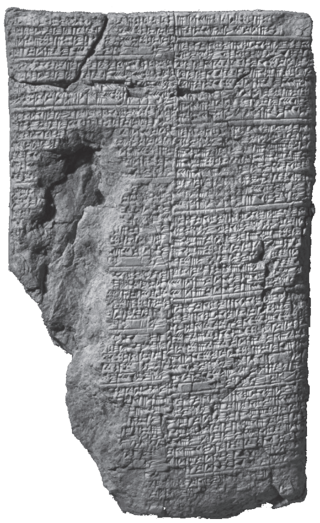
Ecuación Cuadrática

3 Unidad

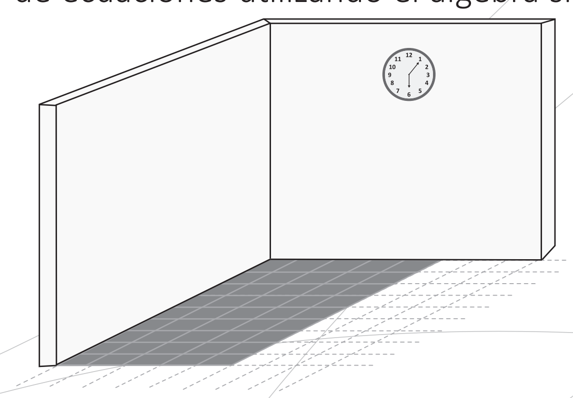


Tablilla BM 13901 es uno de los textos matemáticos más antiguos se encuentra en el Museo Británico de Londres, Inglaterra, comprende 24 problemas y sus soluciones.

En matemática, el uso de símbolos no solamente se da en notaciones para números; el primer paso hacia el razonamiento simbólico se dio en el contexto de la solución de problemas. En la antigua Babilonia lo que se hacía era presentar información sobre una cantidad desconocida y luego se presentaba su valor; un ejemplo de esto se da en la Tablilla BM 13901, que data del siglo XVIII: "He sumado siete veces el lado de mi cuadrado y once veces el área, obteniendo $6\frac{1}{4}$" a esto se le denominó "el método de falsa posición" que resulta ser el proceso de solución de la siguiente ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, $c < 0$.

A pesar de que las soluciones de una ecuación cuadrática fueron conocidas por algunos matemáticos hindúes y árabes de forma verbal y a través de construcciones geométricas, fue por el matemático hindú Bhaskara nacido en el 1114 d. C., que se conoció la solución de este tipo de ecuaciones utilizando el álgebra simbólica.

Desde épocas muy remotas, muchos calculadores y prácticos utilizaban métodos que se apoyaban en las técnicas para medir tierras; en la actualidad, el algoritmo es utilizado para conocer la cantidad de materiales que se necesitarían en una construcción, en las finanzas para conocer el sueldo devengado por los trabajadores, también para conocer raciones de alimentos, reparto de herencias, entre otros.



Si se tiene una cantidad definida de ladrillos cuadrados y el área que se debe cubrir, se puede formular una ecuación cuadrática para identificar el tamaño de los ladrillos.

Con estos contenidos verás la importancia de resolver ecuaciones cuadráticas utilizando factorización y la fórmula cuadrática usando recursos geométricos. Además estudiarás si hay soluciones en una ecuación cuadrática y se plantearán ecuaciones cuadráticas para resolver problemas de aplicación.

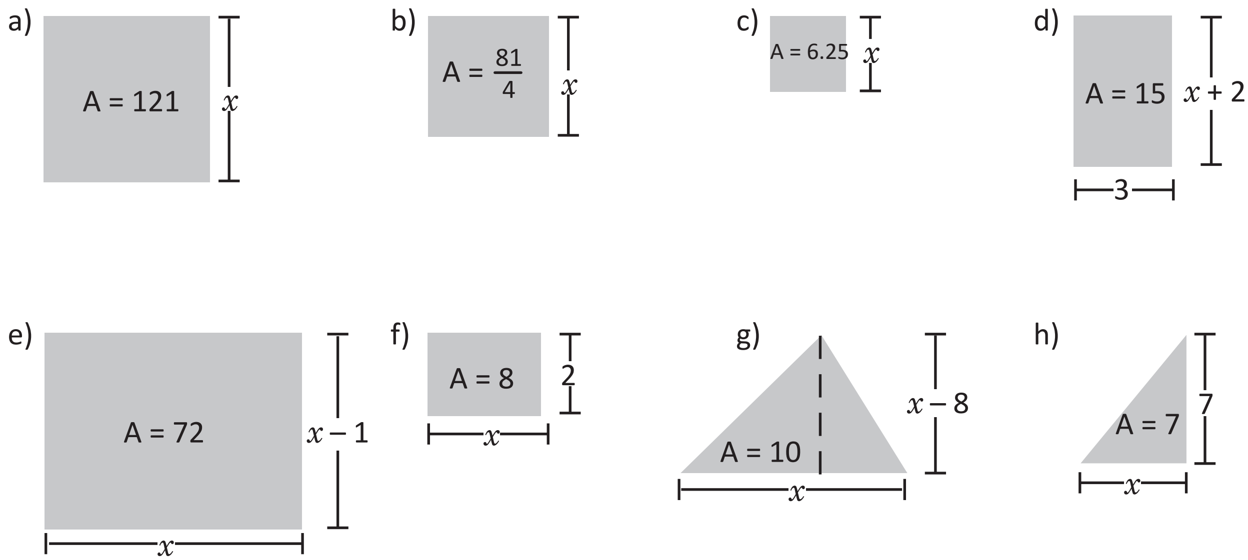
1.1 Sentido y definición de la ecuación cuadrática

