Autoevaluación de los trimestres

En esta sección se presenta una autoevaluación que se debe realizar al finalizar cada trimestre, donde debes evaluar aspectos relacionados con tu estudio diario para esta asignatura, además, debes plantear tu compromiso para el próximo trimestre o para el próximo grado según corresponda. Existe también, un apartado donde tus padres y tu maestro de matemática pueden escribir un breve comentario sobre tu rendimiento en cada trimestre.

Autoevaluación del primer trimestre

Resuelve y marca con una "×" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Siempre	Casi siempre	Casi nunca	Nunca
1. Tengo un horario diario para hacer mis tareas y estudiar.				
2. Expreso mis dudas a mi profesor, familiares, compañeros o conocidos.				
3. Me esfuerzo en cada tarea que me asignan en la escuela.				
4. La matemática, así como todas las materias, es importante para mi desarrollo integral como ciudadano.				
5. Cumplo con las fechas indicadas de mis actividades.				
6. Ayudo a mis compañeros a estudiar y comprender los contenidos.				
7. Pongo atención en clases.				
8. Respeto a mi profesor o profesora.				
9. Me esfuerzo por comprender los contenidos.				
10. Soy puntual para llegar a mi escuela.				

Escribe tu compromiso para el próximo trimestre: ____
____
____
____
____

Comentario de los padres de familia: ____
____
____
____
____

Comentario del docente: ____
____
____
____
____

Autoevaluación del segundo trimestre

Resuelve y marca con una "×" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Siempre	Casi siempre	Casi nunca	Nunca
1. Tengo un horario diario para hacer mis tareas y estudiar.				
2. Expreso mis dudas a mi profesor, familiares, compañeros o conocidos.				
3. Me esfuerzo en cada tarea que me asignan en la escuela.				
4. La matemática, así como todas las materias, es importante para mi desarrollo integral como ciudadano.				
5. Cumplo con las fechas indicadas de mis actividades.				
6. Ayudo a mis compañeros a estudiar y comprender los contenidos.				
7. Pongo atención en clases.				
8. Respeto a mi profesor o profesora.				
9. Me esfuerzo por comprender los contenidos.				
10. Soy puntual para llegar a mi escuela.				

Escribe tu compromiso para el próximo trimestre: ____
____
____
____
____

Comentario de los padres de familia: ____
____
____
____
____

Comentario del docente: ____
____
____
____
____

Autoevaluación del tercer trimestre

Resuelve y marca con una "×" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

Ítem	Siempre	Casi siempre	Casi nunca	Nunca
1. Tengo un horario diario para hacer mis tareas y estudiar.				
2. Expreso mis dudas a mi profesor, familiares, compañeros o conocidos.				
3. Me esfuerzo en cada tarea que me asignan en la escuela.				
4. La matemática, así como todas las materias, es importante para mi desarrollo integral como ciudadano.				
5. Cumplo con las fechas indicadas de mis actividades.				
6. Ayudo a mis compañeros a estudiar y comprender los contenidos.				
7. Pongo atención en clases.				
8. Respeto a mi profesor o profesora.				
9. Me esfuerzo por comprender los contenidos.				
10. Soy puntual para llegar a mi escuela.				

Escribe tu compromiso para el próximo grado: ____
____
____
____
____

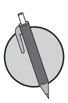
Comentario de los padres de familia: ____
____
____
____
____

Comentario del docente: ____
____
____
____
____

Solucionario

En la siguiente sección se presentan las soluciones de todos los ítems, separados por unidad, número de página y número de clase, en algunos casos se detallan solo las respuestas y en otros se escribe también un procedimiento posible para llegar a ella. Además, se utilizan los siguientes símbolos:

Se plantea la solución de los ítems que corresponden a una o dos clases anteriores.


Se plantea la solución de los ítems correspondientes a la clase del día.

Unidad 1

Página 2, Clase 1.1

a) $5x^2$
b) $-6y^2$
c) $3x(-\frac{1}{4}xy) = -\frac{3}{4}x^2y$
d) $18xy^2$
e) $(5yz)(-6xyz) = -30xy^2z^2$
f) $15x^2y^2z$

1. Primera forma: $x(2x + 4)$
   Segunda forma: $2x^2 + 4x$
2. a) $5x(3x - 4)$
   $= 5x(3x) - 5x(4)$
   $= 15x^2 - 20x$
   b) $5x^2y + 10xy^2$
   c) $3x^2y^2 - 3xy^2$
   d) $-4x^2y^2 + 6x^2y - 8xy^2$

Página 3, Clase 1.2

a) $-18xy^2z$
b) $10xy^2z^2$
c) $2xy(-7x + 10y)$
$= 2xy(-7x) + 2xy(10y)$
$= -14x^2y + 20xy^2$
d) $12x^2y + 21xy^2$

1. Primera forma: $(x + 3)(y + 2)$
   Segunda forma: $xy + 2x + 3y + 6$
2. a) $(3x + 4)(5x + 11)$
   $= 3x(5x) + 3x(11) + 4(5x) +$
   $4(11)$
   $= 15x^2 + 33x + 20x + 44$
   $= 15x^2 + 53x + 44$
   b) $30xy^2 + 25xy + 54y + 45$
   c) $12x^2y + 12x^2 + 18xy^2 + 18xy$
   d) $20x^2y + 18xy^2 + 30x + 27y$

Página 4, Clase 1.3

1. a) $(-10xy)(-7xy - 5)$
   $= 70x^2y^2 + 50xy$
   b) $-28x^2y^2 - 63x^2y + 21xy^2$
2. a) $24x^2 + 30x + 40xy + 50y$
   b) $(xy + 8)(4x + 5y)$
   $= xy(4x) + xy(5y) + 8(4x) + 8(5y)$
   $= 4x^2y + 5xy^2 + 32x + 40y$

a) $(4x - 6)(3y + 8)$
$= [4x + (-6)](3y + 8)$
$= 4x(3y) + 4x(8) + (-6)(3y)$
$+ (-6)(8)$
$= 12xy + 32x - 18y - 48$
b) $56xy - 7x + 72y - 9$
c) $x^2y + xy - xy^2 - y^2$
d) $6x^2y - 4xy - 3x^2 + 2x$
e) $20xy^2 - 35y - 36xy + 63$
f) $-20x^2y + 50xy^2 + 6x - 15y$

Página 5, Clase 1.4

1. a) $(9x + 10y)(8y + 7)$
$= 9x(8y) + 9x(7) + 10y(8y) + 10y(7)$
$= 72xy + 63x + 80y^2 + 70y$
   b) $5x^2y + 8x + 55xy^2 + 88y$
2. a) $(-6x + 1)(2y - 7)$
   $= (-6x + 1)[2y + (-7)]$
   $= (-6x)(2y) + (-6x)(-7) + 1(2y)$
   $+ 1(-7)$
   $= -12xy + 42x + 2y - 7$
   b) $6x^2y - 4xy - 3x^2 + 2x$

1. Primera forma: $(x + 1)(x + y + 2)$
   Segunda forma:
   $x^2 + xy + 3x + y + 2$
2. a) $(3x + 5)(-2x - 7y + 11)$
   $= (3x + 5)[-2x + (-7y) + 11]$
   $= 3x(-2x) + 3x(-7y) + 3x(11)$
   $+ 5(-2x) + 5(-7y) + 5(11)$
   $= -6x^2 - 21xy + 33x - 10x$
   $-35y + 55$
   $= -6x^2 - 21xy + 23x - 35y + 55$
   b) $2xy + 3y^2 - 20x - 21y - 90$
   c) $20x^2 - 18xy - 15x - 18y^2 - 9y$
   d) $-x^2y - 2x^2 + 7xy + 20x + 30y$

Página 6, Clase 1.5

1. a) $(7x + 5y)(2xy - 7)$
   $= 7x(2xy) + 7x(-7) + 5y(2xy)$
   $+ 5y(-7)$
   $= 14x^2y - 49x + 10xy^2 - 35y$
   b) $-25xy^2 - 20y + 30xy + 24$
2. a) $(4x + 7y)(2x + 10y - 7)$
   $= 4x(2x) + 4x(10y) + 4x(-7)$
   $+ 7y(2x) + 7y(10y) + 7y(-7)$
   $= 8x^2 + 54xy - 28x + 70y^2 - 49y$
   b) $2x^2 - 8xy - 7x - 90y^2 + 63y$

a) $(x - 2y + 4)(2x - 4y - 4)$
$= x(2x) + x(-4y) + x(-4) + (-2y)(2x)$
$+ (-2y)(-4y) + (-2y)(-4) + 4(2x)$
$+ 4(-4y) + 4(-4)$
$= 2x^2 - 8xy + 4x + 8y^2 - 8y - 16$
b) $-3x^2 + 15y^2 + 4xy - 10x - 26y$
$+ 8$
c) $-5x^2y + 3xy^2 + 21xy - 25x^2 + 45x$
$- 9y - 18$

Página 8, Clase 2.1

a) $(2x + 9)(-6xy + 7x - 2)$
$= 2x(-6xy) + 2x(7x) + 2x(-2) +$
$9(-6xy) + 9(7x) + 9(-2)$
$= -12x^2y + 14x^2 - 4x - 54xy$
$+ 63x - 18$
b) $40x^2y^2 - 18xy^2 - 2xy - 40y^2$
$+ 23y - 3$

1. Primera forma: $(x + 2)(x + 3)$
   Segunda forma: $x^2 + 5x + 6$
2. a) $(y + 7)(y + 6)$
   $= y^2 + (6 + 7)y + 6(7)$
   $= y^2 + 13y + 42$
   b) $x^2 - 5x + 6$
   c) $y^2 - y - 6$
   d) $x^2 - 7x - 18$

Página 9, Clase 2.2

a) $(x-10)(x+4)$
$= x^2 + (-10+4)x + 4(-10)$
$= x^2 - 6x - 40$
b) $y^2 - y + \frac{2}{9}$

1. Primera forma: $(z+3)^2$
Segunda forma: $z^2 + 6z + 9$
Primera forma: $(y+b)^2$
Segunda forma: $y^2 + 2by + b^2$
2. a) $(y+4)^2$
$= y^2 + 2(4)y + (4)^2$
$= y^2 + 8y + 16$
b) $x^2 + 18x + 81$
c) $y^2 + 4y + 16$
d) $x^2 + \frac{2}{9}x + \frac{1}{81}$

Página 10, Clase 2.3

1. a) $y^2 + 5y - 24$
b) $(y - \frac{1}{5})(y - \frac{1}{10})$
$= y^2 + (-\frac{1}{5} - \frac{1}{10})x + \left(-\frac{1}{5}\right)\left(-\frac{1}{10}\right)$
$= y^2 - \frac{3}{10}y + \frac{1}{50}$
2. a) $x^2 + 20x + 100$
b) $x^2 + 5x + \frac{25}{4}$

a) $(x-2)^2$
$= x^2 - 2(2)x + 4$
$= x^2 - 4x + 4$
b) $y^2 - 10y + 25$
c) $y^2 - \frac{1}{5}y + \frac{1}{100}$
d) $y^2 - 5y + \frac{25}{4}$

Página 11, Clase 2.4

1. a) $y^2 + 22y + 121$
b) $x^2 + 10x + 25$
2. a) $(x-10)^2$
$= x^2 - 2(10)x + 10^2$
$= x^2 - 20x + 100$
b) $y^2 - \frac{2}{7}y + \frac{1}{49}$

a) $(x+5)(x-5)$
$= x^2 - 5^2$
$= x^2 - 25$
b) $y^2 - 36$
c) $y^2 - \frac{25}{36}$
d) $x^2 - \frac{49}{4}$

Página 12, Clase 2.5

a) $(x-3)^2$
$= x^2 - 2(3)x + 3^2$
$= x^2 - 6x + 9$
b) $x^2 + 10x + 25$
c) $(x-8)(x+8)$
$= x^2 - 8^2$
$= x^2 - 64$
d) $(y+2)(y-5)$
$= y^2 + (2 + (-5))y + (-5)(2)$
$= y^2 - 3y - 10$

a) $(4x-3)(4x+5)$
Tomando $4x = w$
$(w-3)(w+5)$
$= w^2 + ((-3)+5)w - 15$
$= w^2 + 2w - 15$
$= (4x)^2 + 2(4x) - 15$
$= 16x^2 + 8x - 15$
b) $4x^2y^2 - 25$
c) $9y^2z^2 + 48yz + 64$
d) $25y^2z^2 - 60yz + 36$

Página 13, Clase 2.6

1. a) $(x-7)(x+7)$
$= x^2 - 7^2$
$= x^2 - 49$
b) $81 - x^2$
2. a) $(3x-7y)(3x+7y)$
Tomando $3x = w$, $7x = z$
$= w^2 - z^2$
$= (3x)^2 - (7y)^2$
$= 9x^2 - 49y^2$
b) $25x^2y^2 - 100xy + 100$

a) $(x+y+5)(x+y-5)$
Tomando $x + y = w$
$= (w+5)(w-5)$
$= w^2 - 25$
$= (x+y)^2 - 25$
$= x^2 + 2xy + y^2 - 25$
b) $3y^2 - 2y - 10$
c) $4x^2 + y^2 - 50$

Página 14, Clase 2.7

1. a) $(5yz-6)(5yz+6)$
$= (5yz)^2 - 6^2$
$= 25y^2z^2 - 36$
b) $\frac{x^2}{9} - \frac{4}{25}$
2. a) $x^2 + 2xy + y - 4$
b) $16x^2 + 80xy + 100y^2 - 3x + 9y$

a) $(x+5y+4)^2$
$= x^2 + (5y)^2 + 4^2 + 2(x)(5y) + 2(5y)(4) + 2(4)(x)$
$= x^2 + 25y^2 + 16 + 10xy + 40y + 8x$
$= x^2 + 10xy + 25y^2 + 8x + 40y + 16$
b) $64x^2 - 48xy + 9y^2 + 32x - 12y + 4$
c) $x^2 - 12xy + 36y^2 - 8x + 48y + 16$

Página 15, Clase 2.8

1. $149x^2 - 42xy + 5y^2$
2. $9x^2 - 6xy + y^2 - 42x + 14y + 49$

1. a) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$= a^2 + b^2 - 2ab$
$= 125 - 2(50)$
$= 25$

Por tanto, $(a - b)^2 = 25$

b) 21

c) $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ac) = 81$

2. a) $(100 - 1)(100 + 1) = 9\,999$
   b) $(100 + 11)^2 = 12\,321$
   c) $45 \times 55 = (50 - 5)(50 + 5)$
   $= 50^2 - 5^2$
   $= 2475$
   d) $(100 + 3)(100 + 1) = 10\,403$

Página 18, Clase 3.1

R

a) $2x^2y + 3xy^2 - 5xy$

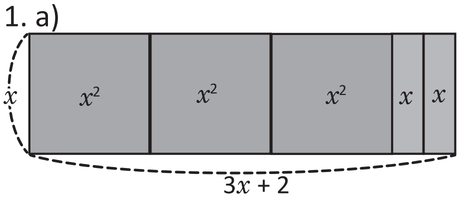
b) $4x^2 + 36xy + 81y^2$

c) $25x^2 - 70xy + 49y^2$

d) $(4x + 3y)(4x - 3y)$

Tomando $4x = w$, $3y = z$
$(w + z)(w - z)$
$= w^2 - z^2$
$= (4x)^2 - (3y)^2$
$= 16x^2 - 9y^2$

1. a)



Área: $x(3x + 2)$

b) Área: $x(x + 4)$

2. a) Los factores son:
   $-1, 2, x, 3x + 9, 4y + 6$
   b) Hay 6 factores:
   $-1, x, y, (x - 1), (2x + 7), (y - 7)$

Página 19, Clase 3.2

R

a) Área: $x(5x + 2)$

b) Área: $x(2x + 4)$

a) $x(9x + 5y)$

b) $y(-2x + 3y)$

c) $-3x^2 - 15xy$
$-3x^2 = (-1)(3)(x)(x)$
$-15xy = (-1)(3)(5)(x)(y)$
Se extraen los factores comunes $-3x^2 - 15xy = -3x(x + 5y)$

d) $3x(2y + 4x + 5)$

e) $-2y(2x + 3y + 7)$

f) $2xy(-3x + 4y + 7)$

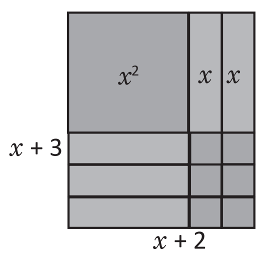
Página 20, Clase 3.3

R

a) $5y(-3x + 7)$

b) $4xy(6x - 5y - z)$

1.



2. a) $x^2 + 7x + 10$

Pareja	Producto	Suma
1 y 10	+10	+11
2 y 5	**+10**	**+7**

Por tanto:
$x^2 + 7x + 10 = (x + 2)(x + 5)$

b) $(y + 8)(y + 2)$

c) $(y + 6)(y + 3)$

d) $(x + 4)(x + 10)$

Página 21, Clase 3.4

R

1. a) $6xy^2 = (3)(2)(x)(y)(y)$
   $9x^2yz = (3)(3)(x)(x)(y)(z)$
   $-15x^2y = (-1)(3)(5)(x)(x)(y)$
   Se extraen los factores comunes $6xy^2 + 9x^2yz - 15x^2y$
   $= 3xy(2y + 3xz - 5x)$
   b) $10xyz(3 - 5y - 4x)$

2. a) $(x + 9)(x + 2)$
   b) $(x + 7)(x + 3)$

a) $x^2 - 5x + 6$

Pareja	Producto	Suma
−1 y −6	+6	−7
−2 y −3	**+6**	**−5**

Por tanto:
$x^2 - 5x + 6 = [(x + (-2)][(x + (-3)]$
$= (x - 2)(x - 3)$

b) $(x - 6)(x + 4)$

c) $(y - 5)(y - 3)$

d) $(y - 3)(y + 1)$

Página 22, Clase 3.5

R

1. a) $x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$

Pareja	Producto	Suma
1 y 12	+12	+13
3 y 4	**+12**	**+7**

   b) $(x + 7)(x + 5)$
2. a) $(y - 4)(y + 3)$
   b) $(y - 5)(y - 2)$

1. a) $x^2 + 4x + 4$
   c) $(x + 2)^2$
2. a) $x^2 + 2x + 1$
   El término independiente, $1^2 = 1$.
   El coeficiente de x es el doble de 1, $2(1) = 2$.
   Entonces $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$
   b) $(x - 3)^2$
   c) $(y - 10)^2$
   d) $\left(y + \frac{2}{3}\right)^2$

Página 23, Clase 3.6

R

1. a) $y^2 - y - 30$

Pareja	Producto	Suma
+1 y −30	−30	−31
+2 y −15	−30	−13
+3 y −10	−30	−7
+5 y −6	**−30**	**−1**

Por tanto:

$y^2 - y - 30 = (y + 5)(y - 6)$

b) $x^2 - 16x + 64 = (x - 8)^2$

2. a) $x^2 - 4$

El término independiente 4 es igual a 2^2.

