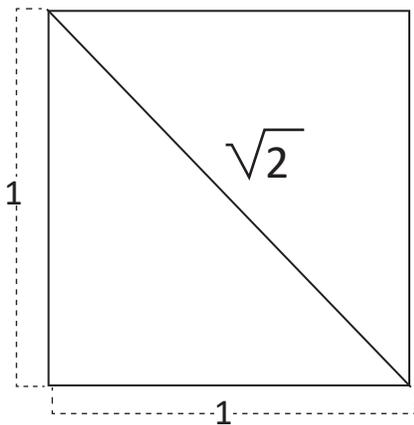


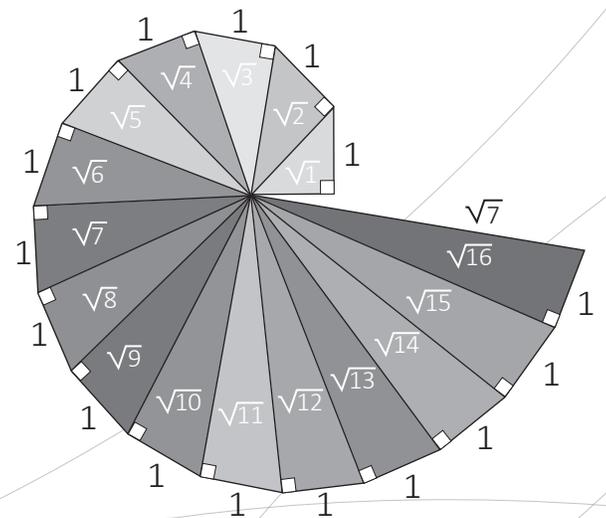
## Raíz cuadrada



Raíz de 2. La diagonal de un cuadrado de lado 1.

En la historia de la matemática, el descubrimiento de un nuevo conjunto numérico no siempre fue bien recibido, tal es el caso de los números irracionales; alrededor del siglo V a. C., el matemático griego Hipasus fue el primero en demostrar la existencia de este tipo de números al descubrir que la diagonal de un cuadrado de lado 1 era un número que no puede expresarse como una fracción, esto causó mucha indignación en los pensadores de su época.

En matemática, la expansión de los números hasta los números reales y el conocimiento de que existen infinitos números permitió el desarrollo de áreas imprescindibles como el cálculo y la aritmética. Además permitió una mayor precisión en las mediciones de los objetos y potenció el desarrollo de la física y química actual. Uno de los números irracionales más importantes de la matemática es el que surge al dividir la longitud de una circunferencia entre su diámetro, ese número es  $\pi = 3.1415926535\dots$  seguido de infinitos decimales.



Sucesión de raíces cuadradas obtenidas a través de triángulos rectángulos.

Estudiarás el concepto de número real y clasificarás un número como racional o irracional, sabrás representar números con el símbolo radical y operar con raíces cuadradas, además de aplicar el contenido a situaciones cotidianas.

## 1.1 Sentido y símbolo de la raíz cuadrada



El símbolo  $\sqrt{\quad}$  representa un número **no negativo** que al elevarlo al cuadrado da como resultado el número que está dentro del símbolo.

Se denota con el símbolo  $\sqrt{\quad}$  que se llama **radical** y se lee “raíz cuadrada”.

El número dentro del radical se llama **radicando**.

Radical  $\rightarrow \sqrt{a} \leftarrow$  Radicando

Por ejemplo:

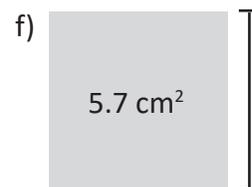
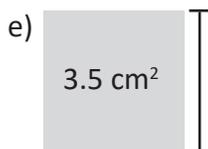
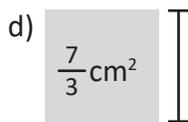
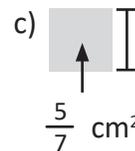
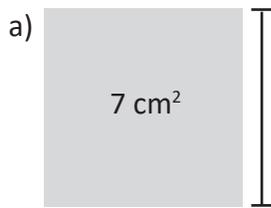
$\sqrt{3}$  se lee “raíz cuadrada de tres” y representa un número positivo que al elevarlo al cuadrado da como resultado 3.

$$(\sqrt{3})^2 = 3$$

Además, no es posible escribir un número decimal que al elevar al cuadrado resulte 3.



1. Determina cuánto miden los lados de los siguientes cuadrados.



2. Determina qué número está siendo representado al elevar al cuadrado las siguientes expresiones.

a)  $\sqrt{5}$

b)  $\sqrt{11}$

c)  $\sqrt{15}$

d)  $\sqrt{\frac{7}{10}}$

e)  $\sqrt{\frac{11}{6}}$

f)  $\sqrt{\frac{5}{13}}$

g)  $\sqrt{0.7}$

h)  $\sqrt{0.9}$

i)  $\sqrt{1.7}$

## 1.2 Representación de números con el símbolo de raíz cuadrada



1. Determina cuánto miden los lados de los siguientes cuadrados.

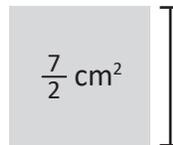
a)



b)



c)



2. Determina qué número está siendo representado al elevar al cuadrado las siguientes expresiones.

a)  $\sqrt{14}$

b)  $\sqrt{\frac{5}{3}}$

c)  $\sqrt{1.7}$



Dentro de los números representados con el símbolo de radical, hay números que se pueden representar sin usar este símbolo.