Las ecuaciones cuya incógnita está elevada al cuadrado se llaman **ecuaciones cuadráticas.**

En general se define ecuación cuadrática como las ecuaciones de la forma $ax^2 + bx + c = 0$; con a, b, c números reales y $a \neq 0$.

Por ejemplo: $2x^2 - 3 = 0$, $9x^2 - 3 = 0$, $(x + 5)^2 - 16 = 0$, $x^2 + 4x + 1 = 0$, $x^2 + 4x = 0$, etc.

1. Encuentra la ecuación que determina la longitud de la base de las siguientes figuras. Traslada la ecuación a la tabla y determina si es cuadrática o no.



Ecuación	¿Es cuadrática?	Ecuación	¿Es cuadrática?
a)		e)	
b)		f)	
c)		g)	
d)		h)	

2. Determina la ecuación para encontrar dos números que sumados den 5 y multiplicados –36.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.2 Soluciones de la ecuación cuadrática

R Encierra las ecuaciones que sean cuadráticas.

a) $x^2 - 2x + 9 = 0$ b) $3x + 8 = 0$ c) $7x^2 - x + 5 = 0$ d) $x^2 - 2x = 0$

e) $(x - 2)^2 = 3$ f) $-2x + 5 = 0$ g) $3x^2 - 9 = 0$ h) $2x = 5$

C Los valores de la incógnita que cumplen una ecuación cuadrática se llaman **soluciones.**

Se conoce como **resolver una ecuación cuadrática** a encontrar todas las soluciones de ella.

Además, en la ecuación cuadrática puede haber hasta dos soluciones.

Por ejemplo: Las soluciones de la ecuación $x^2 - 2x - 3$ son: 3 y –1.

Porque:

Sustituyendo 3 en la ecuación $(3)^2 - 2(3) - 3 = 9 - 6 - 3 = 0$ se cumple.

Sustituyendo –1 en la ecuación $(-1)^2 - 2(-1) - 3 = 1 + 2 - 3 = 0$ se cumple.

1. Determina las soluciones de las ecuaciones utilizando los números en los paréntesis.

a) $x^2 - 4 = 0$ (–5, –2, 2, 5) b) $2x + 10 = 0$ (–5, –2, 2, 5)

c) $x^2 + x - 6 = 0$ (–3, –2, 2, 3) d) $3x - 6 = 0$ (–3, –2, 2, 3)

e) $x^2 + 12x + 35 = 0$ (–7, –5, 5, 7) f) $3x + 21 = 0$ (–7, –5, 5, 7)

g) $x^2 + 6x + 9 = 0$ (–3, –1, 1, 3) h) $4x + 4 = 0$ (–3, –1, 1, 3)

2. Determina cuáles de las ecuaciones de arriba son cuadráticas y cuáles lineales. Justifica la respuesta.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.3 Solución de ecuaciones de la forma $x^2 = c$

R

1. Encierra las ecuaciones que sean cuadráticas.

a) $x^2 - x + 8 = 0$ b) $10x + 3 = 0$ c) $2x^2 - 3x + 6 = 0$ d) $-4x + 7 = 0$

2. Determina las soluciones de las ecuaciones utilizando los números en los paréntesis.

a) $x^2 - 25 = 0$ $(-5, -3, 3, 5)$ b) $3x - 9 = 0$ $(-5, -3, 3, 5)$

c) $x^2 - 8x + 15 = 0$ $(-5, -3, 3, 5)$ d) $6x - 18 = 0$ $(-5, -3, 3, 5)$

C

Para resolver ecuaciones cuadráticas de la forma $x^2 = c$ se pueden seguir los pasos:

1. Se resuelve la ecuación determinando las raíces cuadradas de c.

$$x = \pm\sqrt{c}$$

2. Se expresa el número sin el símbolo de radical.

Por ejemplo: $x^2 = \frac{1}{4}$

1. $x = \pm\sqrt{\frac{1}{4}}$

2. $x = \pm\frac{1}{2}$

1. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a) $x^2 = 36$ b) $x^2 = 64$ c) $x^2 = \frac{1}{16}$ d) $x^2 = \frac{16}{49}$

e) $x^2 - 16 = 0$ f) $x^2 - 4 = 0$ g) $x^2 - \frac{1}{25} = 0$ h) $\frac{16}{25} - x^2 = 0$

2. Sandra tiene un hermano y una hermana, el hermano de Sandra es 7 años mayor que ella y la hermana es 7 años menor. ¿Qué edad tiene Sandra si al multiplicar las edades de sus hermanos resulta 95?

