Probabilidad

8 Unidad

El contexto histórico en el que surgieron los conceptos de probabilidad se dieron en el ámbito de la resolución de problemas que aparecían al momento de realizar algunos juegos de azar, por ejemplo, en un juego dos personas elegían que al lanzar una moneda caería cara o corona y el ganador sería aquel que lograba ya sea 5 caras o 5 coronas, sin embargo, los jugadores se retiraban cuando uno tenía 4 caras y el otro 3 coronas. Si cada jugador había puesto 32 monedas, el problema era determinar la forma más justa de repartir las 64 monedas. Este problema fue planteado por un experto jugador y apostador llamado Antoine Gombaud, caballero de Meré, a los matemáticos franceses Pascal y Fermat, quienes mediante correspondencia resolvieron todo tipo de problemas sobre juegos de azar, creando la noción de probabilidad y aplicándola en la resolución de estos problemas; estos estudios fueron retomados después por el matemático francés Pierre-Simón Laplace, quien presenta la teoría analítica de las probabilidades y se sigue hasta que se formaliza matemáticamente toda la teoría de probabilidades con la axiomática del matemático ruso Kolmogórov, en 1933 aproximadamente.

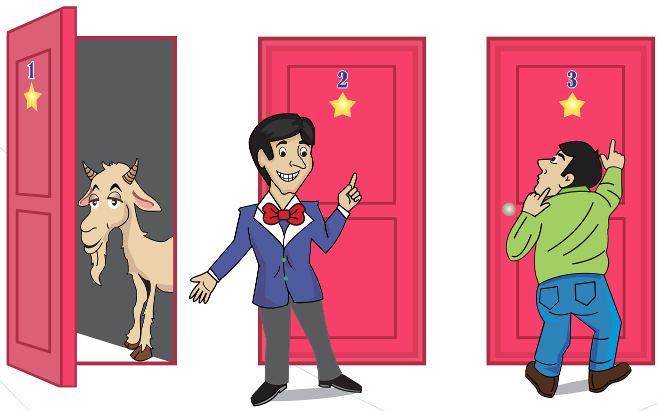


Imagen representativa sobre el problema de Monty Hall, en un concurso de televisión de 1963.

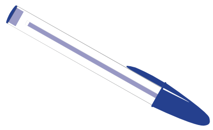
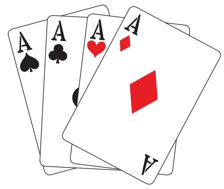
La rama de la estadística inferencial se fue desarrollando conforme los años pasaron, y su aplicación en diversos campos científicos ha resultado muy importante, puesto que a partir de la inferencia se ha podido modelar fenómenos y predecir comportamientos de estos fenómenos con bastante certeza, en áreas como la economía, educación, transporte, construcción, etc.

Los contenidos que estudiarás en esta unidad abarcan primero la noción de probabilidad experimental y teórica, y luego se construirán los axiomas de Kolmogórov para el estudio de la probabilidad, finalmente se estudia la probabilidad condicional y la importancia de los experimentos independientes.

1.1 Actividad introductoria

Materiales

- Una moneda, un lapicero, un juego de naipes.

Actividad

- Dibuja en tu cuaderno una tabla con 3 filas y 11 columnas, en la primera columna coloca los títulos, predicción y resultado, y en la primera fila los números del 1 al 10.
- Coloca en la segunda fila los resultados que podrías predecir al tirar una moneda, si en el primer lanzamiento crees que caerá cara coloca "Ca" abajo del número 1, sino coloca "Co". Observa el ejemplo y llena la fila de predicciones en tu cuaderno; como lo muestra el ejemplo:

Lanzamiento	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Predicción	Ca									
Resultado										

- Ahora realiza 10 lanzamientos con la moneda y llena la fila de resultados. Luego responde:

a) Analiza si es más factible que en 10 lanzamientos de la moneda se obtengan 10 caras, o que en 10 lanzamientos se obtengan 6 caras y 4 coronas.
b) ¿Cuáles son todos los posibles resultados que se podían obtener al lanzar una moneda?
c) ¿Cuántas veces se obtuvo cara como resultado al lanzar la moneda 10 veces? ¿Cuántas veces se obtuvo corona?
d) Divide la cantidad de caras obtenidas en los resultados entre 10 (frecuencia relativa).