$x^2 - 4 = x^2 - 2^2$

$= (x + 2)(x - 2)$

b) $(x + 6)(x - 6)$

c) $(y + 7)(y - 7)$

d) $(y + \frac{1}{5})(y - \frac{1}{5})$

e) $(x + \frac{2}{3})(x - \frac{2}{3})$

f) $(x + \frac{4}{5})(x - \frac{4}{5})$

Página 25, Clase 3.8

R

a) $(y - 7)^2$

b) $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$.

El coeficiente de x es el doble de $\frac{1}{3}$, $2\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$.

Entonces $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = \left(x + \frac{1}{3}\right)^2$

c) $(x + 10)(x - 10)$

d) $(y + 8)(y - 8)$

a) $9x^2 + 24xy + 16y^2$

$= (3x)^2 + 2(3x)(4y) + (4y)^2$

Tomando $w = 3x$, $z = 4y$

$w^2 + 2wz + z^2$

$= (w + z)^2$.

Sustituir nuevamente

$= (3x + 4y)^2$

b) $(5x + 6y)(5x - 6y)$

c) $(8x + y)(8x - y)$

d) $(2x + 5)^2$

Página 26, Clase 3.9

R

a) $4x^2 + 12xy + 9y^2$

$= (2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2$

Tomando $w = 2x$, $z = 3y$

$w^2 + 2wz + z^2$

$= (w + z)^2$

Sustituir nuevamente

$= (2x + 3y)^2$

b) $(y + 9x)(y - 9x)$

c) $(5x - 3y)^2$

d) $(7x + 9y)(7x - 9y)$

a) $[(x - 2) + (y - 3)][(x - 2) + (y - 3)]$

$= (x + y - 5)(x - y + 1)$

b) $[(x + 5) + (y - 1)]^2$

$= (x + y + 4)^2$

c) $[3x - (y + 3)]^2 = (3x - y + 3)^2$

d) $(x - 2)^2 - 16y^2$

Tomando $w = x - 2$, $z = 4y$

$= w^2 - z^2$

$= (w + z)(w - z)$

Sustituyendo nuevamente

$= (x - 2 + 4y)(x - 2 - 4y)$

$= (x + 4y - 2)(x - 4y - 2)$

Página 27, Clase 3.10

R

1. a) $25y^2 + 30y + 9$

$= (5y)^2 + 2(5y)(3) + 3^2$

Tomando $w = 5y$.

$= w^2 + 2(w)(3) + 3^2$

$= (w + 3)^2$

Sustituyendo nuevamente

$= (5y + 3)^2$

b) $(4x + 9y)(4x - 9y)$

2. a) $(x - 2)^2 - (y + 2)^2$

Tomando $w = x - 2$, $z = y + 2$

$= w^2 - z^2$

$= (w - z)(w + z)$

$= (x - 2 + y + 2)(x - 2 - y - 2)$

$= (x - y)(x - y - 4)$

b) $[(x + 1) + (y - 1)]^2 = (x + y)^2$

a) $7x^2 - 28x + 35$

$= 7(x^2) + (7)(-4x) + (7)(5)$

$= 7(x^2 - 4x + 5)$

$= 7(x + 1)(x - 5)$

b) $-3(x^2 - 5x + 6)$

$= -3(x - 2)(x - 3)$

c) $6x(y^2 - 8y + 16) = 6x(y - 4)^2$

d) $3y(x^2 - 8x + 16) = 3y(x - 4)^2$

Página 28, Clase 3.11

R

1. $[(x + 2) + (y - 2)]^2 = (x + y)^2$
2. $3x(y^2 - 6y + 9) = 3x(y - 3)^2$

a) $5z(x^2 - 9y^2) = 5z(x - 3y)(x + 3y)$

b) $5z(9x^2 - 4y^2)$

$= 5z(3x - 2y)(3x + 2y)$

c) $3m(9n^2 - 6n + 1) = 3m(3n - 1)^2$

d) $28xy^2 - 84xy + 63x$

$= 7x(4y^2 - 12y + 9)$

$= 7x((2y)^2 - 2(2y)(3) + 3^2)$

$= 7x(2y - 3)^2$

Página 29, Clase 3.12

R

1. a) $2x^2 + 8x - 10$

$= 2(x^2 + 4x - 5)$

$= 2(x + 5)(x - 1)$

b) $4y(x^2 - 6x + 9) = 4y(x - 3)^2$

2. a) $2z(9x^2 - 100y^2)$

$= 2z(3x - 10y)(3x + 10y)$

b) $2z(25x^2 + 30xy + 9y^2)$

$= 2z(5x + 3y)^2$

1. a) $55^2 - 15^2$

$= (55 - 15)(55 + 15)$

$= (40)(70)$

$= 2\,800$

b) $999^2 - 1 = (999 + 1)(999 - 1)$

$= 998\,000$

c) $97^2 - 3^2 = (97 + 3)(97 - 3)$

$= 9\,400$

2. $\pi 56^2 \times 50 - \pi 44^2 \times 50$

$= 50\pi(56^2 - 44^2)$

$= 50\pi(56 + 44)(56 - 44)$

$= 50\pi \times 100 \times 12$

$= 60\,000\pi$

Página 34, Clase 1.1

1. a) $\sqrt{7}$ cm b) $\sqrt{6}$ cm
   c) $\sqrt{\frac{5}{7}}$ cm d) $\sqrt{\frac{7}{3}}$ cm
   e) $\sqrt{3.5}$ cm f) $\sqrt{5.7}$ cm
2. a) $(\sqrt{5})^2 = 5$
   El número representado es 5.
   b) 11 c) 15 d) $\frac{7}{10}$
   e) $\frac{11}{6}$ f) $\frac{5}{13}$ g) 0.7
   h) 0.9 i) 1.7

Página 35, Clase 1.2

1. a) $\sqrt{8}$ cm
   b) $\sqrt{4.2}$ cm
   c) $\sqrt{\frac{7}{2}}$ cm
2. a) 14 b) $\frac{5}{3}$ c) 1.7

1. a) El lado del cuadrado mide, $\sqrt{16}$. Pero $(\sqrt{16})^2 = 16$ y como $4^2 = 16$, $\sqrt{16} = 4$.
   b) $\frac{5}{2}$
   c) 0.5
2. a) Dado que $7^2 = 49$
   $\sqrt{49} = 7$
   b) 8 c) 11 d) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{5}{4}$ f) 0.4

Página 36, Clase 1.3

1. a) 19 b) $\frac{10}{11}$ c) $\frac{17}{5}$ d) 1.9
2. a) Dado que $5^2 = 25$
   $\sqrt{25} = 5$
   b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{5}{8}$ d) 0.9

1. a) Determinando los números:
   $\sqrt{36} = 6$, $-\sqrt{36} = -6$. Y las raíces cuadradas son 6 y –6.
   b) 9 y –9
   c) $\frac{7}{10}$ y $-\frac{7}{10}$
   d) 0.5 y –0.5
   e) $\sqrt{11}$ y $-\sqrt{11}$
   f) $\sqrt{15}$ y $-\sqrt{15}$
   g) $\sqrt{\frac{3}{5}}$ y $-\sqrt{\frac{3}{5}}$
   h) $\sqrt{0.7}$ y $-\sqrt{0.7}$
2. $1^2 = 1$, $2^2 = 4$, $3^2 = 9$, $4^2 = 16$,
   $5^2 = 25$, $6^2 = 36$, $7^2 = 49$, $8^2 = 64$,
   $9^2 = 81$, $10^2 = 100$, $11^2 = 121$,
   $12^2 = 144$.

Página 37, Clase 1.4

1. a) Dado que $8^2 = 64$
   $\sqrt{64} = 8$
   b) –4 c) $\frac{1}{10}$ d) $-\frac{8}{7}$ e) 0.9
2. a) Determinando los números:
   $\sqrt{100} = 10$, $-\sqrt{100} = -10$. Las raíces cuadradas son 10 y –10.
   b) $\sqrt{21}$ y $-\sqrt{21}$
   c) $\frac{6}{5}$ y $-\frac{6}{5}$
   d) $\sqrt{\frac{3}{14}}$ y $-\sqrt{\frac{3}{14}}$
   e) 1.2 y –1.2

1. a) Como 8 > 3 entonces:
   $\sqrt{8} > \sqrt{3}$
   b) Dado que $5 = \sqrt{25}$.
   Comparando $\sqrt{25}$ con $\sqrt{15}$,
   25 > 15 entonces $\sqrt{25} > \sqrt{15}$
   o lo que es igual $5 < \sqrt{15}$.
   c) $\sqrt{5} > 2$
   d) $-\sqrt{5} > -\sqrt{6}$
   e) $\sqrt{\frac{6}{10}} < \sqrt{0.7}$
   f) $-\sqrt{\frac{1}{4}} = -\sqrt{0.25}$
2. Ordenados de menor a mayor
   $-4, -\sqrt{14}, -\sqrt{2.5}, \sqrt{\frac{3}{2}}, \sqrt{8}, 4$

Página 38, Clase 1.5

1. a) Determinando los números:
   $\sqrt{25} = 5$, $-\sqrt{25} = -5$. Las raíces cuadradas son 5 y –5.
   b) 2 y –2
   c) $\frac{7}{9}$ y $-\frac{7}{9}$
   d) 0.6 y –0.6
2. a) Como 12 > 5 entonces:
   $\sqrt{12} > \sqrt{5}$
   b) $3 < \sqrt{10}$
   c) $-\sqrt{11} < 2$

1. a) –3 es racional.
   Porque $-3 = \frac{-3}{1}$
   b) 0.16 es racional.
   Porque $0.16 = \frac{16}{100}$
   c) $-\sqrt{11}$ es irracional. Porque no puede expresarse como fracción.
   d) $\sqrt{5}$ es irracional. Porque no puede expresarse como fracción.
2. a) $\frac{7}{1}$
   b) 0.05
   $0.05 \times \frac{100}{100} = \frac{5}{100}$
   $= \frac{1}{20}$
   c) $-1.4 = -\frac{7}{5}$
   d) $0.025 = \frac{1}{40}$

Página 39, Clase 1.6

1. a) Dado que $3 = \sqrt{9}$.
   Comparando $\sqrt{12}$ con $\sqrt{9}$,
   12 > 9 entonces $\sqrt{12} > \sqrt{9}$
   o lo que es igual $\sqrt{12} > 3$.
   b) $-3 < -\sqrt{8}$
   c) $\sqrt{11} > \sqrt{7}$
2. a) $-\frac{6}{1}$
   b) 0.45
   $0.45 \times \frac{100}{100} = \frac{45}{100}$
   $= \frac{9}{20}$
   c) $-2.5 = -\frac{5}{2}$

1. a) $7 \div 12 = 0.58\overline{3}$, es periódico.
   b) $4 \div 3 = 1.\overline{3}$, es periódico.
   c) $31 \div 7 = 4.\overline{428571}$, es periódico.
2. a) $0.\overline{8}$. Considerando:
   $x = 0.888888...$
   Analizando:
   $$\begin{array}{rr} & 10x = 8.88888... \\ - & x = 0.88888... \\ \hline & 9x = 8.0 \end{array}$$
   Despejando $x = \frac{8}{9}$
   Por tanto, $0.\overline{8} = \frac{8}{9}$
   b) $2.\overline{32} = \frac{230}{99}$
   c) $3.\overline{5} = \frac{32}{9}$
   d) $1.\overline{247} = \frac{1\,246}{999}$

Página 40, Clase 1.7

1. a) $\frac{1}{5}$ es racional.
   b) $-5 = -\frac{5}{1}$, es racional.
   c) $-\pi$ es irracional.
2. a) $0.\overline{7}$
   $x = 0.77777...$
   Analizando
   $$\begin{array}{rr} & 10x = 7.77777... \\ - & x = 0.77777... \\ \hline & 9x = 7.0 \end{array}$$
   Despejando $x = \frac{7}{9}$
   Por tanto, $0.\overline{7} = \frac{7}{9}$
   b) $0.\overline{23} = \frac{23}{99}$
   c) $1.\overline{15} = \frac{38}{33}$

a) Es real porque es natural.
b) Es real porque es entero.
c) Es real porque es racional.
d) Es real porque es racional.
e) Es real porque es racional.
f) Es real porque es racional.
g) Es real porque es racional.
h) Es real porque es irracional.
Orden:
$-13, -\sqrt{25}, -2.3\overline{15}, -0.07, \frac{2}{3}, 2.\overline{4}$, 2.718281, 9.

Página 42, Clase 2.1

$1.\overline{63}$. Considerando:
$x = 1.63636363...$
Analizando
$$\begin{array}{rr} & 100x = 163.6363... \\ - & x = 1.636363... \\ \hline & 99x = 162.0 \end{array}$$
Despejando $x = \frac{162}{99} = \frac{18}{11}$
Por tanto, $1.\overline{63} = \frac{18}{11}$.

1. a) $\sqrt{2} \times \sqrt{5}$
   $= \sqrt{2 \text{ x } 5}$
   $= \sqrt{10}$
   b) $-\sqrt{30}$
   c) $\sqrt{42}$
   d) $-\sqrt{70}$
   e) $\sqrt{46}$
   f) $-\sqrt{36} = -6$
2. a) El proceso es incorrecto. Debería ser:
   $3\sqrt{3} \times 5\sqrt{5} = 3 \times 5\sqrt{3} \times \sqrt{3}$
   $= 15\sqrt{3 \times 3}$
   $= 15 \times 3 = 45$
   b) El proceso es correcto.
   c) El proceso es incorrecto.
   El error es sumar cuando debería ser un producto. Así:
   $-3\sqrt{3} \times \sqrt{3} = -3\sqrt{3 \times 3}$
   $= -3 \times 3 = -9$

Página 43, Clase 2.2

a) $\sqrt{21}$
b) $-\sqrt{21}$
c) -3
d) $\sqrt{86}$

a) $\sqrt{6} \div \sqrt{30} = \sqrt{\frac{6}{30}} = \sqrt{\frac{1}{5}}$
b) $-\sqrt{\frac{3}{7}}$ c) $-\sqrt{\frac{6}{5}}$ d) $\sqrt{\frac{1}{5}}$
e) $-\sqrt{7}$ f) 2 g) $-\sqrt{\frac{1}{5}}$
h) 2 i) -2

Página 44, Clase 2.3

1. a) $\sqrt{6} \times \sqrt{7}$
   $= \sqrt{6 \times 7}$
   $= \sqrt{42}$
   b) $-\sqrt{33}$
   c) -10
   d) 8
2. a) $\sqrt{6} \div \sqrt{7} = \sqrt{\frac{6}{7}}$
   b) $\sqrt{\frac{3}{2}}$
   c) $-\frac{1}{2}$
   d) -3

a) $\sqrt{625}$
   Expresando 625 en su descomposición prima.
   $625 = 5^2 \times 5^2$
   $\sqrt{625} = \sqrt{5^2 \times 5^2} = \sqrt{5^2} \times \sqrt{5^2}$
   $= 5 \times 5$
   $= 25$
b) $\sqrt{441} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{7^2} = 21$
c) $\sqrt{\frac{16}{81}} = \frac{4}{9}$
d) $\sqrt{\frac{441}{256}} = \frac{21}{16}$
e) $-\sqrt{900} = -30$
f) $-\sqrt{\frac{25}{16}} = -\frac{5}{4}$

Página 45, Clase 2.4

1. a) $\sqrt{2} \div \sqrt{3} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$
   b) $\sqrt{\frac{3}{5}}$
   c) $-\sqrt{\frac{17}{3}}$
2. a) 11
   b) $729 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2$
   $\sqrt{729} = \sqrt{3^2 \times 3^2 \times 3^2}$
   $= \sqrt{3^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{3^2} = 27$
   c) $-\sqrt{\frac{16}{49}} = -\frac{4}{7}$

a) $2\sqrt{3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{12}$
b) $\sqrt{18}$ c) $\sqrt{28}$ d) $\sqrt{50}$ e) $\sqrt{\frac{2}{9}}$

f) $\sqrt{\frac{3}{25}}$ g) $\sqrt{\frac{6}{49}}$ h) $\sqrt{\frac{5}{4}}$

Página 46, Clase 2.5

1. a) $324 = 2^2 \times 3^2 \times 3^2$
$\sqrt{324} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 3^2}$
$= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{3^2}$
$= 2 \times 3 \times 3$
$= 18$
b) -24, c) $\frac{14}{15}$, d) $-\frac{13}{11}$
2. a) $4\sqrt{3}$
$= \sqrt{16} \times \sqrt{3}$
$= \sqrt{16 \times 3}$
$= \sqrt{48}$
b) $\sqrt{40}$ c) $\sqrt{72}$ d) $\sqrt{\frac{2}{49}}$

