina si los segmentos AD y BC son paralelos o secantes.



Trazando la cuerda AC.

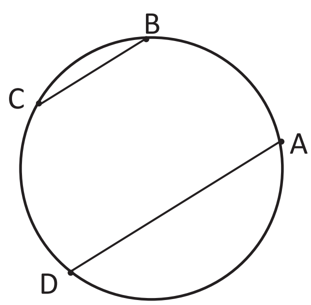
Entonces, $\measuredangle BCA = \measuredangle DAC$ (dado que $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$).

Por lo tanto, BC ∥ AD (los ángulos alternos internos son iguales).



En una circunferencia, si se tienen dos arcos de igual medida, entonces las cuerdas determinadas por el inicio de un arco y el final del otro son paralelas.

Compara los arcos $\overset{\frown}{AB}$ y $\overset{\frown}{CD}$ de la circunferencia, si BC ∥ AD.

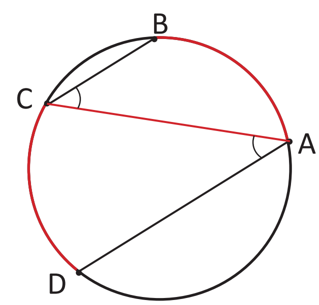


Trazando la cuerda AC.

$\measuredangle BCA = \measuredangle DAC$ (ángulos alternos internos).

Por lo tanto, $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ (teorema del ángulo inscrito).

Este resultado es el recíproco del ejercicio inicial.



Determina cuáles de los literales siguientes son condiciones suficientes para que 4 puntos consecutivos A, B, C, D en una circunferencia cumplan que al unirlos hay al menos un par de cuerdas paralelas.

a) $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{AD}$

b) $\measuredangle DBC = \measuredangle BDA$

c) CB = DA

d) $\overset{\frown}{CB} = \overset{\frown}{AD}$

e) AB = BC

f) $\measuredangle ACD = \measuredangle ADB$

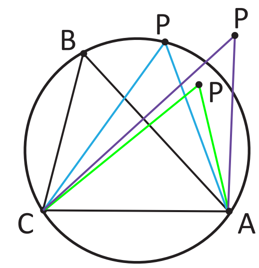
g) AC = BD

h) $\Delta ABC \cong \Delta DCB$

2.5 Cuatro puntos en una circunferencia

P

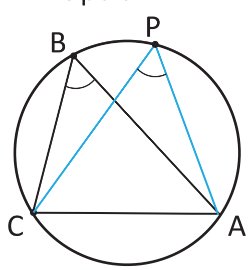
Considerando ∢ABC = ∢APC y que ambos ángulos comparten el segmento AC. Demuestra que los puntos A, B, C y P están en una misma circunferencia.



S

El punto P tiene 3 opciones, sobre, dentro o fuera la circunferencia.

Opción 1

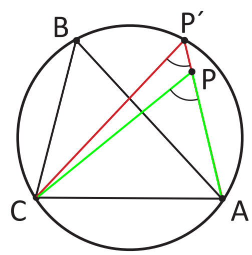


En este caso:

∢ABC = ∢APC.

Por lo tanto, A, B, C y P deben estar en una misma circunferencia.

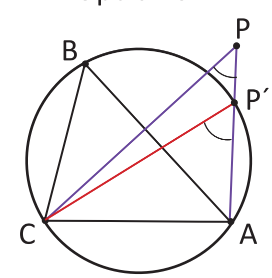
Opción 2



Trazando ∢AP'C, se tiene que
∢ABC = ∢AP'C < ∢APC
Dado que ∢APC = ∢AP'C + ∢P'CP

Por lo tanto, **∢ABC < ∢APC**.

Opción 3



Trazando ∢AP'C, se tiene que
∢ABC = ∢AP'C > ∢APC.
Dado que ∢AP´C = ∢APC + ∢PCP'.

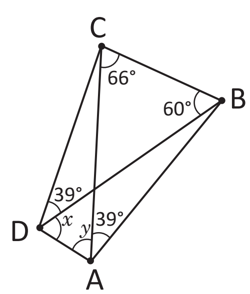
Por lo tanto, **∢ABC > ∢APC**.

C

Si dos ángulos iguales, además comparten un segmento en sus aberturas, entonces los cuatro puntos están sobre una misma circunferencia.

E

Determina el valor de x y y.

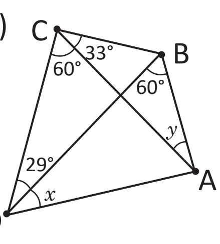


Como ∢CAB = ∢CDB y ambos comparten el segmento CB, entonces A, B, C, D están sobre una misma circunferencia.

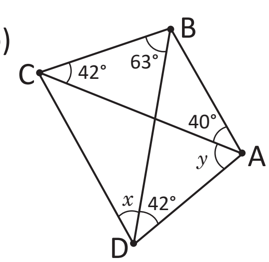
Se debe cumplir que **∢BCA = ∢BDA**, entonces x = 66°.
Y además se debe cumplir que **∢CBD = ∢CAD**, entonces y = 60°.

Determina el valor de x y y.