Por ejemplo:  $\sqrt{25}$  representa un número positivo que al elevarlo al cuadrado da como resultado 25.

$$(\sqrt{25})^2 = 25$$

Y el número representado por  $\sqrt{25}$  es 5 porque:  $5^2 = 25$ .

Por lo tanto,  $\sqrt{25} = 5$ .

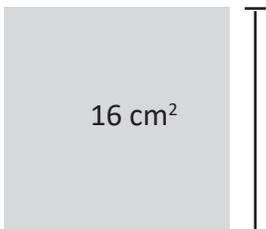
Si  $a > 0$ , se cumple que

$$\sqrt{a^2} = a$$

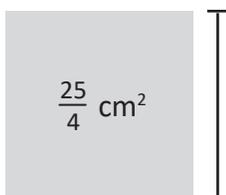


1. Determina cuánto miden los lados de los siguientes cuadrados.

a)



b)



c)



2. Expresa los siguientes números sin el símbolo de radical.

a)  $\sqrt{49}$

b)  $\sqrt{64}$

c)  $\sqrt{121}$

d)  $\sqrt{\frac{1}{36}}$

e)  $\sqrt{\frac{25}{16}}$

f)  $\sqrt{0.16}$

### 1.3 Raíces cuadradas de un número



1. Determina qué número está siendo representado al elevar al cuadrado las siguientes expresiones.

a)  $\sqrt{19}$

b)  $\sqrt{\frac{10}{11}}$

c)  $\sqrt{\frac{17}{5}}$

d)  $\sqrt{1.9}$

2. Expresa los siguientes números sin el símbolo de radical.

a)  $\sqrt{25}$

b)  $\sqrt{\frac{1}{16}}$

c)  $\sqrt{\frac{25}{64}}$

d)  $\sqrt{0.81}$



Se definen las **raíces cuadradas** de un número  $a$  positivo como los números que al elevarlos al cuadrado resulta  $a$ .

Entonces, un número  $b$  es raíz cuadrada de  $a$  si se cumple que  $b^2 = a$ .

Los números que cumplen esta igualdad son  $b$  y  $-b$ :  $(-b)^2 = b^2 = a$ .

Y se dirá que las raíces cuadradas de  $a$  son  $b$  y  $-b$ . Por ejemplo, las raíces cuadradas de 9 son 3 y  $-3$ , ya que  $(-3)^2 = 9$  y  $3^2 = 9$ .

Para denotar tanto la raíz cuadrada positiva como negativa se utilizará el signo  $\pm$  que se lee **más menos**.

Las raíces cuadradas de 9 son:  $\pm 3$ .

A la raíz cuadrada con signo positivo se le conoce como **raíz cuadrada** y se denota  $\sqrt{a}$ . Por ejemplo:

$$\sqrt{9}, \sqrt{\frac{25}{4}}, \sqrt{5}, \text{ etc.}$$

A la raíz cuadrada con signo negativo se le conoce como **raíz cuadrada negativa** y es el número opuesto de  $\sqrt{a}$ , es decir,  $-\sqrt{a}$ . Por ejemplo:

$$-\sqrt{9}, -\sqrt{\frac{25}{4}}, -\sqrt{5}, \text{ etc.}$$



1. Determina las raíces cuadradas de los siguientes números.

a) 36

b) 81

c)  $\frac{49}{100}$

d) 0.25

e) 11

f) 15

g)  $\frac{3}{5}$

h) 0.7

2. Completa los recuadros vacíos.

$1^2 = 1$

$2^2 = \square$

$3^2 = \square$

$4^2 = \square$

$5^2 = \square$

$6^2 = 36$

$7^2 = \square$

$8^2 = 64$

$9^2 = \square$

$10^2 = \square$

$11^2 = \square$

$12^2 = \square$

¡Para agilizar futuros cálculos es importante que memorices estas potencias!

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

## 1.4 Orden de las raíces cuadradas



1. Expresa los siguientes números sin el símbolo de radical.

a)  $\sqrt{64}$

b)  $-\sqrt{16}$

c)  $\sqrt{\frac{1}{100}}$

d)  $-\sqrt{\frac{64}{49}}$

e)  $\sqrt{0.81}$

2. Determina las raíces cuadradas de los siguientes números:

a) 100

b) 21

c)  $\frac{36}{25}$

d)  $\frac{3}{14}$

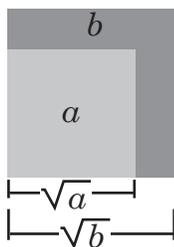
e) 1.44



Si el radicando de una raíz cuadrada es mayor que el radicando de otra, entonces la primera raíz cuadrada es mayor que la segunda, así:

Para  $a, b > 0$ , si  $a < b$  entonces  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ .

Por ejemplo:



¿Qué número es mayor  $\sqrt{12}$  o  $\sqrt{11}$ ?

Como  $11 < 12$ , entonces  $\sqrt{11} < \sqrt{12}$ .



1. Escribe el símbolo  $<$ ,  $>$ , o  $=$  según corresponda. Recuerda tener cuidado, al elevar al cuadrado observa cuál es mayor.

a)  $\sqrt{8} \square \sqrt{3}$

b)  $5 \square \sqrt{15}$

c)  $\sqrt{5} \square 2$

d)  $-\sqrt{5} \square -\sqrt{6}$

e)  $\sqrt{\frac{6}{10}} \square \sqrt{0.7}$

f)  $-\sqrt{\frac{1}{4}} \square -\sqrt{0.25}$

2. Ordena los siguientes números de menor a mayor.

a)  $\sqrt{8}$

b)  $-4$

c) 4

d)  $-\sqrt{14}$

e)  $\sqrt{\frac{3}{2}}$

f)  $-\sqrt{2.5}$

Escribe la respuesta aquí:

## 1.5 Números racionales e irracionales



1. Determina las raíces cuadradas de los siguientes números:

a) 25

b) 4

c)  $\frac{49}{81}$

d) 0.36

2. Escribe el símbolo  $<$ ,  $>$ , o  $=$  según corresponda. Recuerda tener cuidado, al elevar al cuadrado observa cuál es mayor.

a)  $\sqrt{12} \square \sqrt{5}$

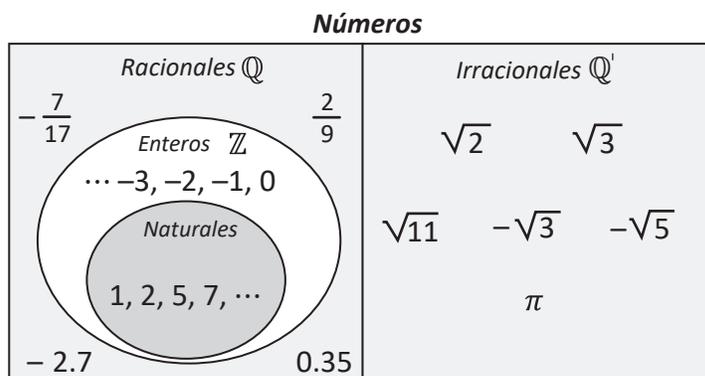
b)  $3 \square \sqrt{10}$

c)  $-\sqrt{11} \square 2$



Los números que pueden representarse como una fracción, es decir, de la forma  $\frac{a}{b}$  con  $a$  y  $b$  números enteros y  $b \neq 0$  se llaman **números racionales**, el conjunto de los cuales se representan (denotan) por  $\mathbb{Q}$ .

Los números que no pueden ser expresados de la forma  $\frac{a}{b}$ , se llaman **números irracionales**, el conjunto de los cuales se representan (denotan) por  $\mathbb{Q}'$ . Por ejemplo:  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\pi$ .



1. Clasifica los siguientes números como racionales o irracionales, según sea el caso.

a) -3

b) 0.16

c)  $-\sqrt{11}$

d)  $\sqrt{5}$

2. Representa los siguientes números como fracciones.

a) 7

b) 0.05

c) -1.4

d) 0.025



## 1.7 Definición de los números reales



1. Clasifica los siguientes números como racionales o irracionales.

a)  $\frac{1}{5}$

b)  $-5$

c)  $-\pi$

2. Expresa los siguientes números decimales periódicos como fracción.

a)  $0.\overline{7}$

b)  $0.\overline{23}$

c)  $1.\overline{15}$



El conjunto formado por los números racionales y los números irracionales se conoce como **números reales**.

Los números reales se representan por:  $\mathbb{R}$

Por ejemplo:

- Los enteros positivos, negativos y cero son reales porque son racionales.

$$2 = \frac{2}{1}, -3 = \frac{-3}{1}, 0 = \frac{0}{1}$$

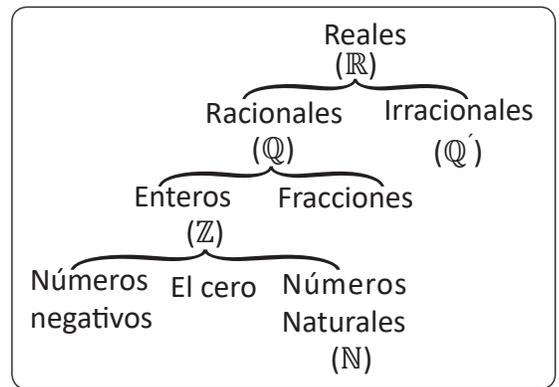
- Los números fraccionarios positivos y negativos son reales porque son racionales.

$$\frac{3}{5}, -\frac{3}{5} = \frac{-3}{5}$$

- Los números decimales, porque son racionales o irracionales.
- Los números expresados con raíz cuadrada porque son racionales o irracionales.