1. a) $\sqrt{125}$
$\sqrt{125} = \sqrt{5^2 \times 5}$
$= \sqrt{5^2} \times \sqrt{5}$
$= 5\sqrt{5}$
b) $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$
c) $\sqrt{\frac{3}{49}} = -\frac{\sqrt{3}}{7}$
d) $\sqrt{\frac{5}{16}} = \frac{\sqrt{5}}{4}$
2. a) $\sqrt{675}$
$\sqrt{675} = \sqrt{3^2 \times 5^2 \times 3}$
$= \sqrt{3^2} \times \sqrt{5^2} \times \sqrt{3}$
$= 15\sqrt{3}$
b) $\sqrt{648} = 18\sqrt{2}$
c) $-\sqrt{800} = -20\sqrt{2}$
d) $-\sqrt{108} = -6\sqrt{3}$

Página 47, Clase 2.6

1. a) $3\sqrt{6}$
$= \sqrt{9} \times \sqrt{6}$
$= \sqrt{54}$
b) $\sqrt{12}$ c) $\sqrt{\frac{2}{25}}$
2. a) $\sqrt{400}$
$= \sqrt{20^2}$
$= 20$
b) $\sqrt{243} = 9\sqrt{3}$

c) $-\sqrt{\frac{21}{75}} = -\sqrt{\frac{7}{25}} = -\frac{\sqrt{7}}{5}$

a) $\sqrt{24} \times \sqrt{63}$
$\sqrt{24} = \sqrt{2^2 \times 6} = 2\sqrt{6}$
$\sqrt{63} = \sqrt{3^2 \times 7} = 3\sqrt{7}$
$\sqrt{24} \times \sqrt{63} = 2 \times 3\sqrt{6} \times \sqrt{7}$
$= 6\sqrt{42}$
b) $\sqrt{50} \times \sqrt{27} = 15\sqrt{6}$
c) $\sqrt{40} \times (-\sqrt{27}) = -6\sqrt{30}$
d) $\sqrt{30} \times \sqrt{35} = 5\sqrt{42}$
e) $\sqrt{6} \times \sqrt{10} = 2\sqrt{15}$
f) $\sqrt{12} \times (-\sqrt{24}) = -12\sqrt{2}$

Página 48, Clase 2.7

1. a) $\sqrt{147}$
$= \sqrt{7^2 \times 3}$
$= 7\sqrt{3}$
b) $\sqrt{\frac{6}{25}} = \frac{\sqrt{6}}{5}$
c) $\sqrt{980} = 14\sqrt{5}$
2. a) $(-\sqrt{21}) \times \sqrt{28}$
$= -\sqrt{3 \times 7} \times \sqrt{4 \times 7}$
$= -\sqrt{2^2 \times 3 \times 7^2}$
$= -(\sqrt{2^2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{7^2})$
$= -(2 \times \sqrt{3} \times 7)$
$= -14\sqrt{3}$
b) $(-\sqrt{24}) \times (-\sqrt{18}) = 12\sqrt{3}$
c) $\sqrt{30} \times (-\sqrt{42}) = -6\sqrt{35}$

a) $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$
b) $-\frac{1}{\sqrt{13}} = -\frac{1}{\sqrt{13}} \times \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}} = -\frac{\sqrt{13}}{13}$
c) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{35}}{7}$
d) $-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{26}} = -\frac{\sqrt{13}}{13}$
e) $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
f) $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Página 49, Clase 2.8

1. a) $\sqrt{72} \times \sqrt{96}$
$\sqrt{72} = \sqrt{6^2 \times 2} = 6\sqrt{2}$
$\sqrt{96} = \sqrt{4^2 \times 6} = 4\sqrt{6}$
$\sqrt{72} \times \sqrt{96} = 6 \times 4\sqrt{2} \times \sqrt{6}$
$= 48\sqrt{3}$
b) $\sqrt{27} \times (-\sqrt{52}) = -6\sqrt{39}$
c) $(-\sqrt{35}) \times \sqrt{10} = -5\sqrt{14}$
2. a) $\frac{1}{\sqrt{7}}$
$\frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{1}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$
b) $-\frac{1}{\sqrt{14}} = -\frac{\sqrt{14}}{14}$
c) $-\frac{\sqrt{22}}{\sqrt{7}} = -\frac{\sqrt{154}}{7}$

a) $\sqrt{6} + 8\sqrt{6} = (1 + 8)\sqrt{6} = 9\sqrt{6}$
b) $2\sqrt{5} - 7\sqrt{5} = (2 - 7)\sqrt{5} = -5\sqrt{5}$
c) $\sqrt{3} - 9\sqrt{3} = -8\sqrt{3}$
d) $4\sqrt{3} - 9\sqrt{3} - 2 = -5\sqrt{3} - 2$
e) $3\sqrt{3} + 2\sqrt{6} + 7\sqrt{6} = 3\sqrt{3} + 9\sqrt{6}$
f) $9\sqrt{2} - 3\sqrt{5} + 9\sqrt{2} = 18\sqrt{2} - 3\sqrt{5}$

Página 50, Clase 2.9

1. a) $\frac{1}{\sqrt{11}} = \frac{1}{\sqrt{11}} \times \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{11}} = \frac{\sqrt{11}}{11}$
b) $-\frac{5}{\sqrt{15}} = -\frac{\sqrt{15}}{3}$
c) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$
2. a) $\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = (1 + 4)\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$
b) $\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = -\sqrt{7}$
c) $3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = 3\sqrt{2} + 10\sqrt{3}$

a) $\sqrt{45} + \sqrt{20}$
$\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$
$\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
$\sqrt{45} + \sqrt{20} = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$
$= 5\sqrt{5}$

b) $\sqrt{32} + \sqrt{72} + \sqrt{50} = 15\sqrt{2}$

c) $\sqrt{48} - \sqrt{12} + \sqrt{75} = 7\sqrt{3}$

d) $\sqrt{28} + \frac{14}{\sqrt{7}}$

$\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

$\frac{14}{\sqrt{7}} = \frac{14}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = 2\sqrt{7}$

$\sqrt{28} + \frac{14}{\sqrt{7}} = 2\sqrt{7} + 2\sqrt{7} = 4\sqrt{7}$

e) $\sqrt{80} + \frac{35}{\sqrt{5}} = 11\sqrt{5}$

f) $\sqrt{24} - \frac{12}{\sqrt{6}} = 0$

Página 51, Clase 2.10

1. a) $\sqrt{7} + 9\sqrt{7} = 10\sqrt{7}$

   b) $\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = -5\sqrt{5}$

   c) $2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$

2. a) $\sqrt{98} + \sqrt{72}$

   $\sqrt{98} = 7\sqrt{2}$

   $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

   $\sqrt{98} + \sqrt{72} = 13\sqrt{2}$

   b) $\sqrt{75} - \sqrt{27} + \sqrt{48} = 6\sqrt{3}$

   c) $\sqrt{180} - \frac{35}{\sqrt{5}} = -\sqrt{5}$

a) $\sqrt{2}(\sqrt{2} + 3) = (\sqrt{2})^2 + 3\sqrt{2}$
$= 2 + 3\sqrt{2}$

b) $\sqrt{6}(\sqrt{6} - 7) = 6 - 7\sqrt{6}$

c) $\sqrt{5}(\sqrt{80} + 3) = 20 + 3\sqrt{5}$

d) $(\sqrt{175} - 4)\sqrt{7}$
$= \sqrt{175} \times \sqrt{7} - 4\sqrt{7}$
$= \sqrt{5^2 \times 7^2} - 4\sqrt{7}$
$= 35 - 4\sqrt{7}$

e) $(\sqrt{12} - 5)\sqrt{3} = 6 - 5\sqrt{3}$

f) $(\sqrt{6} + \sqrt{5})\sqrt{5} = \sqrt{30} + 5$

Página 52, Clase 2.11

1. a) $\sqrt{75} + \sqrt{12}$

   $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

   $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

   $\sqrt{75} + \sqrt{12} = 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$
   $= 7\sqrt{3}$

   b) $\sqrt{18} - \sqrt{32} + \sqrt{72} = 5\sqrt{2}$

   c) $\sqrt{125} - \frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{18\sqrt{5}}{5}$

2. a) $\sqrt{5}(\sqrt{5} + 1) = 5 + \sqrt{5}$

   b) $\sqrt{6}(\sqrt{96} + 7) = 24 + 7\sqrt{6}$

   c) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})\sqrt{3} = 3 - \sqrt{6}$

a) $(\sqrt{2} + \sqrt{7})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$
$= \sqrt{2}(\sqrt{3}) + \sqrt{2}(\sqrt{2}) + \sqrt{7}(\sqrt{3}) + \sqrt{7}(\sqrt{2})$
$= \sqrt{6} + \sqrt{21} + \sqrt{14} + 2$

b) $(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{6})$
$= 3\sqrt{2} + \sqrt{15} + \sqrt{30} + 6$

c) $(\sqrt{6} - \sqrt{7})(\sqrt{3} - \sqrt{6})$
$= \sqrt{6}(\sqrt{3}) - \sqrt{6}(\sqrt{6}) - \sqrt{7}(\sqrt{3}) + \sqrt{7}(\sqrt{6})$
$= 3\sqrt{2} - 6 - \sqrt{21} + \sqrt{42}$

d) $(\sqrt{5} - 9)(\sqrt{5} - 8)$
$= 77 - 17\sqrt{5}$

e) $(\sqrt{8} + \sqrt{3})(\sqrt{8} - \sqrt{3})$
$= (\sqrt{8})^2 - (\sqrt{3})^2$
$= 8 - 3$
$= 5$

f) $(\sqrt{7} + 5)^2$
$= 32 + 10\sqrt{7}$

Página 54, Clase 2.14

1. La edad de Ana es 6 años.
2. Como el terreno es cuadrado y su área es 36 m^2, la medida de sus lados es $\sqrt{36} = 6$ m. En un lado caben $6 \div 0.3 = 20$ baldosas, como el terreno es cuadrado por todas habrán $20^2 = 20 \times 20 = 400$ baldosas. Por tanto, se deben comprar 400 baldosas
3. $\sqrt{196} = 14$ personas
4. a) $\sqrt{1296} = 36$ m
   b) 144 m

Página 60, Clase 1.1

1. a) Es cuadrática $x^2 = 121$
   b) Es cuadrática $x^2 = \frac{81}{4}$
   c) Es cuadrática $x^2 = 6.25$
   d) No es cuadrática $3x + 6 = 9$
   e) Es cuadrática $x^2 - x = 72$
   f) No es cuadrática $2x = 8$
   g) Es cuadrática $x^2 - 8x = 20$
   h) No es cuadrática $7x = 14$
2. Según el problema. Si x y y son los dos números:
   $x + y = 5$, $xy = -36$.
   Si $x + y = 5$ entonces $y = 5 - x$
   Sustituyendo en $xy = -36$
   $x(5 - x) = -36$
   $5x - x^2 = -36$
   $x^2 - 5x = 36$
   $x^2 - 5x - 36 = 0$. Es la ecuación.

Página 61, Clase 1.2

a) $x^2 - 2x + 9 = 0$. Es cuadrática.
b) $3x + 8 = 0$. No es cuadrática.
c) $7x^2 - x + 5 = 0$. Es cuadrática.
d) $x^2 - 2x = 0$. Es cuadrática.
e) $(x - 2)^2 = 0$. Es cuadrática.
f) $-2x + 5 = 0$. No es cuadrática.
g) $3x^2 - 9 = 0$. Es cuadrática.
h) $2x = 5$. No es cuadrática.

1. a) $x^2 - 4 = 0$
   $(-5)^2 - 4 = 21$
   $(5)^2 - 4 = 21$
   -5 y 5 no son soluciones
   $(-2)^2 - 4 = 0$
   $2^2 - 4 = 0$
   -2 y 2 son soluciones de la ecuación.
   b) -5 es la única solución.
   c) -3 y 2 son soluciones.
   d) 2 es la única solución.
   e) -7 y -5 son soluciones.
   f) -7 es la única solución.

g) –3 es la única solución.
h) –1 es la única solución.

2. a) Es cuadrática.
b) Es lineal.
c) Es cuadrática.
d) Es lineal.
e) Es cuadrática.
f) Es lineal.
g) Es cuadrática.
h) Es lineal.

Página 62, Clase 1.3

1. a) Es cuadrática.
b) Es lineal.
c) Es cuadrática.
d) Es lineal.

2. a) –5 y 5 son soluciones.
b) 3 es solución única.
c) 5 y 3 son soluciones.
d) 3 es solución única.

1. a) $x^2 = 36$
$x = \pm\sqrt{36}$
$x = \pm 6$
b) $x = \pm 8$ c) $x = \pm\frac{1}{4}$ d) $x = \pm\frac{4}{7}$
e) $x = \pm 4$ f) $x = \pm 2$ g) $x = \pm\frac{1}{5}$
h) $x = \pm\frac{4}{5}$

2. Sea s la edad de Sandra, se cumple que
$(s + 7)(s - 7) = 95$
$s^2 - 49 = 95$
$s^2 = 144$
$s = \pm\sqrt{144}$
$s = \pm 12$
Dado que $s > 0$, la edad de Sandra es 12 años.

Página 63, Clase 1.4

1. a) –7 y 7
b) Ningún valor es solución
c) –6 y 7
d) Ningún valor es solución

2. a) $x^2 = 49$
$x = \pm\sqrt{49}$
$x = \pm 7$
b) $x = \pm\frac{1}{9}$ c) $x = \pm 6$ d) $x = \pm\frac{7}{6}$

1. a) $3x^2 = 12$
$x^2 = \frac{12}{3}$
$x^2 = 4$
$x = \pm\sqrt{4} \Rightarrow x = \pm 2$
b) $x = \pm\frac{5}{4}$ c) $x = \pm\frac{1}{3}$
d) $x = \pm\sqrt{2}$ e) $x = \pm 4$
f) $x = \pm\frac{7}{6}$ g) $x = \pm\frac{1}{4}$
h) $x = \pm 2$

2. Sea x el día de la apertura de la olimpiada. Se obtiene la ecuación:
$(x - 7)^2 + (x + 7)^2 = 386$
Resolviendo, $x = 12$.
La fecha fue 12 de julio del 2017.

Página 64, Clase 1.5

1. a) $x = \pm 4$ b) $x = \pm\frac{1}{8}$
c) $x = \pm\frac{2}{7}$ d) $x = \pm\frac{4}{9}$

2. a) $x = \pm 2$ b) $x = \pm 1$
c) $x = \pm\frac{3}{5}$ d) $x = \pm\sqrt{\frac{7}{5}}$

1. a) $(x + 6)^2 = 25$
Sea $w = x + 6$
$w^2 = 25$
$w = \pm\sqrt{25}$
$w = \pm 5$
$x + 6 = \pm 5$ Sustituyendo w
$x + 6 = 5$ y $x + 6 = -5$
$x = -1$ y $x = -11$
b) $x = 3 + \sqrt{5}$ y $x = 3 - \sqrt{5}$
c) $x = -7 + 3\sqrt{2}$ y $x = -7 - 3\sqrt{2}$
d) $x = 9$
e) $(x - 9)^2 - 49 = 0$
$(x - 9)^2 = 49$
Sea $w = x - 9$
$w^2 = 49$
$w = \pm 7$
$x - 9 = \pm 7$ Sustituyendo w
$x - 9 = 7$ y $x - 9 = -7$
$x = 16$ y $x = 2$
f) $x = -8 + \sqrt{7}$ y $x = -8 - \sqrt{7}$
g) $x = 5 + 3\sqrt{5}$ y $x = 5 - 3\sqrt{5}$
h) $x = 3$ y $x = 2$

2. Sea x el ancho del camino, se obtiene la siguiente ecuación cuadrática:
$(14 - x)^2 = 144$
$14 - x = 12$ $14 - x = -12$
$x = 2$ $x = 26$

Se descarta la segunda respuesta porque entonces el ancho del camino es mayor que el lado del terreno. Por tanto, el ancho debe ser 2 m.

Página 65, Clase 1.6

1. a) $5x^2 = 45$
$x^2 = \frac{45}{5}$
$x = \pm 9$
$x = \pm 3$
b) $x = \pm\sqrt{15}$
c) $x = \pm\frac{7}{6}$
d) $\pm\frac{2\sqrt{77}}{11}$

2. a) $(x - 3)^2 = 36$
$x - 3 = 6$ y $x - 3 = -6$
$x = 9$ y $x = -3$
b) $4 + 2\sqrt{10}$ y $4 - 2\sqrt{10}$
c) $-4 - \sqrt{3}$ y $-4 + \sqrt{3}$
d) $x = \frac{6}{5}$, $x = \frac{2}{5}$

a) $x^2 - 7x = 0$
$x(x - 7) = 0$
$\Rightarrow x = 0$ y $x - 7 = 0$
$\Rightarrow x = 0$ y $x = 7$
b) $x = 0$ y $x = 1$
c) $x = 0$ y $x = -\frac{5}{6}$
d) $x = 0$ y $x = -\frac{1}{8}$
e) $-x^2 + 2x = 0$
$x(-x + 2) = 0$
$\Rightarrow x = 0$ y $-x + 2 = 0$
$\Rightarrow x = 0$ y $x = 2$
f) $x = 0$ y $x = -9$
g) $x = 0$ y $x = \frac{1}{6}$
h) $x = 0$ y $x = \frac{3}{2}$

Página 66, Clase 1.7

1. a) $(x + 3)^2 = 49$
$x + 3 = 7$ y $x + 3 = -7$
$x = 4$ y $x = -10$
b) $x = 0$ y $x = 14$
c) $x = -3 + \sqrt{5}$ y $x = -3 - \sqrt{5}$
d) $x = -3$ y $x = 13$
2. a) $x^2 - 4x = 0$
$x(x - 4) = 0$
$\Rightarrow x = 0$ y $x - 4 = 0$
$\Rightarrow x = 0$ y $x = 4$
b) $x = 0$ y $x = -\frac{3}{7}$
c) $x = 0$ y $x = 16$
d) $x = 0$ y $x = -4$

a) $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2 = 0$
$\Rightarrow x - 5 = 0$
$x = 5$
b) $x = -1$ c) $x = \frac{1}{2}$ d) $x = \frac{1}{3}$
e) $x = -\frac{3}{2}$ f) $x = \frac{1}{8}$

Página 67, Clase 1.8

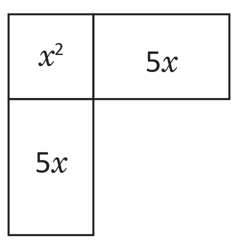
1. a) $x^2 - 9x = 0$
$x(x - 9) = 0$
$\Rightarrow x = 0$ y $x - 9 = 0$
$\Rightarrow x = 0$ y $x = 9$
b) $x = 0$ y $x = -1$
c) $x = 0$ y $x = \frac{7}{10}$
d) $x = 0$ y $x = \frac{3}{2}$
2. a) $x^2 - 8x + 16 = 0$
$(x - 4)^2 = 0$
$x - 4 = 0$
$x = 4$
b) $x = \frac{1}{4}$ c) $x = \frac{1}{3}$

1. a) $(x - 5)(x - 3) = 0$
$x - 5 = 0$ y $x - 3 = 0$
$x = 5$ y $x = 3$
b) $x = -7$ y $x = 1$
c) $x = 9$ y $x = -8$
d) $x^2 - 8x + 15 = 0$
$(x - 5)(x - 3) = 0$
$x = 5$ y $x = 3$
e) $x = 9$ y $x = -8$
f) $x = 3$ y $x = -10$
2. Sea x el primero de los números $x^2 + (x + 1)^2 = 113$ y los números que cumplen son $x = 7$ y $x = -8$.