Definición

Al lanzar una moneda no se puede saber con certeza el resultado que se obtendrá, sin embargo, puede existir una forma de tener un parámetro sobre los resultados que son más certeros y los que no. La rama de la matemática que estudia la forma de representar con números la mayor o menor certeza de la ocurrencia de un resultado para realizar predicciones se conoce como: **probabilidad**.

Un proceso que genera un conjunto de datos (o resultados, como el hecho de lanzar una moneda) se conoce como **experimento**. El conjunto de los posibles resultados que se pueden obtener al realizar un experimento se conoce como **espacio muestral**. Un elemento del espacio muestral se conoce como **evento simple** y cualquier subconjunto del espacio muestral se conoce como **evento**.

El valor obtenido dividiendo la cantidad de veces que se obtiene un resultado específico entre el total de veces que se realiza un experimento (frecuencia relativa) se conoce como: **probabilidad experimental**.

$$P_e(A) = \frac{\text{Número de veces que sucede un evento A}}{\text{Total de veces que se realiza un experimento}} .$$

Problemas

Utilizando el juego de naipes (baraja), realiza una predicción respecto al color que se puede obtener en cada carta, al sacar 10 cartas (después de sacar una carta, no se devuelve). Luego realiza el experimento y escribe los resultados en una tabla, así como lo hiciste en la actividad:

a) ¿Cuál es el espacio muestral del experimento del color que tiene una carta extraída de la baraja?
b) Ejemplifica al menos 5 eventos simples que pueden ocurrir en el experimento de extraer 10 cartas y ver su color.
c) Basado en los resultados obtenidos, calcula la probabilidad experimental que al extraer una carta, esta sea de color negro.

1.2 Probabilidad

Problema inicial

Considerando el experimento de lanzar una moneda una vez.

a) ¿Piensas que la posibilidad de caer cara es mayor que la de caer corona?

b) ¿Con cuál número se podría expresar la posibilidad de caer cara?

Solución

a) Al lanzar una moneda solo hay dos posibles resultados, cae cara o cae corona. Ambas opciones tendrían la misma posibilidad de caer.

b) Solo hay dos posibles resultados y para que caiga cara solo hay una forma; además los resultados tienen la misma posibilidad de caer y esto se puede expresar como una fracción:

$$\frac{1}{2}$$

1 ← Una forma de caer cara.

Dos posibles resultados cara o corona. → 2

Definición

Si en un experimento se cumple que cada evento simple (cada posible resultado) tiene la misma posibilidad de ocurrir, entonces el valor obtenido dividiendo el total de elementos que tiene un evento A (casos favorables), es decir, $n(\text{A})$, entre el total de elementos del espacio muestral S (casos posibles), es decir, $n(\text{S})$, se conoce como **probabilidad teórica**, además:

$$\text{P(A)} = \frac{n(\text{A})}{n(\text{S})}.$$

Ejemplo

Calcula la probabilidad de que al lanzar un dado caiga un número par (la cantidad de puntos sea par).

Considerando el espacio muestral S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Denotando el evento A = “Cae un número par”, este evento se puede expresar como A = {2, 4, 6}.

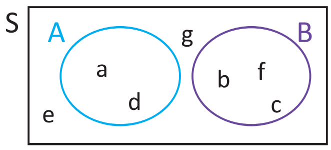
Por lo tanto, $\text{P(A)} = \frac{n(\text{A})}{n(\text{S})} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$

Problemas

1. Determina la probabilidad de que al lanzar un dado dos veces caiga el número 3 en ambas ocasiones (la cantidad de puntos sea 3).

2. Determina la probabilidad de que al lanzar dos dados, la suma de todos los puntos (de ambos dados) sea 7.

3. Considerando el espacio muestral (S) como conjunto, analiza el siguiente diagrama de Venn, si cada evento simple tiene la misma probabilidad de ocurrir, resuelve:
   a) Determina la probabilidad teórica de A.
   b) Determina la probabilidad teórica de B.



4. Calcula la probabilidad teórica del evento de sacar una carta roja en una extracción de una baraja y compárala con la probabilidad experimental. Para la probabilidad experimental utiliza la clase anterior.