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{10}, \text{ etc.}$$

Y se puede sumar, restar, multiplicar y dividir entre números reales.



Explica por qué los siguientes números son números reales y ordénalos de menor a mayor.

a) 9

b)  $-13$

c)  $\frac{2}{3}$

d)  $-0.07$

e) 2.718281

f)  $-2.\overline{315}$

g)  $2.\overline{4}$

h)  $-\sqrt{25}$

Orden: \_\_\_\_\_

## 1.8 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Comprendo qué representan los números expresados con radical: $\sqrt{2}$ , $\sqrt{3}$ y $\sqrt{5}$ .				
2. Puedo expresar números sin el símbolo de radical, por ejemplo: $\sqrt{4}$ , $\sqrt{9}$ y $\sqrt{1}$ .				
3. Comprendo la definición de raíces cuadradas de un número, y que existe tanto una positiva como una negativa para los números positivos.				
4. Puedo expresar tanto raíces positivas como negativas sin el símbolo de radical: $\sqrt{9}$ y $-\sqrt{49}$ .				
5. Puedo convertir números como $2.\overline{15}$ a su expresión fraccionaria.				
6. Explico por qué los números 3, -1, 0, 1.2 y $\frac{3}{4}$ son racionales.				

## 1.9 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Comprendo por qué si $0 \leq a < b$ entonces $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ .				
2. Puedo ordenar números de menor a mayor como: 10, -1, $\sqrt{5}$ y $\frac{3}{4}$ .				
3. Identifico por qué los números: $\sqrt{2}$ , 1.6180339..., $\pi$ ; son irracionales.				
4. Puedo aproximar $\sqrt{10}$ utilizando potencias.				
5. Puedo aproximar $\sqrt{5}$ utilizando calculadora.				
6. Explico por qué los números: 1, $\pi$ , 0, -1, $\sqrt{2}$ , 0.5 y $\frac{3}{2}$ son reales.				

## 2.1 Multiplicación de raíces cuadradas



Expresa el número  $1.\overline{63}$  como fracción.



Para realizar  $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$  con  $a, b \geq 0$ , se multiplican los radicandos de cada raíz cuadrada.

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

Por ejemplo,  $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{3 \times 2} = \sqrt{6}$ .



1. Realiza las siguientes multiplicaciones de raíces cuadradas:

a)  $\sqrt{2} \times \sqrt{5}$

b)  $(-\sqrt{5}) \times \sqrt{6}$

c)  $(-\sqrt{14}) \times (-\sqrt{3})$

d)  $(-\sqrt{7}) \times \sqrt{10}$

e)  $\sqrt{2} \times \sqrt{23}$

f)  $\sqrt{3} \times (-\sqrt{12})$

2. Verifica si el proceso de multiplicación de raíces es correcto, si no escribe el error cometido.

a)  $3\sqrt{3} \times 5\sqrt{3} = 3 \times 5\sqrt{3} = 15\sqrt{3}$

Ten en cuenta que  
 $a\sqrt{3} = a \times \sqrt{3}$

b)  $4\sqrt{3} \times 5\sqrt{3} = 4 \times 5\sqrt{3 \times 3} = 4 \times 5 \times 3 = 60$

c)  $-3\sqrt{3} \times \sqrt{3} = -3\sqrt{3+3} = -3\sqrt{6}$

## 2.2 División de raíces cuadradas



Realiza las siguientes multiplicaciones de raíces cuadradas.

a)  $\sqrt{7} \times \sqrt{3}$

b)  $\sqrt{3} \times (-\sqrt{7})$

c)  $(-\sqrt{3}) \times \sqrt{3}$

d)  $(-\sqrt{43}) \times (-\sqrt{2})$



Para realizar  $\sqrt{a} \div \sqrt{b}$  con  $a, b > 0$ , se dividen los radicandos de cada raíz cuadrada y se expresan como fracción.

$$\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Por ejemplo:  $\sqrt{3} \div \sqrt{5} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{3}{5}}$ .