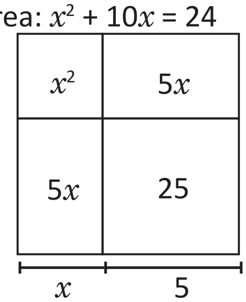
Página 68, Clase 1.9

1. a) $x^2 + 22x + 121 = 0$
$(x + 11)^2 = 0$
$x = -11$
b) $x = -\frac{4}{5}$ c) $x = \frac{1}{5}$
2. a) $x^2 + 10x + 21 = 0$
$(x + 3)(x + 7) = 0$
$x + 3 = 0$ y $x + 7 = 0$
$x = -3$ y $x = -7$
b) $x = -3$ y $x = 7$
c) $x = -6$ y $x = 5$

a) $x^2 + 10x = 24$
Se forma la figura



Área: $x^2 + 10x = 24$



Completando:
$x^2 + 10x + 25 = 24 + 25$
$(x + 5)^2 = 49$
Esto se cumple si $x = 2$
b) $x = 9$, es la solución positiva.

Página 69, Clase 1.10

1. a) $x^2 - 5x + 6 = 0$
$(x - 3)(x - 2) = 0$
$x - 3 = 0$ y $x - 2 = 0$
$x = 3$ y $x = 2$
b) $x = -7$ y $x = 8$
c) $x = -11$ y $x = 6$
2. $x = 7$, es la solución positiva.

a) $x^2 + 4x - 1 = 0$
$x^2 + 4x = 1$
$x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 1 + \left(\frac{4}{2}\right)^2$
$x^2 + 4x + 2^2 = 1 + 2^2$
$x^2 + 2(2x) + 2^2 = 5$
$(x + 2)^2 = 5$
$x + 2 = \pm\sqrt{5}$
$x = -2 \pm \sqrt{5}$
$\Rightarrow x = -2 + \sqrt{5}$ y $x = -2 - \sqrt{5}$
b) $(x + 7)^2 = 9 \Rightarrow x = -4$ y $x = -10$
c) $(x - 3)^2 = 8$
$\Rightarrow x = 3 + 2\sqrt{2}$ y $x = 3 - 2\sqrt{2}$
d) $x^2 - 3x - 5 = 0$
$x^2 - 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 5 + \left(\frac{3}{2}\right)^2$
$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{20}{4} + \frac{9}{4}$
$x - \frac{3}{2} = \pm\frac{\sqrt{29}}{2}$
$\Rightarrow x = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{29}}{2}$ y $x = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{29}}{2}$
e) $(x - 3)^2 = 3$
$\Rightarrow x = 3 + \sqrt{3}$ y $x = 3 - \sqrt{3}$
f) $(x + 3)^2 = 5$
$\Rightarrow x = -3 + \sqrt{5}$ y $x = -3 - \sqrt{5}$

Página 70, Clase 1.11

1. $x = 1$, es la solución positiva
2. a) $x^2 - x - 10 = 0$
$x^2 - x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 10 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$
$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{40}{4} + \frac{1}{4}$
$x - \frac{1}{2} = \pm\frac{\sqrt{41}}{2}$
$\Rightarrow x = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{41}}{2}$ y $x = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{41}}{2}$
b) $(x + 1)^2 = 8$
$\Rightarrow x = -1 + 2\sqrt{2}$ y $x = -1 - 2\sqrt{2}$

a) $x = -\frac{3}{2}$ y $x = 1$

b) $x = \frac{1}{2}$ y $x = -1$

c) $3x^2 + x - 1 = 0$

$$x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} = 0$$
$$x^2 + \frac{1}{3}x + \left(\frac{1}{2(3)}\right)^2 = \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{2(3)}\right)^2$$
$$x^2 + \frac{1}{3}x + \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{36}$$
$$\left(x + \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{13}{36}$$
$$x + \frac{1}{6} = \pm\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{36}}$$
$$x = -\frac{1}{6} \pm \frac{\sqrt{13}}{6}$$
$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{6}$$

Página 71, Clase 1.12

1. a) $x^2 - 6x + 2 = 0$

$$x^2 - 6x = -2$$
$$x^2 - 6x + 3^2 = -2 + 3^2$$
$$(x-3)^2 = 7$$
$$x - 3 = \pm\sqrt{7}$$
$$\Rightarrow\ x = 3 + \sqrt{7} \text{ y } x = 3 - \sqrt{7}$$

b) $(x-2)^2 = 5$

$$\Rightarrow x = 2 + \sqrt{5} \text{ y } x = 2 - \sqrt{5}$$

2. a) $x = \frac{1 \pm \sqrt{37}}{6}$

b) $x = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{4}$

a) $2x^2 - x - 2 = 0$

Si se sustituye $a = 2$, $b = -1$, $c = -2$ en la fórmula general, se verifica que

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(2)(-2)}}{2(2)}$$
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 16}}{4}$$
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

b) $x = -\frac{3}{2}$ y $x = -1$

c) $x = \frac{7 \pm \sqrt{17}}{8}$

d) $x = \frac{9 \pm \sqrt{21}}{10}$

e) $x = \frac{9 \pm \sqrt{33}}{8}$

f) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{6}$

Página 72, Clase 1.13

1. $x = \frac{1 \pm \sqrt{101}}{10}$

2. a) $5x^2 - x - 1 = 0$

$a = 5$, $b = -1$, $c = -1$;

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(5)(-1)}}{2(5)}$$
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 20}}{10}$$
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{10}$$

b) $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$

c) $x = \frac{5 \pm \sqrt{73}}{8}$

a) $3x^2 - x - 2 = 0$

$a = 3$, $b = -1$, $c = -2$;

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(3)(-2)}}{2(3)}$$
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{6}$$
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{6}$$
$$x = \frac{1 \pm 5}{6}$$
$$x = 1 \text{ y } x = -\frac{2}{3}$$

b) $x = 3$ y $x = \frac{1}{2}$

c) $x = -1$ y $x = -\frac{1}{2}$

d) $x = -\frac{1}{3}$

e) $2x^2 - 2x - 2 = 0$

$a = 2$, $b = -2$, $c = -2$;

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(2)(-2)}}{2(2)}$$
$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 16}}{4}$$
$$x = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{4}$$
$$x = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{4}$$
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

f) $x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{6}$

Página 73, Clase 1.14

1. a) $2x^2 + 3x - 1 = 0$

$a = 2$, $b = 3$, $c = -1$;

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(2)(-1)}}{2(2)}$$
$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 8}}{4}$$
$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$$

b) $x = \frac{-7 \pm \sqrt{41}}{4}$

c) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{6}$

2. a) $2x^2 + 5x - 3 = 0$

$a = 2$, $b = 5$, $c = -3$;

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)}$$
$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4}$$
$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{4}$$
$$x = \frac{-5 \pm 7}{4}$$
$$\Rightarrow\ x = -3 \text{ y } x = \frac{1}{2}$$

b) $x = -1$ y $x = -\frac{1}{3}$

c) $x = -1$ y $x = \frac{1}{6}$

1. a) $x^2 - \frac{49}{4} = 0$

$$x = \pm\sqrt{\frac{49}{4}}$$
$$x = \pm\frac{7}{2}$$

b) $x = 4$ y $x = -2$

c) $x = 12$ y $x = -3$

d) $x^2 + x - 1 = 0$

$a = 1$, $b = 1$, $c = -1$;

$$x = \frac{-(1) \pm \sqrt{(1)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$$
$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4}}{2}$$
$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

e) $x = 0$ y $x = -\frac{5}{2}$

f) $x = \frac{11 \pm \sqrt{41}}{4}$

2. Se plantea la ecuación:
$(2x + 4)(x + 1) = 24$. Dado que $2x + 4 > 0$ y $x + 1 > 0 \Rightarrow x = 2$.

Página 75, Clase 2.1

a) $x^2 - \frac{9}{16} = 0$

$$x = \pm\sqrt{\frac{9}{16}}$$
$$x = \pm\frac{3}{4}$$

b) $x = 2$ y $x = -2$

c) $x = 6$ y $x = 2$

d) $x = 1$ y $x = -2$

e) $x = 0$ y $x = -\frac{5}{12}$

f) $x = \frac{1}{2}$ y $x = \frac{1}{3}$

1. a) $x^2 + 6x + 9 = 0$
   Utilizando el discriminante
   $b^2 - 4ac$
   $6^2 - 4(1)(9) = 0.$
   Por tanto, la ecuación tiene 1 solución.
   b) Discriminante = –3
   La ecuación tiene 0 soluciones.
   c) Discriminante = 81
   La ecuación tiene 2 soluciones.
   d) Discriminante = –28
   La ecuación tiene 0 soluciones.
   e) Discriminante = –7
   La ecuación tiene 0 soluciones.
   f) Discriminante = 0
   La ecuación tiene 1 solución.
2. Sea $\$x$, el número de dólares que se reducen del precio original.
   Se obtiene la ecuación:
   $(200 + 28x)(10 - x) = 3\,000$
   $28x^2 - 80x + 1\,000 = 0$
   $7x^2 - 20x + 250 = 0$

El discriminante es un número negativo. Por lo tanto, no es posible obtener una ganancia de $3,000.

Página 76, Clase 2.2

1. a) $6x^2 - 54 = 0$
   $x^2 = \frac{54}{6}$
   $x^2 = 9$
   $\Rightarrow x = 3$ y $x = -3$
   b) $x = 0$ y $x = -\frac{9}{49}$
   c) $x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$
2. a) Discriminante –8, 0 soluciones.
   b) Discriminante 0, 1 solución.
   c) Discriminante 25, 2 soluciones.

1. Sean x y y los dos números.
   Se cumple que
   $x + y = 6$, $xy = 10$.
   Utilizando la primera ecuación:
   $x + y = 6$
   Multiplicando por x:
   $x^2 + xy = 6x$
   Sustituyendo $xy = 10$
   $x^2 + 10 = 6x$
   $x^2 - 6x + 10 = 0$
   Analizando el discriminante
   $(-6)^2 - 4(1)(10) = -4 < 0.$
   La ecuación no tiene soluciones en los números reales, por tanto, no existen dos números que cumplan estas condiciones.
2. a) Sean x m y y m las longitudes de los lados del terreno. Se puede plantear:
   $2(x + y) = 22$ y $xy = 31$
   Se obtiene la ecuación:
   $x^2 - 11x + 31 = 0$
   Analizando el discriminante
   $(-11)^2 - 4(1)(31) = -3 < 0$
   b) Se puede plantear la ecuación, $x^2 - 11x + 30 = 0.$
   Luego de resolver, se obtiene que las longitudes de los lados son 6 m y 5 m.

Página 77, Clase 2.3

1. a) Discriminante 13, 2 soluciones.
   b) Discriminante 0, 1 solución.
   c) Discriminante –4, 0 soluciones.
2. $c = 9$

1. Sea x m el ancho del camino. Se plantea la ecuación:
   $(12 - x)(22 - x) = 200$. Al resolver se obtiene que la longitud del ancho del camino debe ser 2 m.
2. Sea x el largo de la sección destinada para ejemplos.
   $(0.7 + x)x = 0.6$
   Se puede transformar en
   $10x^2 + 7x - 6 = 0$
   Al resolver, $x = 0.5$ m.
   El largo del papel es 1.2 m y el ancho 0.5 m.

Página 82, Clase 1.1

a) y es directamente proporcional a x. La constante de proporcionalidad es 2.

b) y es directamente proporcional a x. La constante de proporcionalidad es 3.

1. a) $y = 4x^2$

x	1	3	4	5	6	7	8
x^2	1	9	16	25	36	49	64
y	4	36	64	100	144	196	256

   b) $y = \frac{1}{3}x^2$

x	1	3	4	5	6	7	8
x^2	1	9	16	25	36	49	64
y	$\frac{1}{3}$	3	$\frac{16}{3}$	$\frac{25}{3}$	12	$\frac{49}{3}$	$\frac{64}{3}$

2. De los datos de la tabla, y se puede escribir en términos de x, como $y = 3x^2$.
   Por tanto, y es directamente proporcional al cuadrado de x.

Página 83, Clase 1.2

1. $y = 0.2x^2$

x	6	7	8	9	10
x^2	36	49	64	81	100
y	7.2	9.8	12.8	16.2	20

2. De los datos de la tabla, y se puede escribir en términos de x, como $y = -2x^2$.
   Por tanto, y es directamente proporcional al cuadrado de x.

a) $y = ax^2$
   $90 = a(3)^2$
   $a = \frac{90}{9}$
   $a = 10$

b) $a = \frac{3}{32}$

c) $a = \frac{5}{27}$

d) $a = -5$

Página 84, Clase 1.3

1. $y = 8x^2$

x	3	4	5	6	7	8
x^2	9	16	25	36	49	64
y	72	128	200	288	392	512

2. a) $y = ax^2$

$112 = a(4)^2$

$a = \frac{112}{16}$

$a = 7$

b) $a = -\frac{1}{6}$

1. Si $x = -3$, $y = 9$

Si $x = 3$, $y = 9$

Los valores de y son iguales.

Si $x = \frac{1}{3}$, $y = \frac{1}{9}$

Si $x = -\frac{1}{3}$, $y = \frac{1}{9}$

Los valores de y son iguales.

2. a) -4

b) $\frac{1}{2}$

c) $-\sqrt{2}$

Página 85, Clase 1.4

1. $a = -\frac{5}{12}$
2. $x = -\sqrt{3}$

$x = \sqrt{5}$

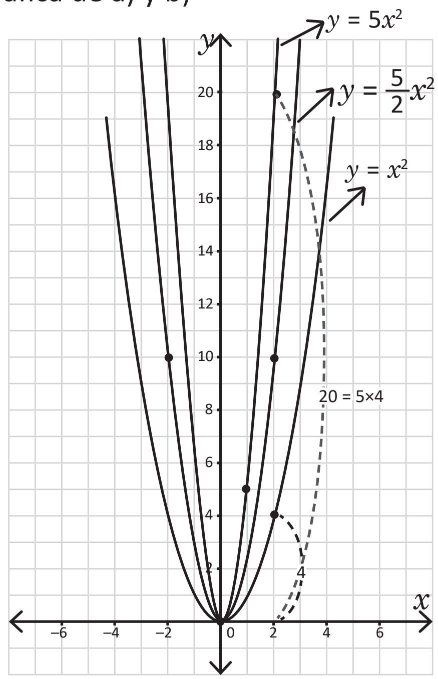
a) La gráfica de $y = 5x^2$ resulta de multiplicar por 5 los valores de $y = x^2$.

x	-2	-1	0	1	2
x^2	4	1	0	1	4
$5x^2$	20	5	0	5	20

Ambas gráficas pasan por el origen

Además $y = 5x^2$ está por arriba de $y = x^2$.

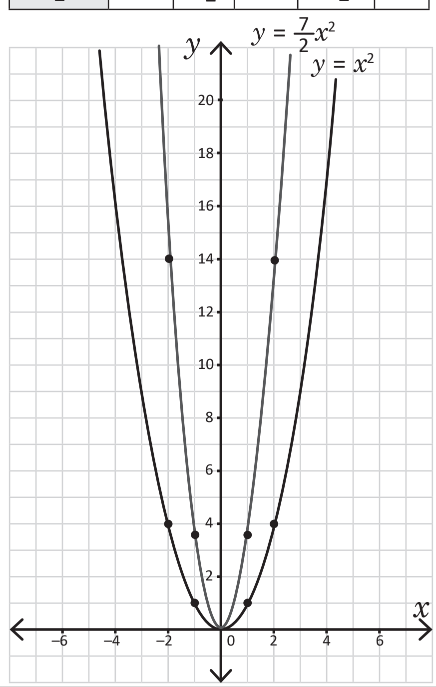
Gráfica de a) y b)



Página 86, Clase 1.5

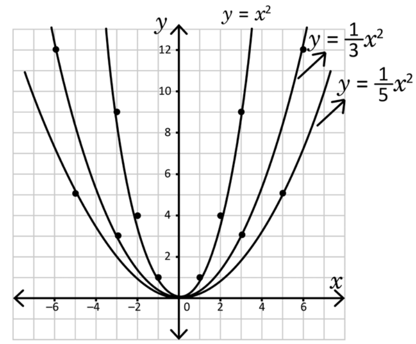
1. $x = \sqrt{7}$, $x = -\frac{1}{3}$
2. La gráfica de $y = \frac{7}{2}x^2$ resulta de multiplicar por $\frac{7}{2}$ los valores de $y = x^2$.

x	-2	-1	0	1	2
x^2	4	1	0	1	4
$\frac{7}{2}x^2$	14	$\frac{7}{2}$	0	$\frac{7}{2}$	14



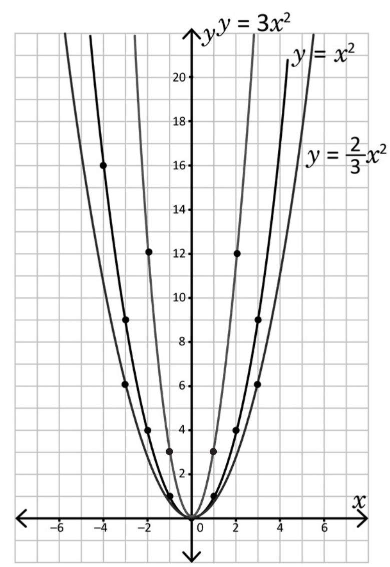
Además $y = \frac{7}{2}x^2$ está por debajo de $y = x^2$.