1.3 Intersección y regla de adición para probabilidad

Problema inicial

Se tira un dado una vez y se definen los siguientes eventos:

A: Cae 1, 2 o 3 B: Cae 1, 3 o 5

a) ¿Qué representa el evento “ocurre A o B”? Determina su probabilidad.
b) ¿Qué representa el evento “ocurre A y B”? Determina su probabilidad.

Solución

a) El evento ocurre A o B, significa que al lanzar el dado puede caer 1, 2, 3 o 5, es decir, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$. Entonces se tiene que los casos favorables son 4 y los casos posibles (al tirar un dado) son 6. Por lo tanto, P(A o B) = $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

b) El evento ocurre A y B, significa que al lanzar el dado puede caer 1 o 3 (para que se cumpla tanto A como B), es decir $A \cap B = \{1, 3\}$. Entonces se tiene que los casos favorables son 2 y los casos posibles son 6, por lo tanto, P(A y B) = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Conclusión

Sean A y B dos eventos cualesquiera de un espacio muestral (S), al evento definido por “ocurre tanto A como B” se denota por $A \cap B$ y se lee “evento A intersectado B”.

Cuando la intersección de 2 eventos es vacía, es decir, $A \cap B = \varnothing$, se dice que **los eventos A y B son mutuamente excluyentes**.

Además, al evento definido por “ocurre el evento A o el evento B” se denota por $A \cup B$ y se lee “evento A unido B”. Puesto que se cumple que $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$, entonces:

$$P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{n(A) + n(B) - n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Cuando los eventos A y B son mutuamente excluyentes se cumple que: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de que al extraer una carta de una baraja de 52 cartas, el resultado sea un “as” o 7?

Se puede denotar los eventos: A: La carta es un “as”. B: La carta es un 7.

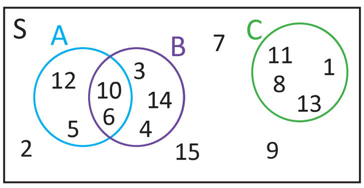
Se cumple que $n(A) = 4$ (los 4 “ases” de la baraja), $n(B) = 4$ (los 4 “sietes” de la baraja), y el evento de extraer un “as” o un 7 es $A \cup B$ y además $A \cap B = \varnothing$, por lo tanto:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{4}{52} + \frac{4}{52} = \frac{1}{13} + \frac{1}{13} = \frac{2}{13}.$$

Problemas

1. Determina la probabilidad de que al lanzar dos dados el resultado de sumar sus puntos sea 5 o 7.

2. Considerando los eventos A, B y C en el espacio muestral (S), analiza el diagrama de Venn y determina:
   a) $P(A \cap B)$ b) $P(A \cup B)$ c) $P(A \cap C)$ d) $P(A \cup C)$
   e) ¿Cuáles eventos son mutuamente excluyentes y cuáles no?



3. Determina la probabilidad que al ordenar 3 niñas y 3 niños, dos niñas específicas estén siempre juntas y 2 niños específicos estén siempre juntos.

1.4 Aplicación de la regla de adición de probabilidad*

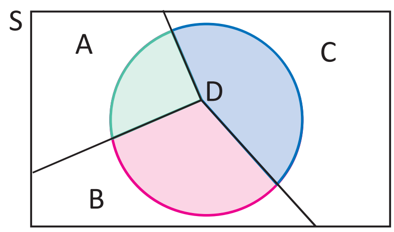
Problema inicial

En una empresa se producen 500 dispositivos, entre celulares, tablets, laptops; entre estos 500 dispositivos la probabilidad de que un producto sea un celular defectuoso es $\frac{1}{20}$, la probabilidad de que el producto sea una tablet defectuosa es $\frac{3}{125}$, y la probabilidad de que sea una laptop defectuosa es $\frac{1}{50}$. Determina la probabilidad de que al seleccionar uno de los 500 productos, este sea defectuoso.

Solución

Considerando los eventos A: es celular. B: es tablet. C: es laptop.

Sea D el evento: producto defectuoso; solo tiene tres opciones a saber, ser celular defectuoso, ser tablet defectuosa o ser laptop defectuosa.