Realiza las siguientes divisiones de raíces cuadradas:

a)  $\sqrt{6} \div \sqrt{30}$

b)  $\sqrt{3} \div (-\sqrt{7})$

c)  $(-\sqrt{6}) \div \sqrt{5}$

d)  $\sqrt{2} \div \sqrt{10}$

e)  $(-\sqrt{21}) \div \sqrt{3}$

f)  $\sqrt{12} \div \sqrt{3}$

g)  $\sqrt{2} \div (-\sqrt{10})$

h)  $(-\sqrt{28}) \div (-\sqrt{7})$

i)  $(-\sqrt{20}) \div \sqrt{5}$

## 2.3 Expresión de números sin el símbolo de radical



1. Realiza las siguientes multiplicaciones de raíces cuadradas:

a)  $\sqrt{6} \times \sqrt{7}$

b)  $\sqrt{3} \times (-\sqrt{11})$

c)  $(-\sqrt{2}) \times \sqrt{50}$

d)  $(-\sqrt{8}) \times (-\sqrt{8})$

2. Realiza las siguientes divisiones de raíces cuadradas:

a)  $\sqrt{6} \div \sqrt{7}$

b)  $(-\sqrt{45}) \div (-\sqrt{30})$

c)  $\sqrt{6} \div (-\sqrt{24})$

d)  $(-\sqrt{45}) \div \sqrt{5}$



Para expresar números sin el símbolo de radical:

1. Se encuentra la descomposición prima del radicando.
2. Se separa la raíz cuadrada en multiplicaciones de potencias cuadradas.
3. Se calcula cada raíz cuadrada y se multiplican los resultados.

Por ejemplo:  $\sqrt{324}$

1.  $324 = 2^2 \times 3^2 \times 3^2$

2.  $\sqrt{324} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 3^2}$   
 $= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{3^2}$

3.  $\sqrt{324} = 2 \times 3 \times 3 = 18$

324	2
162	2
81	3
27	3
9	3
3	3
1	1



Expresa los siguientes números sin el símbolo de radical:

a)  $\sqrt{625}$

b)  $\sqrt{441}$

c)  $\sqrt{\frac{16}{81}}$

d)  $\sqrt{\frac{441}{256}}$

e)  $-\sqrt{900}$

f)  $-\sqrt{\frac{25}{16}}$

## 2.4 Multiplicación de un número racional con una raíz cuadrada



1. Realiza las siguientes divisiones de raíces cuadradas:

a)  $\sqrt{2} \div \sqrt{3}$

b)  $(-\sqrt{42}) \div (-\sqrt{70})$

c)  $(-\sqrt{17}) \div \sqrt{3}$

2. Expresa los siguientes números sin el símbolo de radical.

a)  $\sqrt{121}$

b)  $-\sqrt{729}$

c)  $-\sqrt{\frac{16}{49}}$



La notación  $a\sqrt{b}$  simboliza la multiplicación  $a \times \sqrt{b}$  con  $b \geq 0$ .

Para realizar la multiplicación  $a \times \sqrt{b}$  y expresarla como la raíz cuadrada de un número:

1. Se expresa  $a$  con el símbolo de radical.

$$a = \sqrt{a^2}$$

Por ejemplo:  $3\sqrt{3}$

1.  $3 = \sqrt{9}$

2. Se multiplican las raíces cuadradas.

$$a \times \sqrt{b} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b} = \sqrt{a^2 \times b}$$

2.  $3\sqrt{3} = 3 \times \sqrt{3} = \sqrt{9} \times \sqrt{3}$

$$= \sqrt{9 \times 3}$$

$$= \sqrt{27}$$



Expresa los siguientes números como la raíz cuadrada de un número:

a)  $2\sqrt{3}$

b)  $3\sqrt{2}$

c)  $2\sqrt{7}$

d)  $5\sqrt{2}$

e)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

f)  $\frac{\sqrt{3}}{5}$

g)  $\frac{\sqrt{6}}{7}$

h)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

## 2.5 Simplificación de raíces cuadradas inexactas



1. Expresa los siguientes números sin el símbolo de radical.

a)  $\sqrt{324}$

b)  $-\sqrt{576}$

c)  $\sqrt{\frac{196}{225}}$

d)  $-\sqrt{\frac{169}{121}}$

2. Expresa los siguientes números como la raíz cuadrada de un número.

a)  $4\sqrt{3}$

b)  $2\sqrt{10}$

c)  $6\sqrt{2}$

d)  $\frac{\sqrt{2}}{7}$



Se conoce como **simplificar** una raíz cuadrada a expresarla con un radicando menor que el inicial.

Y se dice **simplificar a la mínima expresión** una raíz cuadrada cuando se simplifica el radicando al menor valor posible.

Por ejemplo, simplificar  $\sqrt{90}$  a su mínima expresión.

Utilizando la descomposición prima de 90:

$$\sqrt{90} = \sqrt{3^2 \times 2 \times 5} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{2 \times 5} = 3\sqrt{10}$$

Observa:

90		2
45		3
15		3
5		5
1		

Y la simplificación de  $\sqrt{90}$  a su mínima expresión es  $3\sqrt{10}$ , porque ya no se puede reducir el radicando.