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.4 Solución de ecuaciones de la forma $ax^2 = c$

R

1. Determina las soluciones de las ecuaciones utilizando los números en los paréntesis.

a) $x^2 - 49 = 0$ $(-7, -4, 4, 7)$ b) $3x + 14 = 0$ $(-7, -4, 4, 7)$

c) $x^2 - x - 42 = 0$ $(-7, -6, 6, 7)$ d) $6x - 36 = 0$ $(-5, -3, 3, 5)$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a) $x^2 = 49$ b) $x^2 = \frac{1}{81}$ c) $x^2 - 36 = 0$ d) $\frac{49}{36} - x^2 = 0$

Unidad 3

C

Para resolver ecuaciones cuadráticas de la forma $ax^2 = c$ se pueden seguir los pasos:

Por ejemplo: $9x^2 = 4$

1. Se despeja el término x^2.

$$x^2 = \frac{a}{c}$$

1. $x^2 = \frac{4}{9}$

2. Se resuelve la ecuación determinando las raíces cuadradas de $\frac{a}{c}$.

$$x = \pm\sqrt{\frac{a}{c}}$$

2. $x = \pm\sqrt{\frac{4}{9}}$

3. Se expresa sin el símbolo de radical o se simplifica a la mínima expresión.

3. $x = \pm\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \pm\frac{2}{3}$

1. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a) $3x^2 = 12$ b) $-16x^2 = -25$ c) $-9x^2 = -1$ d) $7x^2 = 14$

e) $-3x^2 + 48 = 0$ f) $36x^2 - 49 = 0$ g) $16x^2 - 1 = 0$ h) $16 - 4x^2 = 0$

2. Determina el día de apertura de la Olimpíada Internacional de Matemática 2017, si se cumple en el calendario que el cuadrado de la fecha de hace una semana (7 días antes de la fecha de apertura) sumado con el cuadrado de la fecha de la semana después (7 días después de la fecha de apertura) resulta 386.

Julio 2017						
L	M	M	J	V	S	D
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.5 Solución de ecuaciones de la forma $(x + m)^2 = n$

R

1. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a) $x^2 = 16$ b) $x^2 = \frac{1}{64}$ c) $x^2 - \frac{4}{49} = 0$ d) $\frac{16}{81} - x^2 = 0$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a) $5x^2 = 20$ b) $11x^2 = 11$ c) $25x^2 - 9 = 0$ d) $-5x^2 + 7 = 0$

C

Para resolver ecuaciones cuadráticas de la forma $(x + m)^2 = n$ se pueden seguir los pasos:

1. Se cambia la variable $x + m$ por w:
$$w^2 = n$$
2. Se resuelve la ecuación de la forma $x^2 = n$:
$$w = \pm\sqrt{n}$$
3. Se sustituye a la variable inicial:
$$x + m = \pm\sqrt{n}$$
4. Se resuelve para la variable inicial:
$$x = -m \pm\sqrt{n}$$

Por ejemplo:
$(x - 3)^2 = 7$ Haciendo $w = x - 3$

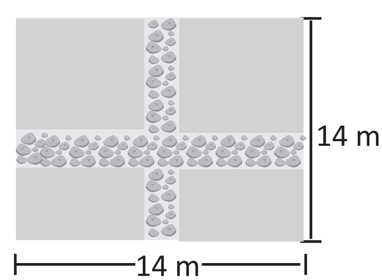
1. $w^2 = 7$
2. $w = \pm\sqrt{7}$
3. $x - 3 = \pm\sqrt{7}$
4. $x = 3 \pm\sqrt{7}$

1. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a) $(x + 6)^2 = 25$ b) $(x - 3)^2 = 5$ c) $(-x - 7)^2 = 18$ d) $(x - 9)^2 = 0$

e) $(x - 9)^2 - 49 = 0$ f) $(x + 8)^2 - 7 = 0$ g) $(-x + 5)^2 - 45 = 0$ h) $(x - \frac{5}{2})^2 - \frac{1}{4} = 0$

2. Don Carlos desea dividir un terreno cuadrado en cuatro partes y utilizarlas para sembrar distintos tipos de hortalizas, de tal forma que exista un camino entre las divisiones. Si el ancho del camino es siempre el mismo y la longitud de los lados del terreno es 14 m, ¿cuánto debe ser el ancho del camino para que el área de sembrado sea de 144 m^2?



¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.6 Solución de ecuaciones de la forma $x^2 + bx = 0$

R 1. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a) $5x^2 = 45$ b) $x^2 = 15$ c) $36x^2 - 49 = 0$ d) $-11x^2 - 28 = 0$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a) $(x - 3)^2 = 36$ b) $(-x + 4)^2 = 40$ c) $(x + 4)^2 - 3 = 0$ d) $\left(x - \frac{4}{5}\right)^2 - \frac{4}{25} = 0$

Unidad 3

C

Para resolver ecuaciones cuadráticas de la forma $x^2 + bx = 0$ se utilizó la siguiente propiedad:

Si A x $B = 0$ entonces $A = 0$ o $B = 0$

1. Se factoriza la expresión utilizando factor común.
$x\,(x + b) = 0$

2. Se aplica la propiedad enunciada al inicio y se determinan las ecuaciones lineales a resolver.
$x = 0$ y $x + b = 0$

3. Se determinan las soluciones de la ecuación cuadrática resolviendo la ecuación lineal $x + b = 0$.
$x = 0$ y $x + b = 0 \Longrightarrow x = -b$

Por ejemplo:

$x^2 - 3x = 0$

1. $x\,(x - 3) = 0$

2. $x = 0$ y $x - 3 = 0$

3. $x = 0$ y $x - 3 = 0 \Longrightarrow x = 3$

$x = 0$ y $x = 3$

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas usando factorización.

a) $x^2 - 7x = 0$ b) $x^2 - x = 0$ c) $6x^2 + 5x = 0$ d) $8x^2 + x = 0$

e) $-x^2 + 2x = 0$ f) $-x^2 - 9x = 0$ g) $12x^2 - 2x = 0$ h) $-8x^2 + 12x = 0$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.7 Solución de ecuaciones de la forma $x^2 + 2ax + a^2 = 0$

R

1. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a) $(x + 3)^2 = 49$ b) $(x - 7)^2 = 49$ c) $(x + 3)^2 - 5 = 0$ d) $(-x + 5)^2 - 64 = 0$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a) $x^2 - 4x = 0$ b) $7x^2 + 3x = 0$ c) $-x^2 + 16x = 0$ d) $-x^2 - 4x = 0$

C

Para resolver ecuaciones cuadráticas de la forma $x^2 + 2ax + a^2 = 0$ se siguen los pasos:

1. Se factoriza la expresión utilizando trinomio cuadrado perfecto.

$$x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2 = 0$$

2. Se aplica la propiedad enunciada al inicio de la clase anterior y se determina la ecuación lineal a resolver.

$$x + a = 0$$

3. Se determinan las soluciones de la ecuación cuadrática.

$$\boldsymbol{x = -a}$$

Por ejemplo: $x^2 + 4x + 4 = 0$

$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2 = 0$

$\Rightarrow x + 2 = 0$

Por lo tanto, $x = -2$.

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas usando factorización:

a) $x^2 - 10x + 25 = 0$ b) $x^2 + 2x + 1 = 0$ c) $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$

d) $9x^2 - 6x + 1 = 0$ e) $4x^2 + 12x + 9 = 0$ f) $16x^2 - 4x + \frac{1}{4} = 0$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.8 Solución de ecuaciones de la forma $(x + a)(x + b) = 0$

R

1. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas usando factorización:

a) $x^2 - 9x = 0$ b) $x^2 + x = 0$ c) $10x^2 - 7x = 0$ d) $-2x^2 + 3x = 0$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas usando factorización:

a) $x^2 - 8x + 16 = 0$ b) $16x^2 - 8x + 1 = 0$ c) $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = 0$

C

Para resolver ecuaciones cuadráticas de la forma $(x + a)(x + b) = 0$ se pueden seguir los pasos:

1. Se aplica la propiedad y se determinan las ecuaciones lineales a resolver:

$$x + a = 0 \text{ o } x + b = 0$$

2. Se determinan las soluciones de la ecuación cuadrática resolviendo las ecuaciones lineales:

$$x = -a \text{ o } x = -b$$

Por ejemplo:
$(x + 1)(x - 4) = 0$

1. $x + 1 = 0$ y $x - 4 = 0$
2. $x = -1$ y $x = 4$

Además, recuerda que para factorizar expresiones de la forma $x^2 + (a + b)x + ab = 0$ se factorizan como

$$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b).$$

1. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas usando factorización:

a) $(x - 5)(x - 3) = 0$ b) $(x + 7)(x - 1) = 0$ c) $(x - 9)(x + 8) = 0$

d) $x^2 - 8x + 15 = 0$ e) $x^2 - x - 72 = 0$ f) $x^2 + 7x - 30 = 0$

2. Determina dos números naturales consecutivos que al elevar cada uno al cuadrado y luego sumarlos dé como resultado 113.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.9 Solución de ecuaciones cuadráticas utilizando áreas

R

1. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas usando factorización:

a) $x^2 + 22x + 121 = 0$

b) $25x^2 + 40x + 16 = 0$

c) $x^2 - \frac{2}{5}x + \frac{1}{25} = 0$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas usando factorización:

a) $x^2 + 10x + 21 = 0$

b) $x^2 - 4x - 21 = 0$

c) $x^2 + x - 30 = 0$

C

Se pueden utilizar argumentos geométricos para encontrar la solución positiva de una ecuación cuadrática.