Observando el diagrama de Venn a la derecha, se cumple que $P(D) = P(D\cap A) + P(D\cap B) + P(D\cap C)$.

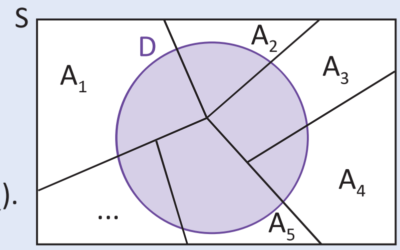
Además se sabe que $P(D\cap A) = \frac{1}{20}$, $P(D\cap B) = \frac{3}{125}$, $P(D\cap C) = \frac{1}{50}$.

Por lo tanto, la probabilidad de que al extraer uno de los 500 productos sea defectuoso es:

$$P(D) = P[(D\cap A)\cup(D\cap B)\cup(D\cap C)] = P(D\cap A) + P(D\cap B) + P(D\cap C) = \frac{1}{20} + \frac{3}{125} + \frac{1}{50} = \frac{25 + 12 + 10}{500} = \frac{47}{500}.$$

Conclusión

Para calcular la probabilidad de un evento D que se divide en varios eventos particulares A_1, A_2, A_3, ... ,A_n, mutuamente excluyentes y que la unión de todos los A_i conforman el evento D, se calcula de la siguiente manera:



$$P(D) = P[(D\cap A_1)\cup(D\cap A_2)\cup \ldots \cup(D\cap A_n)] = P(D\cap A_1) + P(D\cap A_2) + \ldots + P(D\cap A_n).$$

Ejemplo

Para una rifa se utilizan papeles de 4 colores diferentes, $\frac{1}{6}$ de todos los papeles están premiados. De todos los papeles $\frac{1}{18}$ están premiados y son verdes; $\frac{1}{36}$ están premiados y son rojos; y $\frac{1}{18}$ están premiados y son morados. Determina la probabilidad de que al extraer un papel sea de color amarillo y esté premiado.

Considerando los eventos D: El papel sale premiado. A_1: El papel es verde.

A_2: El papel es rojo. A_3: El papel es morado. A_4: El papel es amarillo.

Entonces, $P(D) = P(D\cap A_1) + P(D\cap A_2) + P(D\cap A_3) + P(D\cap A_4)$.

Luego, $P(D\cap A_4) = P(D) - P(D\cap A_1) - P(D\cap A_2) - P(D\cap A_3) = \frac{1}{6} - \frac{1}{18} - \frac{1}{36} - \frac{1}{18} = \frac{1}{36}$.

Problemas

1. Se encuesta a algunas personas acerca de su sexo y profesión, y a partir de ello se sabe que del total de personas, $\frac{1}{3}$ son mujeres médicas, $\frac{1}{6}$ son mujeres matemáticas, y $\frac{1}{16}$ son mujeres que laboran en otras actividades. Determina la probabilidad de que al seleccionar una persona encuestada, esta sea mujer.

2. En una clínica pediátrica se atiende la misma cantidad de niñas y de niños, y $\frac{1}{6}$ de todos los niños atendidos son niñas mayores de 12 meses. Determina la probabilidad de que sea atendida una niña de a lo sumo 12 meses.

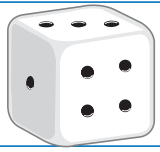
1.5 Axiomas de probabilidad (teórica)

Problema inicial

Considerando el experimento de tirar un dado, resuelve:

a) Determina la probabilidad de obtener un 3 en la tirada.

b) Determina la probabilidad de obtener 1, 2, 3, 4, 5 o 6 en la tirada.



Solución

Expresando el espacio muestral como S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Sean A y B los eventos correspondientes a cada literal.

a) Se cumple que A = {3}, entonces $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{6}$.

b) Se cumple que B = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, entonces $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{6} = 1$.

Axiomas de Kolmogórov

Para dos eventos A y B de un espacio muestral S se cumple:

1) $0 \leq P(A) \leq 1$. Dado que $A \subseteq S$, entonces se cumple $0 \leq n(A) \leq n(S)$.

2) P(S) = 1. En esta situación los casos favorables son todos los casos posibles, o bien A = S.