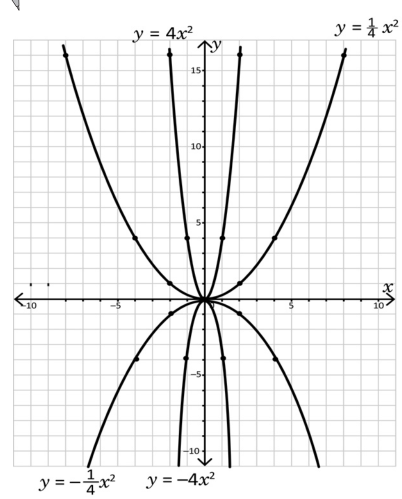
Gráfica de a) y b)



Página 87, Clase 1.6

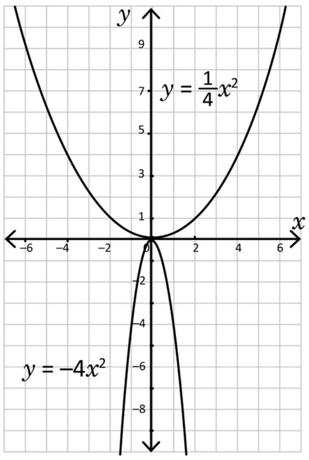
Gráfica de a) y b)

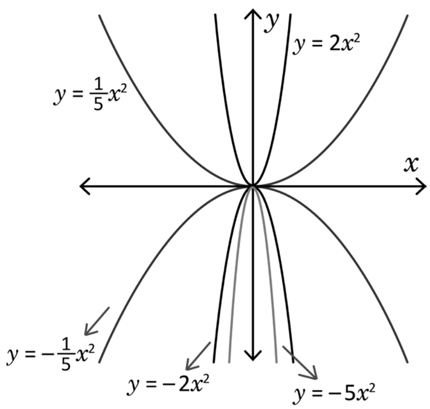




Página 88, Clase 1.7

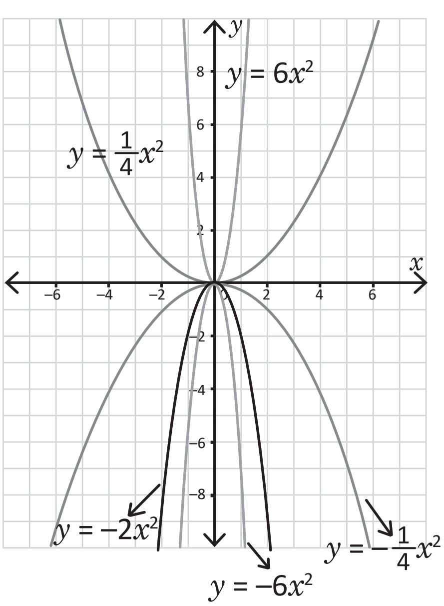
R





Página 89, Clase 1.8

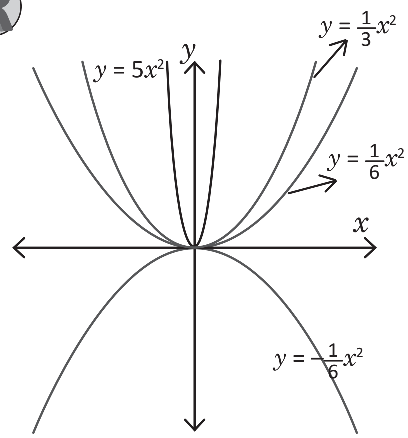
R



1. a) Si $y = 4x^2$, y aumenta de 4 a 16.
   Si $y = -4x^2$, y disminuye de -4 a -16.
   b) Si $y = 4x^2$, y disminuye de 64 a 16.
   Si $y = -4x^2$, y aumenta de -64 a -16.
2. a) Si $y = \frac{1}{3}x^2$, y disminuye de 3 a $\frac{1}{3}$
   Si $y = -\frac{1}{3}x^2$, y aumenta de -3 a $-\frac{1}{3}$
   b) Si $y = \frac{1}{3}x^2$, y aumenta de $\frac{25}{3}$ a 12.
   Si $y = -\frac{1}{3}x^2$, y disminuye de $-\frac{25}{3}$ a -12.

Página 90, Clase 1.9

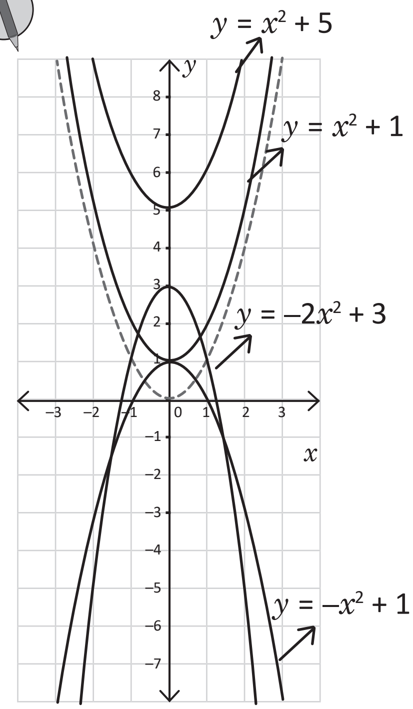
R



2. a) Si $y = \frac{1}{5}x^2$, y aumenta de $\frac{4}{5}$ a 5.
   Si $y = -\frac{1}{5}x^2$, y disminuye de $-\frac{4}{5}$ a -5.
   b) Si $y = \frac{1}{5}x^2$, y disminuye de 20 a 5.
   Si $y = -\frac{1}{5}x^2$, y aumenta de -20 a -5.

1. El valor mínimo de y es 0 (cuando $x = 0$), el valor máximo de y es 4 (cuando $x = 4$).
   Por tanto, y se encuentra entre 0 y 4.
2. y se encuentra entre -45 y 0.
3. El valor máximo de la función sucede cuando $x = -4$, en este caso $y = 8$.

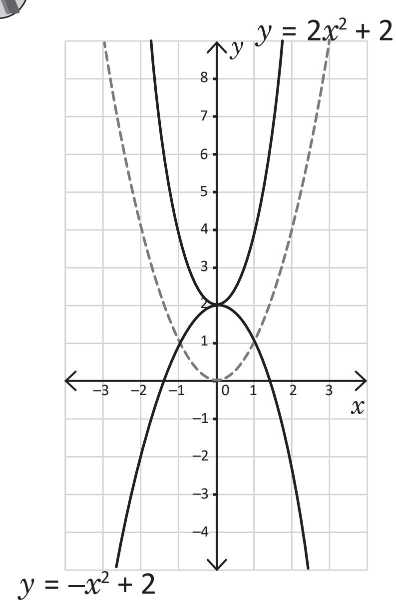
Página 92, Clase 2.1



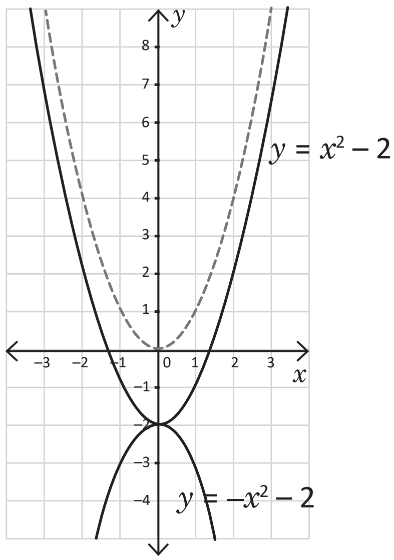
a) Vértice:(0,1)
b) Vértice:(0,1)
c) Vértice:(0,5)
d) Vértice:(0,3)

Página 93, Clase 2.2

R

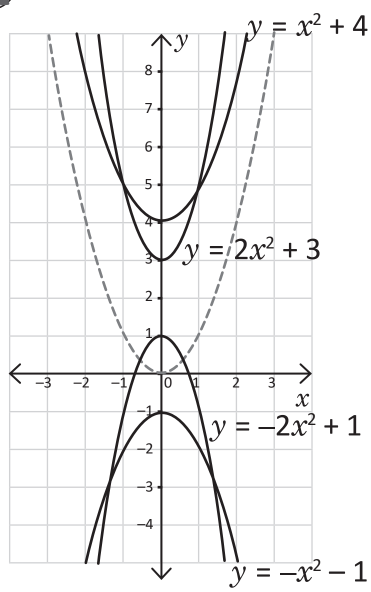


Vértice para a) y b): (0,2)



Vértice para a) y b): (0,–2)

Página 94, Clase 2.3



a) Vértice: (0, 4)
b) Vértice: (0, –1)
c) Vértice: (0, 3)
d) Vértice: (0, 1)

1. a) $c = -2$, $a = 3$; $y = 2x^2 + 3$
   b) $c = 5$, $a = -\frac{5}{9}$; $y = -\frac{5}{9}x^2 + 5$

2. Con los datos del problema, se pueden formar las ecuaciones: $a + c = 2$ y $4a + c = 17$. Resolviendo el sistema de ecuaciones se obtienen los valores $a = 5$ y $c = -3$. Por tanto, la ecuación es $y = 5x^2 - 3$.

Unidad 5

Página 100, Clase 1.1

1. a) a es $\frac{1}{3}$ de b.
   b) a es $\frac{1}{4}$ de b.
   c) b es $\frac{9}{12}$ de c. Simplificando, b es $\frac{3}{4}$ de c.
2. La altura de la portería debe ser $7.32 \times \frac{1}{3} = 2.44$ m
3. La hipotenusa del triángulo mide $6 \times \frac{5}{3} = 10$ cm.
4. Tres posibles medidas: sean a y b los dos segmentos.
   Se cumple, $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$, expresado de otra forma $a = \frac{2}{3}b$.
   Si $b = 3$ entonces $a = 2$.
   Si $b = 6$ entonces $a = 4$.
   Si $b = 9$ entonces $a = 6$.

Página 101, Clase 1.2

1. a) a es $\frac{2}{3}$ de b.
   b) b es $\frac{3}{5}$ de c.
   c) a es $\frac{2}{5}$ de c.
2. $\frac{d}{e} = \frac{2}{5}$, entonces $d = \frac{2}{5}e = 4$.
3. $g = \frac{4}{3}f = 8$.

1. a) Razón entre alturas:
   $\frac{6}{9}$. Simplificando $\frac{2}{3}$
   Razón entre las bases:
   $\frac{8}{12}$. Simplificando $\frac{2}{3}$
   Las razones coinciden, por tanto son proporcionales.
   b) No son proporcionales.
2. Como se menciona a y b, es proporcional a c y d , debe escribirse:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ entonces } \frac{6}{10} = \frac{12}{d}$$
$$\frac{10}{6} = \frac{d}{12}$$

Luego $d = \frac{10}{6} \times 12 = 20$.
La longitud del segmento d debe ser 20 cm.

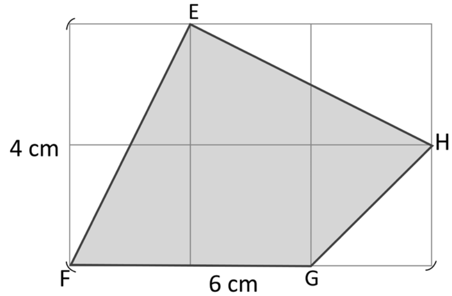
Página 102, Clase 1.3

1. Sea b la base y a la altura.

$$b:a = 3:4$$
$$9:a = 3:4$$
$$9 \times 4 = 3 \times a$$
$$36 = 3a$$
$$a = 12$$

2. Son proporcionales, la razón entre los lados es 5:4.
3. $c = \frac{5}{2}$

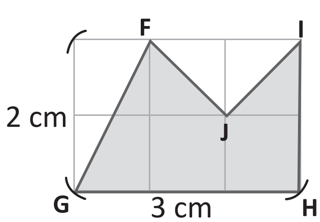
Para ampliar al doble, debes realizar una cuadrícula donde cada celda tenga por lado 2 cm, ya que en la figura original, cada celda tiene 1 cm por lado.



La imagen mostrada, no tiene las medidas reales.

Página 103, Clase 1.4

1. $b = 15$
2. Ejemplo de esquema resultante

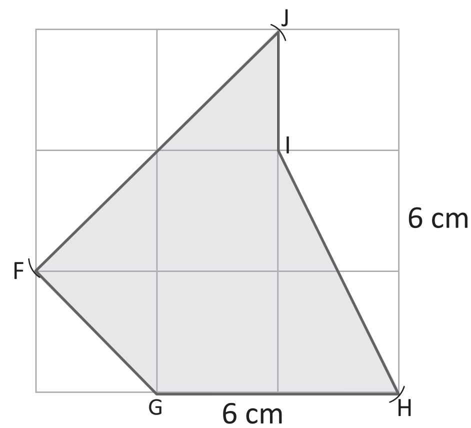


1. Las figuras están rotadas
   ∢A es correspondiente con ∢G
   ∢B es correspondiente con ∢H
   ∢C es correspondiente con ∢E
   ∢D es correspondiente con ∢F

2. ∢A es correspondiente con ∢F
   ∢B es correspondiente con ∢G
   ∢C es correspondiente con ∢H
   ∢D es correspondiente con ∢I
   ∢E es correspondiente con ∢J

Página 104, Clase 1.5

1. El esquema de la figura resultante, ampliada al doble.



2. ∢A es correspondiente con ∢F
   ∢B es correspondiente con ∢G
   ∢C es correspondiente con ∢H
   ∢D es correspondiente con ∢I
   ∢E es correspondiente con ∢J

1. Los lados correspondientes son:
   AB con DF
   BC con FE
   CA con ED

De la imagen. $DF = 3AB \Rightarrow \frac{AB}{DF} = \frac{1}{3}$

$FE = 3BC \Rightarrow \frac{BC}{FE} = \frac{1}{3}$

$ED = 3CA \Rightarrow \frac{CA}{ED} = \frac{1}{3}$

La razón de semejanza es $\frac{1}{3}$.

2. Los lados correspondientes son:
   DC con FE
   DA con FG
   AB con GH
   BC con HE

De la imagen. $FE = 2DC \Rightarrow \frac{DC}{FE} = \frac{1}{2}$

$FG = 2DA \Rightarrow \frac{DA}{FG} = \frac{1}{2}$

$GH = 2AB \Rightarrow \frac{AB}{GH} = \frac{1}{2}$

$HE = 2BC \Rightarrow \frac{BC}{HE} = \frac{1}{2}$

La razón de semejanza es $\frac{1}{2}$.

Página 105, Clase 1.6

1. Las figuras están rotadas
   ∢E = ∢F, ∢D = ∢G, ∢C = ∢H,
   ∢B = ∢I, ∢A = ∢J.
2. Los lados homólogos son:
   BC con ED
   CA con DF
   AB con FE

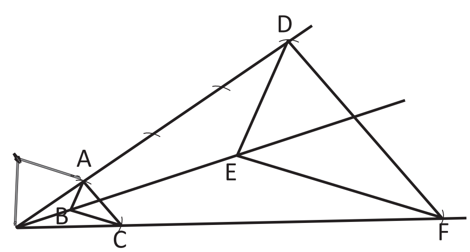
De la imagen. $ED = 2BC \Rightarrow \frac{BC}{ED} = \frac{1}{2}$

$CA = 2DF \Rightarrow \frac{CA}{DF} = \frac{1}{2}$

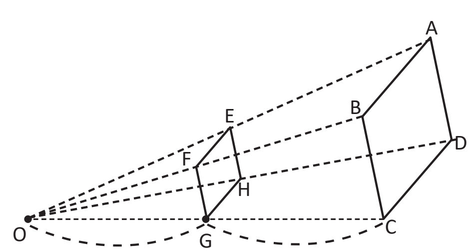
$FE = 2AB \Rightarrow \frac{AB}{FE} = \frac{1}{2}$

La razón de semejanza es $\frac{1}{2}$.

1. Utilizando regla y compás.



2. Ejemplo de solución.
   Utilizando regla y compás.



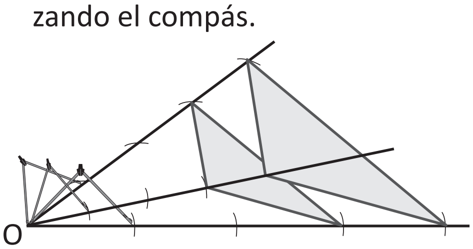
Página 107, Clase 2.1

R

1. a) Ángulos iguales:
   $\measuredangle A$ con $\measuredangle E$, $\measuredangle B$ con $\measuredangle F$, $\measuredangle C$ con $\measuredangle D$.
   Lados proporcionales:
   AC con ED, AB con EF, BC con FD.
   Son semejantes, ya que $\measuredangle A = \measuredangle E$, $\measuredangle B = \measuredangle F$, $\measuredangle C = \measuredangle D$ y los lados son proporcionales.
   La razón de semejanza es $\frac{1}{2}$.
   b) Ángulos iguales:
   $\measuredangle B$ con $\measuredangle H$, $\measuredangle C$ con $\measuredangle G$, $\measuredangle D$ con $\measuredangle F$, $\measuredangle A$ con $\measuredangle E$.
   Lados proporcionales:
   DC con FG, CB con GH, BA con HE, AD con EF.
   Las figuras son semejantes, ya que $\measuredangle B = \measuredangle H$, $\measuredangle C = \measuredangle G$, $\measuredangle D = \measuredangle F$, $\measuredangle A = \measuredangle E$ y los lados son proporcionales.
   La razón de semejanza es $\frac{1}{3}$.