Las ecuaciones cuadráticas tienen hasta dos soluciones, pero dado que se trata del lado de una figura solo se considera la positiva.

Utilizando argumentos geométricos, encuentra la solución positiva de las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 + 10x = 24$

b) $x^2 + 2x = 99$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.10 Solución de ecuaciones completando cuadrados

R

1. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas usando factorización:

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

b) $x^2 - x - 56 = 0$

c) $x^2 + 5x - 66 = 0$

2. Utilizando argumentos geométricos, encuentra la solución positiva de las siguiente ecuación:

$x^2 + 6x = 91$

C

Para resolver una ecuación cuadrática de la forma $x^2 + bx + c = 0$ se siguen los pasos:

1. Se pasa el término c al miembro derecho.
2. Se completa el miembro de la derecha para ser cuadrado perfecto.
3. Se simplifica la expresión y se realizan los cálculos.
4. Se resuelve la ecuación de la forma $(x + m)^2 = n$.

Por ejemplo:
$x^2 + 2x - 1 = 0$

1. $x^2 + 2x = 1$
2. $x^2 + 2x + \left(\frac{2}{2}\right)^2 = 1 + \left(\frac{2}{2}\right)^2$
3. $(x + 1)^2 = 1 + 1 = 2$
4. $x + 1 = \pm\sqrt{2} \Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{2}$

Soluciones: $x = -1 + \sqrt{2}$ y $x = -1 - \sqrt{2}$

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas, utilizando el método de completar cuadrados.

a) $x^2 + 4x - 1 = 0$

b) $x^2 + 14x + 40 = 0$

c) $x^2 - 6x + 1 = 0$

d) $x^2 - 3x - 5 = 0$

e) $x^2 - 6x + 6 = 0$

f) $x^2 + 6x + 4 = 0$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.11 Solución de ecuaciones de la forma $ax^2 + bx + c = 0$

R

1. Utilizando argumentos geométricos, encuentra la solución positiva de la siguiente ecuación:

$x^2 + 8x = 9$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas, utilizando el método de completar cuadrados.

a) $x^2 - x - 10 = 0$

b) $x^2 + 2x - 7 = 0$

C

Para resolver una ecuación cuadrática de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ se pueden seguir los pasos:

1. Se divide la ecuación por el coeficiente a de x^2.
2. Se pasa el término constante al miembro derecho.
3. Se suma un número apropiado en ambos miembros de la ecuación, de manera que la expresión del miembro izquierdo, sea un trinomio cuadrado perfecto.
4. Se simplifica la expresión y se realizan los cálculos necesarios.
5. Se resuelve la ecuación de la forma $(x + m)^2 = n$.

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a) $2x^2 + x - 3 = 0$

b) $2x^2 + x - 1 = 0$

c) $3x^2 + x - 1 = 0$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.12 Fórmula general de la ecuación cuadrática

R

1. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas, utilizando el método de completar cuadrados.

a) $x^2 - 6x + 2 = 0$

b) $x^2 - 4x - 1 = 0$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas, utilizando el método de la clase anterior.

a) $3x^2 - x - 3 = 0$

b) $2x^2 - x - 4 = 0$

C

Para resolver una ecuación cuadrática de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ se puede utilizar la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

A esta fórmula se le conoce como **fórmula general de la ecuación cuadrática.** Y para encontrar las soluciones de una ecuación cuadrática se sustituyen los valores de a, b, c en la fórmula.

Por ejemplo: $3x^2 + 5x + 1 = 0$
Si se sustituye $a = 3$, $b = 5$, $c = 1$ en la fórmula general, se verifica que

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(3)(1)}}{2(3)} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 12}}{6} = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$$

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas usando la fórmula general.

a) $2x^2 - x - 2 = 0$

b) $2x^2 + 5x + 3 = 0$

c) $4x^2 - 7x + 2 = 0$

d) $5x^2 - 9x + 3 = 0$

e) $-4x^2 + 9x - 3 = 0$

f) $3x^2 + x - 1 = 0$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.13 Aplicación de la fórmula general de la ecuación cuadrática

R 1. Resuelve la siguiente ecuación cuadrática:

$5x^2 - x - 5 = 0$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas usando la fórmula general.

a) $5x^2 - x - 1 = 0$ b) $2x^2 + 3x - 1 = 0$ c) $4x^2 - 5x - 3 = 0$

C

Para aplicar la fórmula general de la ecuación cuadrática solamente se identifican los valores de a, b, c en la ecuación cuadrática, al calcular las soluciones es posible que sea necesario simplificar o calcular los valores exactos cuando las soluciones sean racionales (cuando sea posible determinar las raíces cuadradas del radicando).