3) Si $A \cap B = \varnothing$ entonces $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Del axioma 2 y 3 se deduce que $P(S) = P(S \cup \varnothing) = P(S) + P(\varnothing)$, y entonces $P(\varnothing) = 0$.

Ejemplo

A partir del axioma 3 de Kolmogórov, demuestra que si A, B y C son eventos del espacio muestral S, y $A \cap B = B \cap C = C \cap A = \varnothing$, entonces $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$.

Para 3 conjuntos A, B y C se cumple que: $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Puesto que $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C) = \varnothing \cup \varnothing = \varnothing$, entonces por el axioma 3:

$$P[(A \cup B) \cup C] = P(A \cup B) + P(C) \quad \text{-------- (1)}$$

Luego como $A \cap B = \varnothing$, entonces por el axioma 3:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad \text{-------- (2)}$$

Por lo tanto, sustituyendo (2) en (1), se cumple que

$$P(A \cup B \cup C) = P[(A \cup B) \cup C] = P(A) + P(B) + P(C).$$

De la misma manera si cada pareja de los eventos $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$ son mutuamente excluyentes, entonces se tiene que:

$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n)$.

Problemas

1. Determina la probabilidad que al formar un grupo de 5 personas entre 4 mujeres y 4 hombres si:
   a) está integrado por 2 hombres y 3 mujeres;
   b) está integrado por al menos un hombre o por al menos una mujer;
   c) está integrado por 3 o por 4 mujeres.

Utiliza las propiedades de los combinatorios para simplificar los cálculos.

2. Sean A, B, C y D eventos del espacio muestral S, y $A \cap B = A \cap C = B \cap C = B \cap D = C \cap D = D \cap A = \varnothing$, demuestra que $P(A \cup B \cup C \cup D) = P(A) + P(B) + P(C) + P(D)$.

1.6 Probabilidad del complemento*

Problema inicial

Calcula la probabilidad que al tirar un dado 3 veces caiga 1 al menos una vez.

Solución

Considerando el evento A: Cae 1 al menos una vez en 3 tiradas, entonces se puede definir el evento:

A^c = No cae 1 en las 3 tiradas.

Además, para el espacio muestral S, se cumple que $S = A \cup A^c$ y $A \cap A^c = \varnothing$ entonces:

$P(S) = P(A \cup A^c) = P(A) + P(A^c)$, pero $P(S) = 1$ (por los axiomas de Kolmogórov), entonces $P(A) + P(A^c) = 1$.

Por lo tanto $P(A) = 1 - P(A^c)$.

Luego, $n(S) = 6^3$ (considerando que cada tirada tiene 6 opciones) y $n(A^c) = 5^3$ (hay 5 opciones, 2, 3, 4, 5 y 6) por lo tanto, $P(A^c) = \frac{n(A^c)}{n(S)} = \frac{5^3}{6^3} = \frac{125}{216}$.

Finalmente $P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}$.

Conclusión

Sea A un evento dentro de un espacio muestral S. Al evento A^c se le conoce como **complemento del evento A**, y a $P(A^c)$ se le conoce como **probabilidad del complemento del evento A**. Se cumple que

$$P(A) = 1 - P(A^c).$$

Ejemplo

Determina la probabilidad que al ordenar 3 niñas y 3 niños no queden las 3 niñas todas juntas.

Considerando el evento A: Las 3 niñas no quedan todas juntas.

Entonces A^c: Las 3 niñas quedan todas juntas.

Luego $n(A^c) = 4!3!$ y $n(S) = 6!$

Luego $P(A^c) = \frac{n(A^c)}{n(S)} = \frac{4!3!}{6!} = \frac{1}{5}$, y por lo tanto, $P(A) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$.

> También puedes encontrar los casos favorables contando por el complemento y calcular directamente lo que se está pidiendo.

Problemas

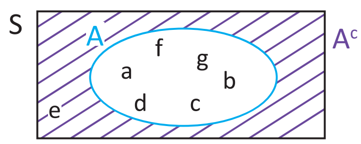
1. La probabilidad de que una tuerca producida por una máquina sea defectuosa es $\frac{1}{40}$, determina la probabilidad que la tuerca sea no defectuosa.