**Al realizar cualquier operación con radicales, siempre se debe simplificar el resultado a la mínima expresión.**



1. Simplifica las siguientes expresiones:

a)  $\sqrt{125}$

b)  $\sqrt{32}$

c)  $-\sqrt{\frac{3}{49}}$

d)  $\sqrt{\frac{5}{16}}$

2. Simplifica los siguientes números a su mínima expresión.

a)  $\sqrt{675}$

b)  $\sqrt{648}$

c)  $-\sqrt{800}$

d)  $-\sqrt{108}$

## 2.6 Multiplicación de raíces cuadradas utilizando simplificación



1. Expresa los siguientes números como la raíz cuadrada de un número.

a)  $3\sqrt{6}$

b)  $2\sqrt{3}$

c)  $\frac{\sqrt{2}}{5}$

2. Simplifica los siguientes números a su mínima expresión.

a)  $\sqrt{400}$

b)  $\sqrt{243}$

c)  $-\sqrt{\frac{21}{75}}$



Para multiplicar raíces cuadradas con números grandes como radicando puedes hacer lo siguiente:

1. Se simplifica cada raíz cuadrada si es posible.
2. Se multiplican las raíces ya simplificadas.

Por ejemplo:  $\sqrt{18} \times \sqrt{12}$

1.  $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$        $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

2.  $3\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} = 3 \times 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} = 6\sqrt{6}$

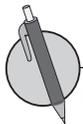
O también:

1. Se multiplican las raíces y se deja indicada la multiplicación en factores primos.
2. Se simplifica y encuentra el resultado.

Por ejemplo:  $\sqrt{18} \times \sqrt{12}$

1.  $\sqrt{18} \times \sqrt{12} = \sqrt{18 \times 12} = \sqrt{2 \times 2^2 \times 3^2 \times 3}$

2.  $\sqrt{2 \times 2^2 \times 3^2 \times 3} = 3 \times 2 \times \sqrt{2 \times 3} = 6\sqrt{6}$



Realiza las siguientes multiplicaciones de raíces cuadradas.

a)  $\sqrt{24} \times \sqrt{63}$

b)  $\sqrt{50} \times \sqrt{27}$

c)  $\sqrt{40} \times (-\sqrt{27})$

d)  $\sqrt{30} \times \sqrt{35}$

e)  $\sqrt{6} \times \sqrt{10}$

f)  $\sqrt{12} \times (-\sqrt{24})$

## 2.7 Racionalización de denominadores



1. Simplifica los siguientes números a su mínima expresión.

a)  $\sqrt{147}$

b)  $\sqrt{\frac{6}{25}}$

c)  $\sqrt{980}$

2. Realiza las siguientes multiplicaciones de raíces cuadradas.

a)  $(-\sqrt{21}) \times \sqrt{28}$

b)  $(-\sqrt{24}) \times (-\sqrt{18})$

c)  $\sqrt{30} \times (-\sqrt{42})$



El proceso en el cuál se encuentra una fracción equivalente sin raíces cuadradas en el denominador de una fracción se llama: **racionalización de raíces cuadradas**.

Para racionalizar el denominador de una fracción  $\frac{b}{\sqrt{a}}$  donde  $a > 0$  se siguen los pasos:

1. Se multiplica por la fracción  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}$ .
2. Se realiza la multiplicación y se simplifica el resultado.

$$\frac{b}{\sqrt{a}} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$$

Por ejemplo, racionaliza  $\frac{5}{\sqrt{3}}$ :

1.  $\frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

2.  $\frac{5}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{5 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$

**Al realizar cualquier operación con radicales, siempre se debe racionalizar los radicales del denominador.**



Racionaliza los siguientes números:

a)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$

b)  $-\frac{1}{\sqrt{13}}$

c)  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$

d)  $-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{26}}$

e)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

f)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

## 2.8 Suma y resta de raíces cuadradas



1. Realiza las siguientes multiplicaciones de raíces cuadradas:

a)  $\sqrt{72} \times \sqrt{96}$

b)  $\sqrt{27} \times (-\sqrt{52})$

c)  $(-\sqrt{35}) \times \sqrt{10}$

2. Racionaliza los siguientes números:

a)  $\frac{1}{\sqrt{7}}$

b)  $-\frac{1}{\sqrt{14}}$

c)  $-\frac{\sqrt{22}}{\sqrt{7}}$



Para sumar y restar raíces cuadradas, se suman y restan los coeficientes de las raíces cuadradas que tienen igual radicando.

Ejemplos: a)  $6 + 5\sqrt{7} - 3\sqrt{7}$

b)  $3\sqrt{2} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

Identificando los números que tienen igual radicando:

$$6 + 5\sqrt{7} - 3\sqrt{7}$$

$$3\sqrt{2} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$$

Sumando y restando los coeficientes de las raíces con igual radicando:

$$6 + 5\sqrt{7} - 3\sqrt{7} = 6 + (5 - 3)\sqrt{7}$$

$$3\sqrt{2} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{2} = (3 + 2)\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$$