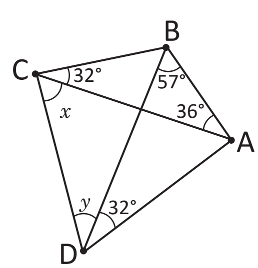
a)



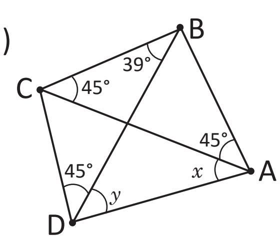
b)



c)



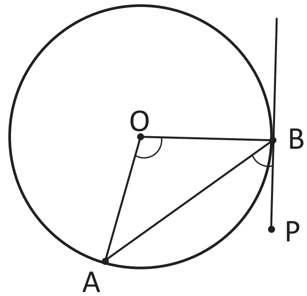
d)



2.6 Ángulo semiinscrito

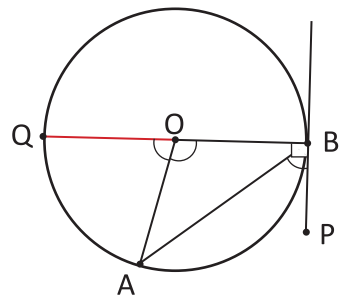
P

Compara la medida de ∢ABP con ∢BOA en la siguiente figura.



S

Se traza el diámetro QB.



Entonces, ∢AOQ = 2∢ABO (teorema del ángulo inscrito).

También, ∢AOQ = 180° – ∢BOA (ángulo suplementario).

Luego 2 ∢ ABO = 180° – ∢BOA, es decir, $∢ABO = 90° - \frac{∢BOA}{2}$.

Por lo tanto, $∢PBA = \frac{∢BOA}{2}$, o bien ∢BOA = 2∢PBA (por ángulo complementario, ya que PB ⊥ BO).

C

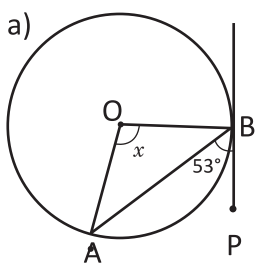
El ángulo formado por una tangente y una cuerda de la circunferencia se llama: **ángulo semiinscrito**.

En una circunferencia **la medida de un ángulo semiinscrito, es igual a la mitad de la medida del ángulo central, que subtiende el mismo arco que la cuerda.**

E

Determina el valor de x para cada caso.

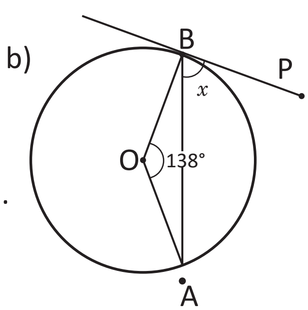
a)



Como ∢BOA = 2∢PBA.

Por lo tanto, x = 2(53°) = 106°.

b)

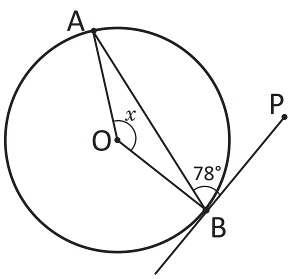


Como $∢PBA = \frac{1}{2}∢BOA$.

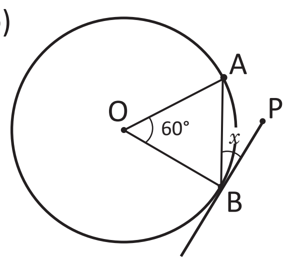
Por lo tanto, $x = \frac{138°}{2} = 69°$.

Determina el valor de x para cada caso:

a)



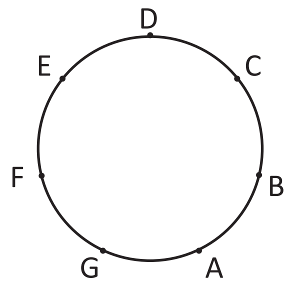
b)



2.7 Practica lo aprendido

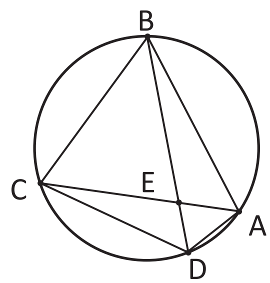
1. Dibuja una circunferencia y un punto P fuera de ella, construye con regla y compás las tangentes a la circunferencia que pasan por el punto P.

2. Los puntos A, B, C, D, E, F, G dividen la circunferencia en 7 arcos iguales. Clasifica las figuras que se forman uniendo los puntos indicados en cada literal.



a) ABC　　b) ACDF　　c) ADG　　d) ABCDEFG

3. En la siguiente figura A, B, C, D están en una circunferencia. Responde:



a) ¿Cómo son los ángulos ∢EAB y ∢EDC?

b) ¿Cómo son los ángulos ∢ABE y ∢ACD? ¿Por qué?

c) ¿Cómo son los triángulos ΔABE y ΔDCE? ¿Por qué?

4. Determina cuáles de los literales siguientes son condiciones suficientes para que 4 puntos consecutivos A, B, C, D en una circunferencia cumplan que al unirlos haya al menos un par de cuerdas paralelas.

a) $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD}$　　b) ∢CAB = ∢CDB　　c) AC = AD　　d) ΔABC ~ ΔCDA

2.8 Practica lo aprendido

Determina el valor de x o y, según corresponda.