Por ejemplo: $4x^2 + 2x - 1 = 0$

$$a = 4,\ b = 2,\ c = -1 \Longrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(4)(-1)}}{2(4)} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 16}}{8} = \frac{-2 \pm \sqrt{20}}{8} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{5}}{8} = \frac{\overset{1}{\cancel{-2}} \pm \overset{1}{\cancel{2}}\sqrt{5}}{\underset{4}{\cancel{8}}}$$

Por lo tanto, las soluciones de la ecuación $4x^2 + 2x - 1 = 0$ son $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{4}$.

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas usando la fórmula general:

a) $3x^2 - x - 2 = 0$ b) $2x^2 - 7x + 3 = 0$ c) $2x^2 + 3x + 1 = 0$

d) $9x^2 + 6x + 1 = 0$ e) $2x^2 - 2x - 2 = 0$ f) $6x^2 - 8x + 1 = 0$

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.14 Métodos para resolver ecuaciones cuadráticas

R

1. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas usando la fórmula general:

a) $2x^2 + 3x - 1 = 0$ b) $2x^2 + 7x + 1 = 0$ c) $3x^2 + 5x - 1 = 0$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas usando la fórmula general:

a) $2x^2 + 5x - 3 = 0$ b) $3x^2 + 4x + 1 = 0$ c) $6x^2 + 5x - 1 = 0$

C

Para escoger el método más eficiente de resolver ecuaciones cuadráticas puedes:

1. Resolver usando factorización.
2. Si no es posible encontrar una factorización se puede aplicar alguno de los otros dos métodos.

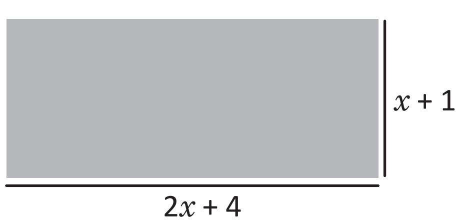
Además, recuerda que la fórmula general es aplicable en todos los casos pero en ocasiones puede conllevar un cálculo más complejo que si se utiliza otro método.

1. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas utilizando el método que consideres más conveniente.

a) $x^2 - \frac{49}{4} = 0$ b) $(1 - x)^2 - 9 = 0$ c) $x^2 - 9x - 36 = 0$

d) $x^2 + x - 1 = 0$ e) $10x^2 + 25x = 0$ f) $2x^2 - 11x + 10 = 0$

2. Encuentra el valor de x para que el rectángulo posea un área de 24 cm².



¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.15 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "×" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Identifico cuáles de las siguientes ecuaciones son cuadráticas: $x^2 - 3 = 0$, $2x + 6 = 9$, $(x + 3)2 = 8$, $5x = 5$.				
2. Identifico la diferencia entre solucionar una ecuación cuadrática como $x^2 - 4x - 3 = 0$ y solucionar una ecuación lineal como $x - 1 = 0$.				
3. Puedo resolver ecuaciones de la forma $x^2 = c$ como $x^2 = 100$.				
4. Puedo resolver ecuaciones de la forma $ax^2 = c$ como $3x^2 = 6$.				
5. Puedo resolver ecuaciones de la forma $(x + m)^2 = n$, como $(x + 1)^2 = 25$.				
6. Puedo resolver ecuaciones de la forma $x^2 + bx = 0$ como $x^2 + 3x = 0$, utilizando factorización.				
7. Puedo resolver ecuaciones de la forma $x^2 + 2ax + a^2 = 0$ como $x^2 - 6x + 9 = 0$, utilizando factorización.				

1.16 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "×" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Puedo resolver ecuaciones de la forma $(x + a)(x + b) = 0$ como $(x + 1)(x + 2) = 0$, utilizando factorización.				
2. Comprendo el método de factorización para solucionar ecuaciones cuadráticas.				
3. Puedo resolver ecuaciones de la forma $x^2 + bx + c = 0$, como $x^2 + 8x - 20 = 0$, completando cuadrados perfectos.				
4. Puedo resolver ecuaciones de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, como $3x^2 + 8x - 2 = 0$, utilizando la fórmula general.				
5. Identifico rápidamente el método más eficiente para resolver una ecuación cuadrática.				