2. Si la razón de semejanza es 3:4, significa que por cada 3 distancias del primer triángulo, hay 4 distancias del segundo.

   Ejemplo de solución:
   Se fija un punto O y se trazan tres rectas desde O, en cada recta se toman distancias arbitrarias, utilizando el compás.

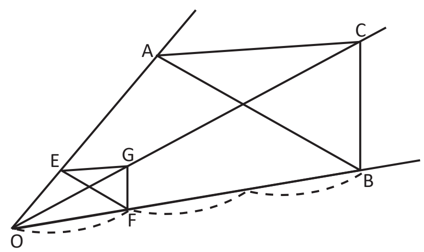


1. Se cumple que
   $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{1}{3}$, esta razón se obtiene luego de simplificar.
   Por tanto, sus lados son proporcionales. Y por el criterio LLL, $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.
2. Para que sean semejantes, se debe cumplir que
   $$\frac{4}{y} = \frac{6}{9} = \frac{x}{12}$$
   Tomando la primera igualdad:
   $\frac{4}{y} = \frac{6}{9}$ y resolviendo $y = 6$.
   Tomando la segunda igualdad:
   $\frac{6}{9} = \frac{x}{12}$ y resolviendo $x = 8$.

Página 108, Clase 2.2

R

1. La razón 3:1 significa que por cada 3 partes del triángulo ABC hay 1 parte del triángulo DEF, es decir los lados de ΔDEF son la tercera parte de sus correspondientes homólogos en ΔABC.



2. $\Delta GHI \sim \Delta ABC$ por LLL, pero ΔDEF no lo es, ya que, un par de lados correspondientes no son proporcionales.
3. Los valores son, $x = 9$ y $y = 7.5$.

1. a) Como $\measuredangle A = \measuredangle D$, $\measuredangle B = \measuredangle E$. Por el criterio AA, los triángulos son semejantes.
   b) Utilizando que la suma de los ángulos internos de un triángulo suman 180°, pueden encontrarse los ángulos faltantes y se observa que son iguales, luego, por el criterio AA los triángulos son semejantes.
2. a) En el ΔABC:
   $\measuredangle A + 84° + 60° = 180°$, entonces $\measuredangle A = 36°$.
   Por tanto, $\measuredangle A = \measuredangle D$ y $\measuredangle DEF = \measuredangle ABC = 84°$.
   b) Las figuras están rotadas.
   $\measuredangle DEF = 40°$

Página 109, Clase 2.3

R

Luego de encontrar todos los ángulos de ΔABC y ΔGIH. Por el criterio AA, $\Delta ABC \sim \Delta GIH$.
$\Delta DEF \sim \Delta IGH$ por el criterio LLL, la razón de semejanza es $\frac{2}{3}$.
$\Delta DEF \sim \Delta JKL$ por el criterio LLL, la razón de semejanza es 2.
Nota: Si $\Delta DEF \sim \Delta IGH$ y $\Delta DEF \sim \Delta JKL$ entonces $\Delta IGH \sim \Delta JKL$. De igual forma: $\Delta ABC \sim \Delta EDF$ y $\Delta ABC \sim \Delta KJL$.
Todos los triángulos son semejantes.

Para ΔABC y ΔHIG, se tiene que $\measuredangle B = \measuredangle I$, también $\frac{AB}{HI} = \frac{BC}{IG} = \frac{2}{3}$. Por el criterio LAL, $\Delta ABC \sim \Delta HIG$.
Para ΔABC y ΔLJK, se tiene que $\measuredangle J = \measuredangle B$, también $\frac{AB}{LJ} = \frac{BC}{JK} = \frac{1}{3}$. Por el criterio LAL, $\Delta ABC \sim \Delta JKL$.
Por tanto, únicamente $\Delta ABC \sim \Delta JKL$, $\Delta ABC \sim \Delta HIG$ y $\Delta JKL \sim \Delta HIG$.
La razón de semejanza correspondiente es $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ y 2.

Página 112, Clase 3.1

R

Para ΔGHI, se tiene que $\measuredangle I = 24.2°$, y dado que $\measuredangle I = \measuredangle C$ y $\measuredangle H = \measuredangle B$, por el criterio AA, $\Delta ABC \sim \Delta GHI$.
Para ΔDEF, se tiene que
$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} = \frac{2}{5}$.
Por el criterio LLL, $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

1. Como M y N son los puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{CA}$ se puede utilizar el teorema de la base media. Por tanto, $\overline{MN} = \frac{12}{2} = 6$.
2. Utilizando el teorema sobre la base media, se puede concluir que $x = 2$.

Página 113, Clase 3.2

1. Observando los triángulos ΔABC y ΔBDC, se sabe que $\sphericalangle A = \sphericalangle CBD$ y comparten $\sphericalangle C$. Luego, por el criterio AA $\Delta ABC \sim \Delta BDC$. Se cumple entonces:
$$\frac{CD}{BC} = \frac{BC}{AC}$$
$$CD = \frac{BC}{AC} \times BC$$
$$CD = \frac{12}{16} \times 12$$
$$CD = 9$$
2. AB = 7
3. $x = \frac{5}{2}$

1. Como M es punto medio de $\overline{AB}$ y $\overline{MN}$ es paralelo a $\overline{BC}$ entonces:
$$\overline{MN} = \frac{BC}{2} = \frac{9}{2}$$
Como $\sphericalangle N = \sphericalangle C$ por ser correspondientes entre paralelas y comparten $\sphericalangle A$, $\Delta ABC \sim \Delta AMN$. Así que
$$\frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$
$$AN = \frac{MN}{BC} \times AC$$
$$AN = \frac{1}{2} \times 16 = 8$$
2. $y = 1$

Página 114, Clase 3.3

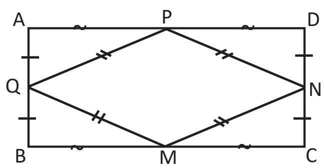
1. $x = 3$, BC = 10.
2. DF = 6 cm, EN = $\frac{11}{2}$

Se traza la diagonal $\overline{BD}$.
Como M es punto medio de $\overline{AB}$ y Q es punto medio de $\overline{AD}$.
Por el teorema de la base media:
$\overline{MQ} \parallel \overline{BD}$, $\overline{PN} \parallel \overline{BD}$ entonces, $\overline{MQ} \parallel \overline{PN}$.
Se traza la diagonal $\overline{AC}$.
Por el teorema de la base media
$\overline{MN} \parallel \overline{AC}$, $\overline{PQ} \parallel \overline{AC}$. Entonces, $\overline{PQ} \parallel \overline{MN}$.
Como $\overline{MQ} \parallel \overline{PN}$ y $\overline{PQ} \parallel \overline{MN}$, el cuadrilátero MNPQ es un paralelogramo.

Puede utilizarse también que un cuadrilátero es un paralelogramo si un par de lados opuestos son paralelos y congruentes.
Por el teorema de la base media:
$MQ = \frac{1}{2}BD$ y $MQ \parallel BD$, $NP = \frac{1}{2}BD$ y $NP \parallel BD$
Luego, MNPQ es paralelogramo.

Página 115, Clase 3.4

1. $y = 4$, $BN = \frac{15}{2}$.
2. Sean M, N, P, Q los puntos medios de $\overline{BM}$, $\overline{CD}$, $\overline{AD}$ y $\overline{AB}$ respectivamente. Por el resultado de la clase anterior:
$PQ = \frac{1}{2}BD = MN$.
$QM = \frac{1}{2}AC = PN$.
Si ABCD es rectángulo, AC = BD. Entonces, PQ = QM = MN = NP.
Por tanto PQMN es rombo.



1. a) Como $\overline{DF} \parallel \overline{BC}$, $\Delta ABC \sim \Delta ADF$.
Como $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$, $\Delta ABC \sim \Delta FEC$.
b) $\frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{DF}{BC}$, $\frac{FC}{AC} = \frac{EC}{BC} = \frac{EF}{AB}$.
2. Se puede concluir que $\Delta GHI \sim \Delta JHK$. Utilizando los resultados de semejanza se obtiene $GH = \frac{15}{2}$.

Página 116, Clase 3.5

1. Utilizando el teorema de la base media repetidas veces se puede mostrar que, SR = PQ = 2 cm y también $PS = QR = \frac{7}{2}$.
2. $\Delta GEH \sim \Delta DEF$ y $\Delta IHF \sim \Delta DEF$.
También $\frac{GE}{DE} = \frac{GH}{DF} = \frac{EH}{EF}$.
Y además $\frac{IF}{DF} = \frac{IH}{DE} = \frac{HF}{EF}$.

1. Utilizando el resultado de la clase
$$\frac{DC}{AD} = \frac{EC}{BE}$$
$$\frac{12}{4} = \frac{9}{BE}$$
$$BE = \frac{4}{12} \times 9$$
$$BE = 3$$
2. Ya que $\overline{IJ} \parallel \overline{KL}$ se puede utilizar el resultado de la clase y se tiene $\frac{x}{6} = \frac{2}{4}$, entonces $x = 3$, también $\overline{KL} \parallel \overline{GH}$ y se obtiene $\frac{y}{9} = \frac{3}{6}$, de donde $y = \frac{9}{2}$.

Página 117, Clase 3.6

1. $\frac{BD}{BC} = \frac{ED}{AC}$, $BD = \frac{27}{4}$
2. $\frac{EH}{HF} = \frac{EG}{GD}$, EH = 10

Utilizando el resultado de la clase puede justificarse que $DE \parallel CB$. Por lo tanto, $\sphericalangle ACB = 85°$ y $\sphericalangle CBA = 60°$.

Página 118, Clase 3.7

1. $x = 4$, $y = 12$.
2. Como $GH \parallel DE$, $\sphericalangle FHG = 135°$

Utilizando el resultado de la clase:
a) $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$
b) $\overline{DF} \parallel \overline{AB}$
c) No puede concluirse que $\overline{EF} \parallel \overline{AC}$ ya que no se describe ninguna proporción entre los lados AE, EB, Y CF, FB.

Página 119, Clase 3.8

1. Utilizando el resultado de la clase 3.6 se puede mostrar que $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$, entonces $\sphericalangle CED = 46°$.

2. Utilizando el resultado de la clase anterior se puede demostrar que $\overline{KJ} \parallel \overline{HI}$ y $\overline{KL} \parallel \overline{GI}$.

1. a) Utilizando el teorema sobre la proporcionalidad y el paralelismo.

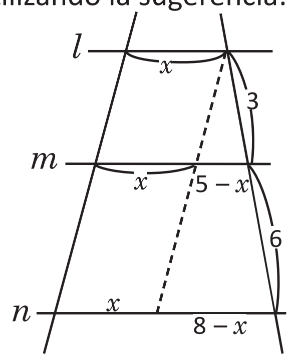
$$\frac{x}{5} = \frac{15}{6}$$
$$x = \frac{15}{6} \times 5$$
$$x = \frac{25}{2}$$

b) Aunque las rectas se crucen puede utilizarse el teorema visto en la clase, obteniendo la relación:

$$\frac{x}{10} = \frac{10}{12.5}$$

Resolviendo, $x = 8$.

2. Utilizando la sugerencia:



En el triángulo formado se cumple la relación:

$$\frac{5-x}{8-x} = \frac{3}{9}$$

Resolviendo, $x = \frac{7}{2}$.

Página 121, Clase 4.1

1. a) Utilizando $\frac{CF}{CA} = \frac{CE}{CB}$ se concluye que $\overline{FE} \parallel \overline{AB}$.

b) $\frac{AD}{DB} = \frac{AF}{FC}$, $\overline{BC} \parallel \overline{DF}$

c) De a), $\sphericalangle CEF = 180° - (36° + 29°) = 115°$.

2. Establecer $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$, de donde se obtiene EF = 3.6 cm.

1. Sea x la distancia real, en centímetros, que hay entre los dos volcanes.

4 cm : x = 1 : 2 250 000

Resolviendo:

x = 9 000 000. Pasando la escala de cm a Km, la distancia entre los dos volcanes es 90 km.

2. a) Tomando cualquier lado y escribiendo la razón entre las escalas del plano y las medidas reales en cm, se tiene: $\frac{2}{480} = \frac{1}{240}$ Tomando el otro lado también se llega a la misma razón. Por tanto, la escala es 1:240.

b) Utilizando la escala obtenida en el literal anterior se pueden obtener las medidas, por ejemplo, para el baño:

Sea x la altura del rectángulo que representa el baño, dada en cm:

0.75:x = 1:240

De donde x = 180 cm = 1.8 m

Sea y la otra medida real en cm:

2:y = 1:240,

De donde y = 480 cm = 4.8 m.

Por tanto, las dimensiones reales del baño son: 1.8 m × 4.8 m.

De igual forma pueden obtenerse las otras dimensiones.

Dimensiones del comedor:

4.8 m × 4.8 m

Dimensiones de la cocina:

7.2 m × 3.6 m

Página 123, Clase 4.2

1. x = 14
2. La escala es $\frac{1}{800\,000}$.

1. a) Como la razón entre los triángulos es 1:4. La razón entre las áreas es $\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$.

b) (ABC) = 3, (DEF) = 48,

$$\frac{(ABC)}{(DEF)} = \frac{1}{16}.$$

2. La razón es $\sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}$.

Página 124, Clase 4.3

1. Dimensiones de la bodega:
   2.5 m × 3.5 m
   Dimensiones de los baños:
   3.5 m × 3 m
   Dimensiones de la sala de reuniones:
   4 m × 5 m
2. La razón de sus áreas es $\frac{4}{25}$.

a) La razón entre cada lado correspondiente da $\frac{4}{5}$ por tanto son semejantes y la razón de sus volúmenes es $\left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{64}{125}$.

b) $V_1 = 480$

$V_2 = 937.5$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{480}{937.5} = \frac{480 \times 2}{937.5 \times 2} = \frac{64}{125}$$

Página 125, Clase 4.4

1. La razón de semejanza es $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$.
2. La razón entre las alturas es $\frac{3}{5}$, la razón entre sus volúmenes es:
   $\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125}$.

1. Sea x la altura del poste, se cumple la relación: 1.60:x = 1.3:4.3, de donde $x \approx 5.29$ m.
2. Utilizando el teorema sobre la proporcionalidad y el paralelismo.
   Sea x la distancia entre la parada de bus y la panadería, se cumple: 28:74 = 33:x, de donde, al resolver $x \approx 87.21$.
   Por tanto, la distancia entre la parada de bus y la panadería es aproximadamente 87.21 m.

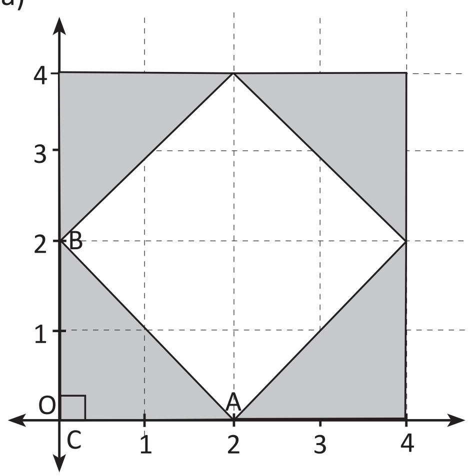
Página 130, Clase 1.1

x = 13 cm. Se sigue un procedimiento similar al realizado en la clase.

Página 131, Clase 1.2

Recordar el procedimiento utilizado en la clase anterior para determinar la hipotenusa de un triángulo.

a)



De la figura:

$(4)^2 - \frac{2 \times 2}{2} \times 4 = 8$

Luego, $AB^2 = 8$ y $AB = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

b) $AB = \sqrt{13}$

Página 132, Clase 1.3

a) $AB = \sqrt{5}$

b) $AB = \sqrt{2}$

a) $(3\sqrt{2})^2 = 9 \times 2 = 18 = 9 + 9 = 3^2 + 3^2$

Se cumple el teorema de Pitágoras.

b) $4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17$

$(\sqrt{17})^2 = 17$

Se cumple el teorema de Pitágoras.

Verificando las igualdades de modo similar a los literales anteriores, en todos los demás literales se cumple el teorema de Pitágoras.

Página 133, Clase 1.4

a) $5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$

$(\sqrt{34})^2 = 34$

Se cumple el teorema de Pitágoras.

Verificar b) y c) de forma similar.

Conclusión: $AB^2 = BC^2 + CA^2$

Recordar el procedimiento realizado en clase.

Página 134, Clase 1.5

a) $5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$

$(\sqrt{41})^2 = 41$

Se cumple el teorema de Pitágoras.

Verificar b) y c) de forma similar.

a) Dado que es un triángulo rectángulo se puede aplicar el Teorema de Pitágoras. Se cumple:

$$x^2 + 3^2 = 5^2$$
$$x^2 = 5^2 - 3^2$$
$$x^2 = 25 - 9$$
$$x^2 = 16$$
$$x = \sqrt{16} = 4$$

b) $x = 4$

c) $x = 2$

d) $x = 12$

Página 135, Clase 1.6

a) Utilizando el Teorema de Pitágoras: $x^2 = 3^2 + 2^2$

$$x^2 = 9 + 4$$
$$x^2 = 13$$
$$x = \sqrt{13}$$

b) $x = \sqrt{5}$

c) $x = \sqrt{2}$

a) Recordando que las rectas tangentes a la circunferencia forman un ángulo de 90° con el radio y trazando el radio OP, puede establecerse:

$$AO^2 = OP^2 + x^2$$
$$x^2 = AO^2 - OP^2$$
$$x^2 = AO^2 - OP^2$$
$$x = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

b) Utilizando los dos triángulos rectángulos que se forman.