Por lo tanto:

$$6 + 5\sqrt{7} - 3\sqrt{7} = 6 + 2\sqrt{7}$$

$$3\sqrt{2} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$$



Efectúa las siguientes operaciones de raíces cuadradas:

a)  $\sqrt{6} + 8\sqrt{6}$

b)  $2\sqrt{5} - 7\sqrt{5}$

c)  $\sqrt{3} - 9\sqrt{3}$

d)  $4\sqrt{3} - 9\sqrt{3} - 2$

e)  $3\sqrt{3} + 2\sqrt{6} + 7\sqrt{6}$

f)  $9\sqrt{2} - 3\sqrt{5} + 9\sqrt{2}$

## 2.9 Suma y resta de raíces cuadradas utilizando simplificación y racionalización



1. Racionaliza los siguientes números:

a)  $\frac{1}{\sqrt{11}}$

b)  $-\frac{1}{\sqrt{15}}$

c)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{14}}$

2. Efectúa las siguientes operaciones de raíces cuadradas:

a)  $\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$

b)  $\sqrt{7} - 2\sqrt{7}$

c)  $3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 8\sqrt{3}$



Para sumar y restar raíces cuadradas con radicandos diferentes:

1. Se simplifican los términos a su mínima expresión.
2. Se racionaliza las raíces que sean posibles.
3. Se efectúan las sumas y restas con raíces semejantes.

Por ejemplo:

$$\sqrt{20} - \sqrt{45} + \frac{30}{\sqrt{5}}$$

1.  $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$$\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

2.  $\frac{30}{\sqrt{5}} = \frac{30}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{30}{5}\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$

3.  $\sqrt{20} - \sqrt{45} + \frac{30}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$



Efectúa las siguientes operaciones de raíces cuadradas:

a)  $\sqrt{45} + \sqrt{20}$

b)  $\sqrt{32} + \sqrt{72} + \sqrt{50}$

c)  $\sqrt{48} - \sqrt{12} + \sqrt{75}$

d)  $\sqrt{28} + \frac{14}{\sqrt{7}}$

e)  $\sqrt{80} + \frac{35}{\sqrt{5}}$

f)  $\sqrt{24} - \frac{12}{\sqrt{6}}$

## 2.10 Operaciones combinadas de raíces cuadradas, parte 1



1. Efectúa las siguientes operaciones de raíces cuadradas:

a)  $\sqrt{7} + 9\sqrt{7}$

b)  $\sqrt{5} - 6\sqrt{5}$

c)  $2\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$

2. Efectúa las siguientes operaciones de raíces cuadradas:

a)  $\sqrt{98} + \sqrt{72}$

b)  $\sqrt{75} - \sqrt{27} + \sqrt{48}$

c)  $\sqrt{180} - \frac{35}{\sqrt{5}}$



La propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma se cumple para números reales y en particular para raíces cuadradas.

Para 3 números reales  $a$ ,  $b$  y  $c$  se cumple que  $a(b + c) = ab + ac$ , también  $(a + b)c = ac + bc$ .

Por ejemplo:  $\sqrt{5}(\sqrt{6} + \sqrt{5}) = \sqrt{5} \times \sqrt{6} + (\sqrt{5})^2$   
 $= \sqrt{30} + 5$



Efectúa las siguientes operaciones de raíces cuadradas (revisa si se simplifica antes de calcular).

a)  $\sqrt{2}(\sqrt{2} + 3)$

b)  $\sqrt{6}(\sqrt{6} - 7)$

c)  $\sqrt{5}(\sqrt{80} + 3)$

d)  $(\sqrt{175} - 4)\sqrt{7}$

e)  $(\sqrt{12} - 5)\sqrt{3}$

f)  $(\sqrt{6} + \sqrt{5})\sqrt{5}$

## 2.11 Operaciones combinadas de raíces cuadradas, parte 2



1. Efectúa las siguientes operaciones de raíces cuadradas:

a)  $\sqrt{75} + \sqrt{12}$

b)  $\sqrt{18} - \sqrt{32} + \sqrt{72}$

c)  $\sqrt{125} - \frac{7}{\sqrt{5}}$

2. Efectúa las siguientes operaciones de raíces cuadradas:

a)  $\sqrt{5}(\sqrt{5} + 1)$

b)  $\sqrt{6}(\sqrt{96} + 7)$

c)  $(\sqrt{3} - \sqrt{2})\sqrt{3}$



La propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma se cumple para números reales y en particular para raíces cuadradas, también en el caso  $(a + b)(c + d)$ .