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.1 Discriminante de la ecuación cuadrática

R Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas utilizando el método que consideres más conveniente.

a) $x^2 - \frac{9}{16} = 0$ b) $12x^2 - 48 = 0$ c) $(4 - x)^2 - 4 = 0$

d) $x^2 + x - 2 = 0$ e) $12x^2 + 5x = 0$ f) $6x^2 - 5x + 1 = 0$

C El radicando de la fórmula general viene dado por la expresión $b^2 - 4ac$ es llamado **el discriminante** de la ecuación cuadrática.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow \text{Discriminante}$$

Recuerda que el discriminante puede cumplir cualquiera de los siguientes tres casos:

a) $b^2 - 4ac > 0$

$2x^2 + 3x + 1 = 0$, en este caso la ecuación cuadrática tiene **dos soluciones**.

b) $b^2 - 4ac = 0$

$4x^2 + 4x + 1 = 0$, en este caso la ecuación cuadrática tiene solo **una solución**.

c) $b^2 - 4ac < 0$

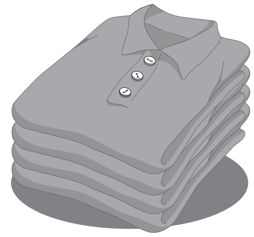
$2x^2 + x + 1 = 0$, en este caso la ecuación cuadrática **no tiene solución en los números reales.**

1. Determina si las siguientes ecuaciones cuadráticas tienen 0, 1 o 2 soluciones comparando el valor del discriminante con cero.

a) $x^2 + 6x + 9 = 0$ b) $x^2 + 3x + 3 = 0$ c) $x^2 - 5x - 14 = 0$

d) $x^2 + 7 = 0$ e) $4x^2 - 5x + 2 = 0$ f) $5x^2 + 10x + 5 = 0$

2. Una fábrica de camisas vende mensualmente un promedio de 200 camisas a un precio de \$10 cada una, si por cada dólar que se reduce al precio se venden 28 camisas más, ¿es posible obtener una venta de \$3,000 exactos al finalizar el mes?



¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.2 Uso del discriminante en resolución de problemas

R

1. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas utilizando el método que consideres más conveniente.

a) $6x^2 - 54 = 0$ b) $49x^2 + 9x = 0$ c) $2x^2 - 3x - 1 = 0$

2. Determina si las siguientes ecuaciones cuadráticas tienen 0, 1 o 2 soluciones comparando el valor del discriminante con cero.

a) $x^2 + 2x + 3 = 0$ b) $x^2 + 2x + 1 = 0$ c) $2x^2 + 7x + 3 = 0$

C

Se puede utilizar el discriminante de una ecuación cuadrática para resolver diversos problemas.
Se plantea la ecuación cuadrática y se analizan sus soluciones. En la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

a) $b^2 - 4ac > 0$	Existen dos soluciones reales.
b) $b^2 - 4ac = 0$	Existe una solución real.
c) $b^2 - 4ac < 0$	No existen soluciones reales.

1. Muestra que no existen dos números reales tal que su suma sea 6 y su producto sea 10.

2. Una vendedora de vienes raíces ofrece un lote en venta y asegura que este tiene forma rectangular, con perímetro de 22 metros y un área de 31 metros cuadrados.

a) Muestra que con estos datos la vendedora está equivocada.

b) Si se considera ahora un área de 30 m^2, ¿cuáles son las medidas del terreno?

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.3 Resolución de problemas con ecuaciones cuadráticas

R

1. Determina si las siguientes ecuaciones cuadráticas tienen 0, 1 o 2 soluciones comparando el valor del discriminante con cero.

a) $x^2 + 5x + 3 = 0$ b) $x^2 + 8x + 16 = 0$ c) $2x^2 - 6x + 5 = 0$

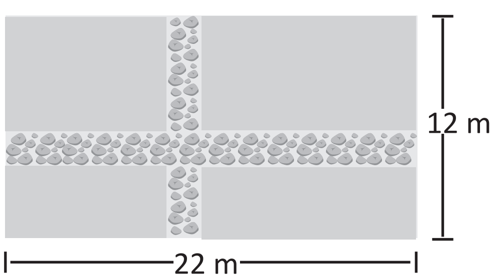
2. La suma de dos números es 6 y al multiplicarlos el resultado es c. ¿Qué valor debe tomar c de forma que la ecuación tenga una solución real?

C

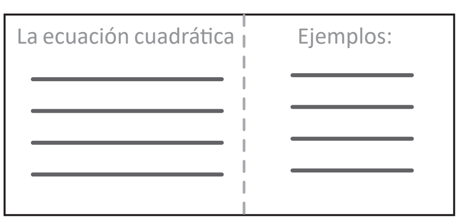
Para resolver una situación problemática en general se pueden seguir los pasos:

1. Si es posible realiza un esquema de la situación del problema.
2. Se identifica la información que te brinda el problema y define qué cantidad representa la incógnita.
3. Se representan todas las cantidades con la misma incógnita.
4. Se plantea la ecuación cuadrática que hay que resolver (establece la igualdad).
5. Se resuelve la ecuación cuadrática.
6. Se analiza si las soluciones son adecuadas al problema.