Para ΔBCD:

$CD^2 + (14 - x)^2 = 15^2$

Para ΔADC:

$CD^2 + x^2 = 13^2$

Resolviendo estas dos igualdades se obtiene que x = 5 cm.

Página 136, Clase 1.7

1. a) $\sqrt{35}$

   b) $\sqrt{7}$

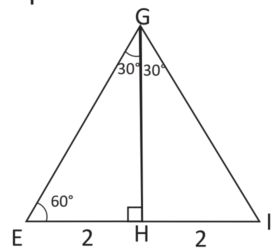
2. Utilizando propiedad de los triángulos isósceles, el cateto del triángulo de la izquierda mide 4 cm. Luego x = 3 cm.

a) $\sphericalangle A = 45°$, ΔABC es isósceles, por tanto $AB = 2$. Utilizando el teorema de Pitágoras:

$AC^2 = 2^2 + 2^2 = 8$

$AC = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

b) $\measuredangle G = 30°$. Puede considerarse ΔEHG como la mitad de un triángulo equilátero.



Luego, EG = 4, por ser ΔEIG equilátero. Para encontrar GH se utiliza el teorema de Pitágoras y se obtiene $GH = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$.

c) $\measuredangle E = 60°$, $EH = \frac{1}{2}$, $GH = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Página 137, Clase 1.8

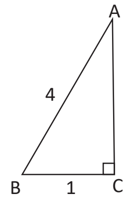
Ángulos:
$\measuredangle A = 45°$, $\measuredangle B = 75°$, $\measuredangle C = 60°$.
Lados:
$AC = \sqrt{3} + 3$, $AB = 3\sqrt{2}$.

a) $13^2 = 169$
$12^2 + 5^2 = 169$
Por el recíproco del teorema de Pitágoras, es un triángulo rectángulo.
b) Es un triángulo rectángulo.
c) No es un triángulo rectángulo.
d) Es un triángulo rectángulo.
e) No es un triángulo rectángulo.
f) Es un triángulo rectángulo.

Página 138, Clase 2.1

1. a) $\measuredangle A = 45°$, $\measuredangle B = 90°$, $\measuredangle C = 45°$.
   $AB = BC = \frac{1}{2}$, $AC = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
   b) $\measuredangle G = 30°$, $\measuredangle H = 90°$, $\measuredangle E = 60°$.
   $EH = 3$, $EG = 6$, $GH = 3\sqrt{3}$
2. a) Es un triángulo rectángulo.
   b) Es un triángulo rectángulo.

a) La altura del cono será igual a la medida del cateto AC.



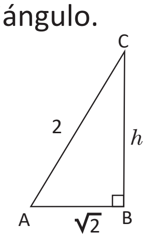
$AC^2 = 4^2 - 1 = 15$, $AC = \sqrt{15}$.
Utilizando la fórmula para determinar el volumen del cono.
$V_c = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. Sustituyendo
$V_c = \frac{1}{3}\pi(1)^2(\sqrt{15}) = \frac{\sqrt{15}\,\pi}{3}$ cm^3

b) $V_c = \frac{25\sqrt{39}\pi}{24}$ cm^3, $h = \frac{\sqrt{39}}{2}$

Página 139, Clase 2.2

1. a) No es un triángulo rectángulo.
   b) No es un triángulo rectángulo.
2. $V_c = \frac{3\sqrt{10}\pi}{4}$ cm^3, altura = $\sqrt{10}$ cm.

a) Sea AE, la diagonal del cuadrado base. $AE = 2\sqrt{2}$. Si AB es la mitad de AE, se puede calcular la altura de la pirámide utilizando el siguiente triángulo.



Luego, $BC = h = \sqrt{2}$. Utilizando la fórmula para calcular el vólumen de una pirámide.
$V_p = \frac{1}{3}A_B h$. Sustituyendo
$V_p = \frac{1}{3}(4)\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$ cm^3

b) $V_p = \frac{16\sqrt{3}}{3}$ cm^3.
Altura = $\sqrt{3}$ cm.

Página 140, Clase 2.3

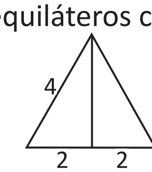
1. $V_c = \frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$ cm^3, altura = $2\sqrt{3}$ cm
2. $V_p = 3\sqrt{\frac{41}{2}}$ cm^3, altura = $\sqrt{\frac{41}{2}}$ cm

Utilizando el teorema de Pitágoras dos veces se concluye que la medida de la diagonal del ortoedro es:
$\sqrt{29}$ cm.

Página 141, Clase 2.4

1. $V_p = \frac{4\sqrt{7}}{3}$ cm^3, altura = $\sqrt{7}$ cm
2. Medida de la diagonal:
   $2\sqrt{6}$ cm
   Volumen del ortoedro:
   $2 \times 2 \times 4 = 16$ cm^3

a) Trazando las diagonales del hexágono se pueden formar seis triángulos equiláteros congruentes.



Longitud del apotema: $2\sqrt{3}$ cm.
Área: $24\sqrt{3}$ cm^2.

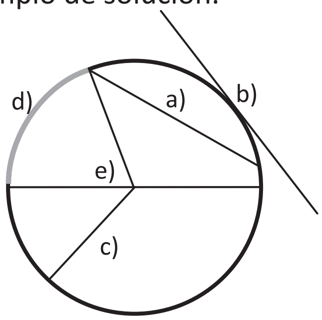
b) Medidas aproximadas.
Longitud del apotema: 89 cm
Área: 11.34 cm^2.

Página 144, Clase 2.7

1. Utilizando el teorema de Pitágoras se obtiene que AC ≈ 3.34 km, se puede concluir que el camino de menos longitud es AC.
2. La altura del monumento Divino Salvador del Mundo es aproximadamente 17.99 m.

Página 148, Clase 1.1

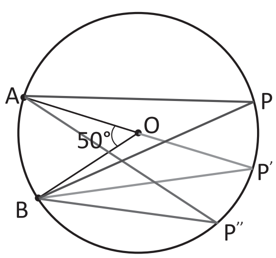
1. Orden de respuestas:
   c, a, b, c, d, e, e, d.
2. Ejemplo de solución.



Página 149, Clase 1.2

Orden de respuestas:
1-e), 2-c), 3-d), 4-b), 5-a)

a) Ejemplo de solución:

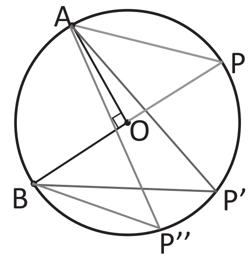


En cada caso el valor del ángulo inscrito es ∢AOB ÷ 2 = 25°.

b) La medida de los ángulos inscritos es 68°.
c) La medida de los ángulos inscritos es 90°.
d) La medida de los ángulos inscritos es 155°.

Página 150, Clase 1.3

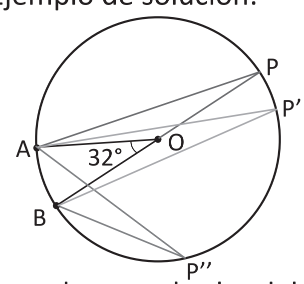
1. Referirse a la clase 1.1, página 144.
2. Ejemplo de solución:
   En cada caso el valor del ángulo inscrito es ∢AOB ÷ 2 = 45°.



a) ∢BOA = 2∢BPA
   ∢BOA = 2(35°) = 70°
b) x = 90°
c) x = 144°
d) x = 33°
e) x = 56°
f) x = 45°

Página 151, Clase 1.4

1. a) Ejemplo de solución:



En cada caso el valor del ángulo inscrito es ∢AOB ÷ 2 = 16°.
b) La medida de los ángulos inscritos es 112°.
2. a) x = 80°
   b) x = 116°
   c) x = 67°

a) x = 100°
b) x = 168°
c) x = 246°
d) x = 38°
e) x = 79°
f) x = 119°

Página 152, Clase 1.5

1. a) x = 62°
   b) x = 67°
   c) x = 76°
2. a) x = 78°
   b) x = 174°
   c) x = 117°

a) x = 76°
b) x = 90°
c) x = 48°
d) x = 90°, y = 90°, z = 90°.

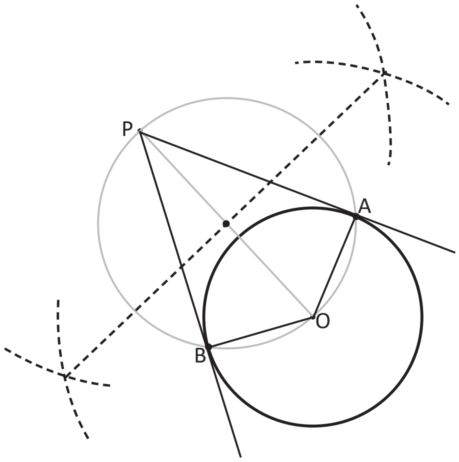
Página 154, Clase 1.7

1. a) x = 29°. Por ser ángulo inscrito. Como $\overset{\frown}{CD}$ = $\overset{\frown}{AB}$, ∢APB = ∢CPD = 29°. Por tanto, y = 29°.
   b) x = 68°, y = 68°.
   c) x = 45°, y = 45°.
   d) x = 52°, y = 26°.
   e) x = 64°, y = 32°.
   f) x = 140°, y = 70°.

2. a) $\overset{\frown}{FE}$ = $\overset{\frown}{DB}$ = $\overset{\frown}{CA}$
   b) $\overset{\frown}{AE}$ = $\overset{\frown}{GD}$ = $\overset{\frown}{FC}$ = $\overset{\frown}{EB}$ = $\overset{\frown}{DA}$ = $\overset{\frown}{CG}$ = $\overset{\frown}{BF}$.
   También, como $\overset{\frown}{AE}$ = $\overset{\frown}{GD}$ entonces $\overset{\frown}{AG}$ = $\overset{\frown}{ED}$, de la misma forma puede obtenerse la siguiente cadena de igualdades.
   $\overset{\frown}{AG}$ = $\overset{\frown}{GF}$ = $\overset{\frown}{FE}$ = $\overset{\frown}{ED}$ = $\overset{\frown}{DC}$ = $\overset{\frown}{CB}$ = $\overset{\frown}{BA}$
   Pueden obtenerse otras igualdades utilizando las ya encontradas pero para nuestros fines solo se utilizarán estas.

Página 156, Clase 2.1

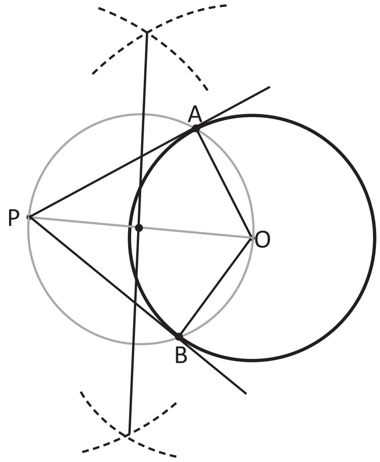
1. a) En la imagen, las rectas PA y PB son tangentes a la circunferencia. Para obtener el punto medio, se deben trazar dos circunferencias de radio PO y marcar sus intercepciones, como se muestra:



2. Como OA = OB, por ser radios, además los triángulos OAP Y OBP son rectángulos y comparten la misma hipotenusa, ΔAOP y ΔOBP son congruentes (criterios de congruencia de triángulos rectángulos, octavo grado).
   Por tanto, PA = PB.

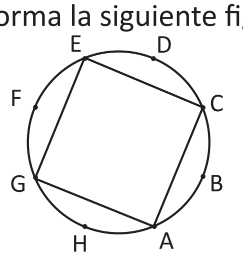
Página 157, Clase 2.2

a) Las rectas PA y PB son tangentes a la circunferencia.



b) Sigue de forma similar.

a) Se forma la siguiente figura.

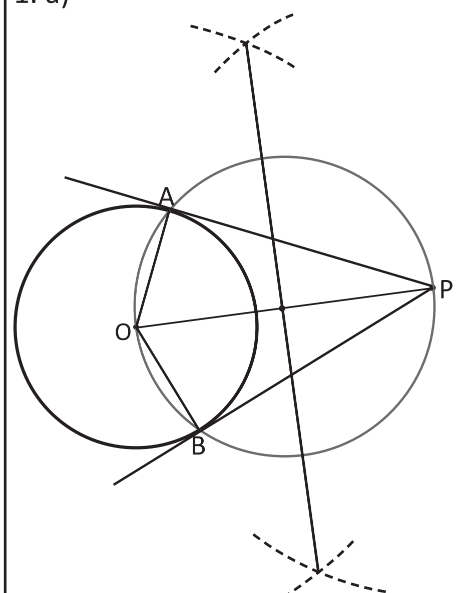


Como $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{EG} = \overset{\frown}{CE} = \overset{\frown}{GA}$ entonces AC = EG y CE = GA. Por tanto, ACEG es cuadrado.

b) CEG es un triángulo isósceles.
c) CDGH es un rectángulo.
d) BFGA es un trapecio isósceles.
e) EGA es un triángulo rectángulo isósceles.
f) BEH es un triángulo isósceles.
g) BCF es un triángulo rectángulo.
h) ABCDEFGH es un octágono.

Página 158, Clase 2.3

1. a)



Las rectas PA y PB son tangentes a la circunferencia.

2. a) ABD es un triángulo isósceles.
   b) CDE es un triángulo isósceles.
   c) ABDE es un trapecio isósceles.
   d) ABCDE es un pentágono regular.

a) $\measuredangle$CEB = $\measuredangle$AED (Son opuestos por el vértice).
   $\measuredangle$DAC = $\measuredangle$DBC, sostienen el mismo arco. Luego, ΔAED ~ ΔBEC.
   Entonces:

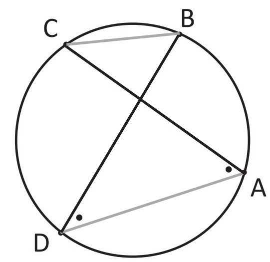
$$\frac{EC}{ED} = \frac{EB}{EA}$$
$$\frac{x}{9} = \frac{5}{11}$$
$$x = \frac{45}{11}$$

b) x = 6 cm.
   Demuestra y utiliza la semejanza de ΔDAC y ΔCBD.
c) x = 13 cm.
   Demuestra y utiliza la semejanza de ΔDPB y ΔAPC.

Página 159, Clase 2.4

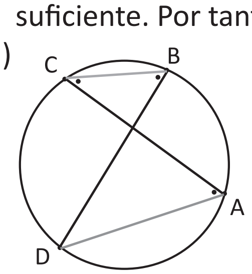
1. a) BDF es un triángulo equilátero.
   b) ABDE es un rectángulo.
   c) CDEF es un trapecio isósceles.
   d) ABCDEEF es un hexágono regular.
2. a) $\frac{x}{23} = \frac{7}{16}$, entonces $x = \frac{161}{16}$.
   Demuestra y utiliza la semejanza de ΔECB y ΔEDA.
   b) $\frac{x}{10} = \frac{5}{11}$, entonces $x = \frac{50}{11}$.
   Demuestra y utiliza la semejanza de ΔEBC y ΔEAD.

a) $\overset{\frown}{ABC} = \overset{\frown}{BCD} \Rightarrow \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$, de ahí que $\measuredangle$CBD = $\measuredangle$BDA ⇒ AD||BC.
b) $\measuredangle$DAC = $\measuredangle$BDA.



Si $\measuredangle$DAC = $\measuredangle$BDA, $\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{AB}$. Como $\measuredangle$CBD subtiende $\overset{\frown}{CD}$, se tiene que $\measuredangle$CBD = $\measuredangle$BDA, por tanto son alternos internos, por tanto DA||BC.
Por tanto, es condición suficiente.

c) CD = BA ⇒ $\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{AB}$. Es condición suficiente. Por tanto AD||BC.
d)



Si AC = BD, $\widehat{AC} = \widehat{BD} \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$.
Por tanto, AD||BC.

e) CB = BA, es no suficiente.

f) ΔABC ≅ ΔDCB es condición suficiente.
Observa que ∢ACB = ∢BDA.

Página 160, Clase 2.5

R

1. $\frac{x}{12} = \frac{30}{26}$, entonces $x = \frac{180}{13}$.
Demuestra que ΔACP ∼ ΔDBP.

2. a) Si $\widehat{BA} = \widehat{DC}$, ∢CAD = ∢ACB, los ángulos son alternos internos. Por tanto, CB||DA.
b) No es condición suficiente. (D puede moverse en cualquier lugar de la circunferencia).
c) ΔABC ≅ ΔDCB ⇒ AB = CD, por tanto, AD||BC.

a) Dado que ∢ADB = ∢ACB y comparten AB, los puntos A, B, C, D están sobre una circunferencia. Y x = ∢CAD = 31° y y = ∢ABD = 62°.
b) x = 56°, y = 26°.
c) x = 56°, y = 34°.
d) x = 15°.

Página 161, Clase 2.6

R

1. a) $\widehat{ABC} = \widehat{BCD} \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$. Por tanto, BC||AD.
b) ∢BDA = ∢DBC es condición suficiente, CB||DA.
c) ΔBCD∼ΔBCA es condición suficiente, CB||DA.

2. a) x = 49°, y = 32°.
b) x = 45°, y = 33°.

a) x = 2(70°) = 140°.
b) x = 204°.
c) x = 47°.
d) x = 118°.