Para 4 números reales  $a, b, c$  y  $d$  se cumple que

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd.$$

Por ejemplo:  $(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

$$\begin{aligned}(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3}) &= \sqrt{7}(\sqrt{2}) + \sqrt{7}(\sqrt{3}) + \sqrt{3}(\sqrt{2}) + (\sqrt{3})^2 \\ &= \sqrt{14} + \sqrt{21} + \sqrt{6} + 3\end{aligned}$$

Así también:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(\sqrt{2} + 1)^2 = (\sqrt{2})^2 + 2(\sqrt{2})(1) + (1)^2$$

$$= 2 + 2\sqrt{2} + 1$$

$$= 3 + 2\sqrt{2}$$



Efectúa las siguientes operaciones de raíces cuadradas:

a)  $(\sqrt{2} + \sqrt{7})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

b)  $(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{6})$

c)  $(\sqrt{6} - \sqrt{7})(\sqrt{3} - \sqrt{6})$

d)  $(\sqrt{5} - 9)(\sqrt{5} - 8)$

e)  $(\sqrt{8} + \sqrt{3})(\sqrt{8} - \sqrt{3})$

f)  $(\sqrt{7} + 5)^2$

## 2.12 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Puedo efectuar multiplicaciones con raíces cuadradas tal como $(-\sqrt{10}) \times (-\sqrt{7})$ .				
2. Puedo efectuar divisiones con raíces cuadradas tal como $\sqrt{2} \div \sqrt{5}$ .				
3. Expreso números como $\sqrt{400}$ sin el símbolo de radical utilizando descomposición prima.				
4. Aplico la simplificación de raíces inexactas como $\sqrt{18}$ .				
5. Expreso números como $2\sqrt{5}$ , $\frac{\sqrt{2}}{5}$ como la raíz cuadrada de un número.				

## 2.13 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Multiplico $\sqrt{75} \times \sqrt{50}$ utilizando simplificación.				
2. Racionalizo números como $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .				
3. Sumo y resto raíces cuadradas como $\sqrt{7} + 3\sqrt{7}$ .				
4. Puedo sumar y restar raíces cuadradas $\sqrt{28} - \sqrt{63} + \sqrt{7}$ utilizando simplificación.				
5. Aplico correctamente la propiedad distributiva para resolver operaciones como $\sqrt{5}(\sqrt{5} - 6)$ .				

## 2.14 Resolución de problemas con números reales



Para resolver una situación problemática puedes seguir los pasos:

1. Si es posible realiza un esquema de la situación del problema.
2. Identifica la información que te brinda el problema.
3. Busca un método de solución para el problema.
4. Brinda la respuesta al problema planteado.



1. La edad de Miguel es el cuadrado de la edad de Ana, su hija, y si Miguel tiene 36 años, ¿cuántos años tiene Ana?

2. Se enladrillará un terreno cuadrado con baldosas cuadradas cuyos lados miden 0.3 m. ¿Cuántas baldosas hay que comprar si el terreno tiene un área de  $36 \text{ m}^2$ ?

3. Para un convivio realizado por la directiva de una colonia se gastaron \$196 en almuerzos. Si el número de asistentes coincide con el precio por persona de cada almuerzo, ¿cuántas personas asistieron al convivio?

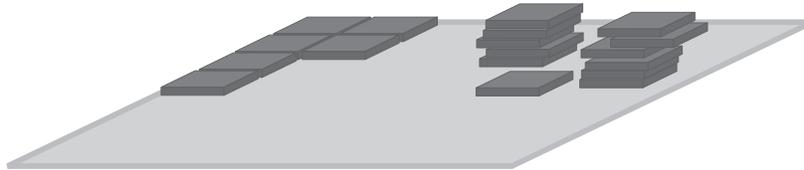
4. Un terreno cuadrado tiene un área de  $1296 \text{ m}^2$ .

- a) Encuentra la medida del lado del terreno.
- b) Encuentra el perímetro del terreno.



## Problemas de aplicación

1. La albañilería es un oficio muy común en El Salvador, muchas personas lo practican y obtienen sus ingresos de él. Un albañil es el que se encarga de realizar tareas de construcción y las labores prácticas para llevar a cabo la obra.



Un albañil desea enladrillar un terreno cuadrado con baldosas cuadradas cuyos lados miden 0.6 m.

- a) ¿Cuántas baldosas se deben comprar si el terreno tiene un área de  $81 \text{ m}^2$ ?
- b) ¿Cuánto dinero se necesita para la obra si se embaldosa con cerámica que tiene un costo de \$2.00 cada una?
- c) En un almacén, si se compran más de 100 baldosas, el precio disminuye \$0.10 por cada una, ¿cuánto dinero se necesita para la obra con esta condición?

**Problemas de aplicación**

2. El número  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  es un número irracional muy conocido llamado número áureo (número de oro) que tiene propiedades matemáticas muy interesantes, para denotarlo se utiliza el símbolo  $\phi$ , ( $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.61803\dots$ ).

En la naturaleza existen algunos estudios donde este número ha jugado un papel importante, por ejemplo, la disposición y cantidad de los pétalos de las flores, la cantidad de elementos que constituyen las espirales de las inflorescencias, como en el caso de los girasoles o las piñas de los pinos.

Realiza las siguientes operaciones:

Para todo número real se cumple que

$$a^2 = a \times a$$

$$a^3 = a \times a \times a$$

$$a^4 = a \times a \times a \times a$$

a)  $(1-\sqrt{5})\phi$

b)  $\phi^2$

c)  $\phi^3$

d)  $\phi^4$

e) De b), c) y d), ¿qué observas?, calcula  $\phi^5$ .