1. En un terreno rectangular de 22 m de largo y 12 m de ancho, se pondrá un camino vertical y otro horizontal como lo muestra la figura. ¿Cuánto debe ser el ancho del camino para mantener 200 m^2 de terreno para sembrar?



2. Antonio prepara una tarea en un pliego de papel bond, si divide el pliego en una parte rectangular de 0.7 m de largo para explicar el contenido y en una parte cuadrada para poner ejemplos. ¿Cuánto mide el largo y el ancho del pliego de papel si este tiene un área de 0.6 m^2?



¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.4 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "×" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste.
Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Determino si una ecuación cuadrática tiene 0, 1 o 2 soluciones. Por ejemplo: $3x^2 - 2x + 4 = 0$				
2. Utilizo el discriminante en resolución de problemas. Por ejemplo: mostrar que no existen dos números reales cuya suma sea 3 y cuyo producto sea 4.				
3. Resuelvo problemas con ecuaciones cuadráticas. Por ejemplo: se construirá una casa en un terreno de 24 m de perímetro y 35 m de área. ¿Cuáles son las dimensiones del terreno?				

2.5 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "×" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste.
Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Sí	Podría mejorar	No	Comentario
1. Resuelvo problemas con ecuaciones cuadráticas. Por ejemplo: la diferencia entre las edades de Carlos y Julia es de 7 años y al multiplicar sus edades da 60. Determina las edades de Carlos y Julia, si Julia es mayor que Carlos.				
2. Resuelvo problemas con ecuaciones cuadráticas. Por ejemplo: se utilizaron 450 ladrillos cuadrados para poner el piso de una casa de 50 m^2 de área. Determina el tamaño de los ladrillos que se usaron.				

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

Problemas de aplicación

1. **Movimiento con aceleración constante.** Una aplicación física donde se utilizan ecuaciones cuadráticas para resolver problemas surge cuando una particula se mueve en línea recta con aceleración constante, es decir, su velocidad cambia cantidades iguales en intervalos iguales, esta es una situación muy especial de la física, aunque ocurre con frecuencia en la naturaleza. Con la siguiente ecuación puede conocerse la posición a la que se encuentra un objeto en cierto tiempo conociendo la velocidad y la aceleración del mismo:

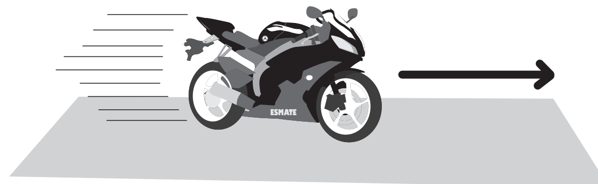
$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Donde x_0 es la posición inicial, v_0 la velocidad inicial y x la posición a la que se encuentra en el tiempo t.

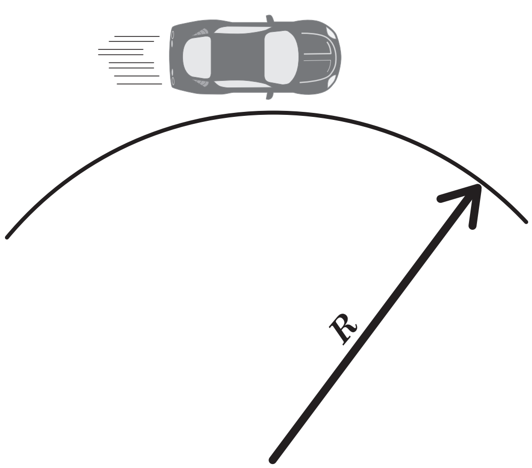
La posición de un motociclista en cierto momento t (en segundos) esta dada por la ecuación:

$$x = 5 + 15t + 2t^2$$

Si el motociclista se encuentra a 43 m (valor de x) de la posición observada inicialmente, ¿cuántos segundos le tomó recorrer esta distanciá?



2. **Movimiento circular uniforme.** Si un objeto se mueve en un círculo y su rapidez es constante, se dice que tiene un movimiento circular uniforme. Por ejemplo, los automóviles al dar vuelta a una curva cuyo radio es constante, un satélite que describe un movimiento circular uniforme alrededor de la tierra o un tren eléctrico que da vueltas en una pista circular con rapidez constante.



Si una partícula se mueve siguiendo una trayectoria circular de radio R y rapidez constante v, su aceleración, esta dada por la ecuación:

$$a = \frac{v^2}{R}$$

Si un automóvil posee una aceleración de 9.4 m/s^2 y el radio de la curva es 170 m, ¿cuál es la rapidez aproximada del automóvil en ese instante? Utiliza calculadora para los procedimientos y recuerda escribir el resultado de la rapidez como m/s.

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?