Página 166-167, Clase 1.1

R

a) Media (μ):

$$\mu = \frac{10 + 14 + 15 + 12 + 16 + 18 + 16}{7}$$
$$= \frac{101}{7}$$
$$\mu \approx 14.43$$

Datos ordenados de menor a mayor: 10, 12, 14, 15, 16, 16, 18.
Mediana:
Dado que hay 7 datos, la mediana se encuentra en la posición 4 con los datos ya ordenados, es decir, 15.
Moda:
El dato que más se repite es 16.

b) Datos ordenados: 14, 15, 15, 16, 16, 16, 16.5, 17, 18, 19.
Media: μ = 16.25 horas
Mediana: $\frac{16 + 16}{2}$ = 16 horas
Moda: 16 horas

1.

Tarea	Beatriz	Miguel
1	9.3	8.0
2	10.0	8.6
3	9.5	9.0
4	9.6	9.5
5	9.5	8.5
6	9.7	9.0
7	10.0	9.0
8	10.0	10.0
Media (μ)	9.7	8.95
Mediana	9.65	9
Moda	10	9
Rango	10 – 9.3 = 0.7	10 – 8 = 2

La serie de datos para Miguel es la más dispersa, el rango es mayor.

2.

Media (μ)	25.2	28.2
Mediana	27	28
Rango	15	3

En la semana 2 los datos están más dispersos pues el rango es mayor.

Página 168, Clase 1.2

R

	A	B
Media (μ)	2	1.5
Mediana	2	1
Rango	2	4

El equipo B tiene rango mayor, por tanto tiene los datos más dispersos.

a)

	Beatriz		
	x	$x - \mu$	$\lvert x - \mu \rvert$
	9.3	–0.4	0.4
	10.0	0.3	0.3
	9.5	–0.2	0.2
	9.6	–0.1	0.1
	9.5	–0.2	0.2
	9.7	0	0
	10.0	0.3	0.3
	10.0	0.3	0.3
Media (μ)	9.7	Suma:	Suma:
Mediana	9.65	0	1.8
Rango	0.7		

	Miguel		
	x	$x - \mu$	$\lvert x - \mu \rvert$
	8.0	–0.95	0.95
	8.6	–0.35	0.35
	9.0	0.05	0.05
	9.5	0.55	0.55
	8.5	–0.45	0.45
	9.0	0.05	0.05
	9.0	0.05	0.05
	10.0	1.05	1.05
Media (μ)	8.95	Suma:	Suma:
Mediana	9	0	3.5
Rango	2		

Los datos están más dispersos en la tabla de Miguel.

Página 169-170, Clase 1.3

1.

	La Unión	El Triunfo
Media (μ)	2.7	2.4
Mediana	2.75	2.45
Rango	0.3	0.5

2.

	Semana 1		
	x	$x - \mu$	$\lvert x - \mu \rvert$
	28	2.8	2.8
	26	0.8	0.8
	30	4.8	4.8
	27	1.8	1.8
	15	–10.2	10.2
Media (μ)	25.2	**Suma:**	**Suma:**
Mediana	27	0	20.4
Rango	15		

	Semana 2		
Media (μ)	28.2	**Suma:**	**Suma:**
Mediana	28	**0**	5.2
Rango	3		

La semana 1 tiene los datos más dispersos.

a) $\mu = \frac{9.3+10+9.5+9.6+9.5+9.7+10+10}{7}$

$\mu = 9.7$

	Beatriz	
x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
9.3	–0.4	0.16
10.0	0.3	0.09
9.5	–0.2	0.04
9.6	–0.1	0.01
9.5	–0.2	0.04
9.7	0	0
10.0	0.3	0.09
10.0	0.3	0.09

$\sigma^2 = \frac{0.16+0.09+0.04+0.01+0.04+0.09+0.09}{8}$

$\sigma^2 = 0.065$

b) $\mu = 8.95$

$\sigma^2 \approx 0.34$

Página 171, Clase 1.4

1. Para la primer tabla:

	La Unión		
	x	$x - \mu$	$\lvert x - \mu \rvert$
Media (μ)	2.7	**Suma:**	**Suma:**
Mediana	2.75	0	0.6
Rango	0.3		

Para la segunda tabla:

	El Triunfo		
	x	$x - \mu$	$\lvert x - \mu \rvert$
Media (μ)	2.4	**Suma:**	**Suma:**
Mediana	2.45	0	0.8
Rango	0.5		

El valor del rango es mayor en la segunda tabla y además la suma de los valores absolutos de las desviaciones es mayor también, por tanto, los datos se encuentran más dispersos en la segunda tabla.

2. Para la semana 1:

$\mu = \frac{28 + 26 + 30 + 27 + 15}{5}$

$\mu = 25.2$ minutos

$\sigma^2 = \frac{7.84 + 0.64 + 23.04 + 3.24 + 104.04}{8}$

$\sigma^2 = 27.76$

	Semana 1	
x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
28	2.8	7.84
26	0.8	0.64
30	4.8	23.04
27	1.8	3.24
15	–10.2	104.04

Varianza (σ^2)	27.76

Para la semana 2:

$\mu = 28.2$ minutos

$\sigma^2 = 1.36$

Utilizando las respuestas de la clase 1.3

En la serie de datos para Beatriz:

$\sigma^2 = 0.065$

$\sigma = \sqrt{0.065}$

$\sigma \approx 0.25$

En la serie de datos para Miguel:

$\sigma^2 \approx 0.34$

$\sigma \approx \sqrt{0.34}$

$\sigma \approx 0.58$

Página 172-173, Clase 1.5

1. Utilizando las respuestas de la clase 1.4.

   Para La Unión:

	La Unión	
x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
2.7	0	0
2.8	0.1	0.01
2.8	0.1	0.01
2.6	–0.1	0.01
2.8	0.1	0.01
2.5	–0.2	0.04

Varianza (σ^2)	0.013

Para El Triunfo: $\sigma^2 = 0.027$.

La varianza es mayor para los datos de Puerto El Triunfo, por tanto, los datos están más dispersos para El Triunfo.

2. Utilizando los resultados de la clase 1.4.

   Para la semana 1: $\sigma^2 = 27.76$.

   Por tanto, $\sigma \approx 5.27$ minutos.

   Para la semana 2: $\sigma^2 = 1.36$.

   Por tanto, $\sigma \approx 1.17$ minutos.

a)

Municipio A

		13		
		13		
	10	12		
	11	12		
	11	13		
	11	12		
	10	13	15	
	11	12	14	
	11	13	14	
	10	13	15	
	10	13	14	
	10	12	14	
	11	13	14	16
	10	13	14	16
	10	12	14	17
8 – 10	10 – 12	12 - 14	14 – 16	16 – 18

b)
Para el municipio B, se completa de forma similar.

Edad en meses	Cantidad de niños	
	Municipio A	Municipio B
8 – 10	0	2
10 – 12	13	10
12 – 14	15	13
14 – 16	9	12
16 – 18	3	3
TOTAL	**40**	**40**

Página 174-175, Clase 1.6

1. Para La Unión: $\sigma^2 \approx 0.013, \sigma \approx 0.11$.
   Para El Triunfo: $\sigma^2 \approx 0.027, \sigma \approx 0.16$.

2. Organizando los datos en una distribución de frecuencias.

Escuela A

		166		
		165		
		165		
		167		
		168		
	162	169		
	164	165		
	164	167		
	160	169		
	161	166		
	163	165	170	
	164	167	173	
158	162	168	172	
157	160	167	174	178
155	164	165	170	176
155 - 160	160 - 165	165 - 170	170 - 175	175 - 180

La tabla para la escuela B se completa de forma similar.

Estatura en cm	Cantidad de estudiantes	
	Escuela A	Escuela B
155 - 160	3	1
160 - 165	10	13
165 - 170	15	14
170 - 175	5	10
175 - 180	2	2
TOTAL	**35**	**40**

a)

Edad	Pm	$f_A \times Pm$	$f_B \times Pm$
8 – 10	9	0 × 9 = 0	2 × 9 = 18
10 – 12	11	13 × 11 = 143	10 × 11 = 110
12 – 14	13	195	169
14 – 16	15	135	180
16 – 18	17	51	51
Suma		524	528

$$\mu = \frac{\text{Suma de los productos } f \times Pm}{\text{Número de datos}}$$

Para el municipio A:
$\mu = \frac{524}{40} = 13.1$ meses.
Para el municipio B:
$\mu = 13.2$ meses.

b) De la tabla:

Edad en meses	Cantidad de niños	
	Municipio A	Municipio B
8 – 10	0	2
10 – 12	13	10
12 – 14	15	13
14 – 16	9	12
16 – 18	3	3
TOTAL	**40**	**40**

Para el municipio A.
Rango: 18 – 10 = 8 meses.
Para el municipio B.
Rango: 10 meses.

Por tanto, los datos están más dispersos para el municipio B.

Página 176-177, Clase 1.7

1. Para Santa Ana:

Santa Ana

	100			
	100			
	100			
	100			
0	150			
0	160			
0	100			
0	100	250		
0	150	260		
50	160	200	360	
0	100	250	300	400
50	100	200	300	400
0–100	100–200	200–300	300–400	400–500

Para San Salvador se resuelve de forma similar.
Tabla de distribución de frecuencias:

Cantidad de lluvia	Número de días	
	Santa Ana	San Salvador
0 - 100	8	11
100 - 200	12	10
200 - 300	5	4
300 - 400	3	2
400 - 500	2	3
TOTAL	**30**	**30**

2. a) Para la escuela A.

Estaturas en centímetros	f_A	Pm	$f_A \times Pm$
155 - 160	3	157.5	472.5
160 - 165	10	162.5	1625
165 - 170	15	167.5	2512.5
170 - 175	5	172.5	862.5
175 - 180	2	177.5	355
TOTAL	35		

Suma de $f_A \times Pm = 5\,827.5$

$$\mu = \frac{5\,827.5}{35} = 166.5 \text{ cm}$$

Para la escuela B.

Estaturas en centímetros	f_B	Pm	$f_B \times Pm$
155 - 160	1	157.5	157.5
160 - 165	13	162.5	2112.5
165 - 170	14	167.5	2345
170 - 175	10	172.5	1725
175 - 180	2	177.5	355
TOTAL	40		

Suma de $f_A \times Pm = 6\,695$

$$\mu = \frac{6\,695}{40} = 167.375 \text{ cm.}$$

b) En ambos casos el rango es el mismo 180 – 155 = 25 cm. Por tanto, no es suficiente para determinar en qué escuela los datos están más dispersos. Es por ello que se utilizan otras medidas de dispersión, como la varianza.

Para el municipio A.

Edad en meses	f_A	Pm	$Pm - \mu$	$(Pm - \mu)^2$	$f_A \times (Pm - \mu)^2$
8 – 10	0	9	–4.1	16.81	0
10 – 12	13	11	–2.1	4.41	57.33
12 – 14	15	13	–0.1	0.01	0.15
14 – 16	9	15	1.9	3.61	32.49
16 – 18	3	17	3.9	15.21	45.63
TOTAL	40				
μ	13.1				

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma f \times (Pm - \mu)^2}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{0 + 57.33 + 0.15 + 32.49 + 45.63}{40}$$

$$\sigma^2 = 3.39$$

Para el municipio B.

$\mu = 13.2$

$$\sigma^2 = \frac{35.28 + 48.4 + 0.52 + 38.88 + 43.32}{40}$$

$$\sigma^2 = 4.16$$

Edad en meses	f_B	Pm	$Pm - \mu$	$(Pm - \mu)^2$	$f_B \times (Pm - \mu)^2$
8 – 10	2	9	–4.2	17.64	35.28
10 – 12	10	11	–2.2	4.84	48.4
12 – 14	13	13	–0.2	0.04	0.52
14 – 16	12	15	1.8	3.24	38.88
16 – 18	3	17	3.8	14.44	43.32
TOTAL	40				
μ	13.2				

La varianza es mayor para el municipio B. Por tanto, los datos están más dispersos para el municipio B.

Página 178-179, Clase 1.8

R

1. a)

Cantidad de lluvia	Cantidad de días		Pm	$f_A \times Pm$	$f_S \times Pm$
	f_A	f_S			
0 - 100	8	11	50	400	550
100 - 200	12	10	150	1800	1500
200 - 300	5	4	250	1250	1000
300 - 400	3	2	350	1050	700
400 - 500	2	3	450	900	1350
TOTAL	30	30			

Para Santa Ana:
Suma de los productos.

$f_A \times Pm = 5\,400$

$$\mu = \frac{5\,400}{30} = 180 \text{ mm}$$

Para Santa Salvador:
Suma de los productos.

$f_A \times Pm = 5\,100$

$$\mu = \frac{5\,100}{30} = 170 \text{ mm}$$

b) El rango para ambos casos es el mismo 500 – 0 = 500 mm. Por tanto, no es posible determinar en cuál departamento se encuentran más dispersos.

2. Para la escuela A:

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma f \times (Pm - \mu)^2}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{243 + 160 + 15 + 180 + 242}{35}$$

$$\sigma^2 = 24$$

Estaturas	f_A	Pm	$Pm - \mu$	$(Pm - \mu)^2$	$f_A \times (Pm - \mu)^2$
155 - 160	3	157.5	–9	81	243
160 - 165	10	162.5	–4	16	160
165 - 170	15	167.5	1	1	15
170 - 175	5	172.5	6	36	180
175 - 180	2	177.5	11	121	242
TOTAL	35				
μ	166.5				

Para la escuela B:

Estaturas	f_B	Pm	$(Pm - \mu)^2$	$f_B \times (Pm - \mu)^2$
155 - 160	1	157.5	97.52	97.52
160 - 165	13	162.5	23.77	309.01
165 - 170	14	167.5	0.02	0.28
170 - 175	10	172.5	26.27	262.7
175 - 180	2	177.5	102.52	205.04
TOTAL	40			
μ	167.375			

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma f \times (Pm - \mu)^2}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{97.52 + 309.01 + 0.28 + 262.7 + 205.04}{40}$$

$$\sigma^2 \approx 21.86$$

La varianza de los datos para la escuela A es mayor, por tanto, estos datos se encuentran más dispersos.

En el ejercicio 2 del recuerda de la clase 1.7 aún no se podía concluir cuáles datos están más dispersos.

Utilizando los datos de la clase anterior.

Municipio A:

$\sigma^2 = 3.39$, $\sigma = \sqrt{3.39}$

$\sigma \approx 1.84$ meses

Municipio B:

$\sigma^2 = 4.16$, $\sigma = \sqrt{4.16}$

$\sigma \approx 2.04$ meses

Página 182-183, Clase 2.1

a) Santa Ana

Lluvia (mm)	f_A	Pm	$Pm - \mu$	$(Pm - \mu)^2$	$f_A(Pm - \mu)^2$
0 - 100	8	50	–130	16900	135200
100 - 200	12	150	–30	900	10800
200 - 300	5	250	70	4900	24500
300 - 400	3	350	170	28900	86700
400 - 500	2	450	270	72900	145800
TOTAL	**30**				
μ	180				

San Salvador

Lluvia (mm)	f_S	Pm	$Pm - \mu$	$(Pm - \mu)^2$	$f_S(Pm - \mu)^2$
0 - 100	11	50	–120	14400	158400
100 - 200	10	150	–20	400	4000
200 - 300	4	250	80	6400	25600
300 - 400	2	350	180	32400	64800
400 - 500	3	450	280	78400	235200
TOTAL	**30**				
μ	170				

b) Para Santa Ana:

$\sigma^2 \approx 13433.33$

$\sigma \approx 115.90$ mm

Para San Salvador:

$\sigma^2 \approx 16266.67$

$\sigma \approx 127.54$ mm

1. Para la serie A:

$$\mu = \frac{503.9}{5} = 100.78$$

$$\sigma^2 = \frac{0.588}{5} = 0.1176$$

Serie A	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
100.3	–0.48	0.2304
101.2	0.42	0.1764
100.5	–0.28	0.0784
100.8	0.02	0.0004
101.1	0.32	0.1024
μ = 100.78		

$\sigma = \sqrt{0.1176} \approx 0.34$

Para la serie B:

Cada dato de la serie B se obtiene sumando 5.1 a cada dato de la serie A.

Serie B
100.3 + 5.1 = 105.4
101.2 + 5.1 = 106.3
100.5 + 5.1 = 105.6
100.8 + 5.1 = 105.9
101.1 + 5.1 = 106.2

Según el resultado de esta clase la desviación típica para la serie B será $\sigma \approx 0.34$.

2. En la serie 3, cada dato se obtiene sumando 10.5 a los datos de la serie 1, por tanto, ambas series tienen igual desviación típica.
De igual forma, si se suma 5 a cada dato de la serie 1 se obtiene cada dato de la serie 4, por tanto, su desviación típica es igual.
La serie 2 no tiene esta característica con respecto a la serie 1. Entonces, no se puede decir nada acerca de la relación entre la desviación típica de ambas series hasta que se calculen.

3. $\mu = 61 + 5.5 = 66.5$
$\sigma = 0.89$

Página 184, Clase 2.2

1. a) Para la serie A: $\mu = 12.5$

$$\sigma^2 = \frac{0.1}{6} \approx 0.17$$

$\sigma \approx \sqrt{0.17} \approx 0.13$

b) La serie B y la serie C poseen la misma desviación típica que la serie A.

2. a) $\mu = 142.675$
$\sigma^2 \approx 0.45$, $\sigma \approx 0.67$.
b) $\mu = 142.675 + 4.50 = 147.175$
$\sigma \approx 0.67$.

1. Para la serie 1:
$\mu = 52.5$, $\sigma^2 \approx 2.92$, $\sigma \approx 1.71$.
Los datos de la serie 2 se obtienen al multiplicar por 4 los datos de la serie 1 y los datos de la serie 3 se obtienen multiplicando por 11 los datos de la serie 1, por el resultado de esta clase, la desviación típica de la serie 2 es
$\sigma \approx 1.71 \times 4 = 6.28$
y de la serie 3 es
$\sigma \approx 1.71 \times 11 = 18.81$.

2. $\mu = 105 \times 6 = 630$.
$\sigma = 1.45 \times 6 = 8.7$.