2. Determina la probabilidad de que al tirar una moneda 10 veces se obtenga al menos una cara.

3. En un juego de dados se lanzan 6 dados, y un jugador gana si en la tirada se obtiene al menos un "1" en alguno de los dados. Determina la probabilidad de ganar en este juego de dados.

4. Considerando el evento A en el espacio muestral (S), analiza el diagrama de Venn y determina:

   a) $P(A^c)$ b) $1 - P(A^c)$ c) $P(A \cap A^c)$ d) $P(A \cup A^c)$



Unidad 8

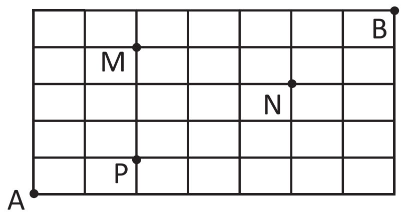
1.7 Practica lo aprendido

Resuelve los siguientes problemas sobre probabilidad.

1. Determina el espacio muestral del experimento de lanzar 2 dados al mismo tiempo. Luego expresa como subconjunto el evento "la suma de los puntos es 7", y el evento "la suma de los puntos es 5".

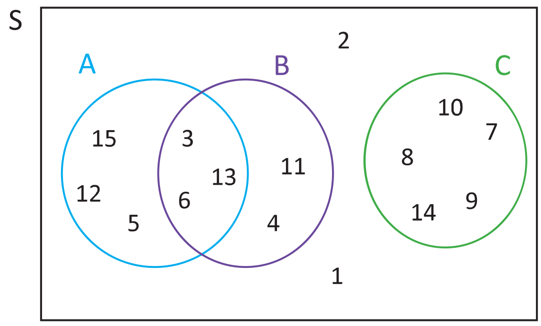
2. Carmen se transporta por la ciudad de Santa Ana, se encuentra en el punto A y desea llegar al punto B como lo muestra la figura. Determina la probabilidad de que tomando los caminos más cortos se cumpla lo siguiente:

   a) Carmen pasa por el punto M o por el punto N.
   b) Carmen pasa por el punto P y por el punto N.



3. Considerando los eventos A, B y C en el espacio muestral (S), analiza el diagrama de Venn y determina:

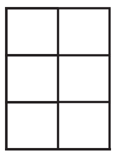
   a) El espacio muestral S, el evento A, el B y el C.
   b) P(A), P(B) y P(C).
   c) $P(A \cap B)$, $P(B \cap C)$ y $P(A \cap C)$.
   d) $P(A \cup B)$, $P(B \cup C)$ y $P(A \cup C)$.
   e) $P(A^c)$, $P(B^c)$ y $P(C^c)$.
   f) $1 - P(A^c)$, $1 - P(B^c)$ y $1 - P(C^c)$.



4. Se eligen el presidente y vicepresidente de una comisión de entre 5 hombres y 5 mujeres. Determina la probabilidad de que el presidente sea mujer y el vicepresidente sea hombre.

5. Considerando las piezas de Braile formadas por un rectángulo con 6 celdas en el que cada celda puede estar vacía o tener un punto en relieve. Al seleccionar una pieza de Braile, determina:

   a) La probabilidad de que la pieza tenga exactamente 3 puntos y 3 vacíos.
   b) La probabilidad de que la pieza tenga un punto o un vacío.
   c) La probabilidad de que la pieza tenga 8 puntos.



6. En una tienda de electrodomésticos se determina que al llegar un cliente, la probabilidad de que compre un televisor es $\frac{4}{15}$, que compre una refrigeradora es $\frac{7}{30}$, y que compre una lavadora es $\frac{2}{15}$. Determina la probabilidad de que al llegar un cliente se venda alguno de estos 3 productos. Considera que cada cliente compra a lo sumo un producto.

7. En un juego de azar se descubre que un dado está cargado, pues al lanzarlo 20 veces, en 17 ocasiones cayó 6. Si el juego consiste en lanzar un dado una vez y que no caiga 6, determina la probabilidad de ganar el juego.

8. Se encargarán 12 pupusas para cenar, y se puede escoger entre pupusa de ayote, revueltas y de queso. Determina la probabilidad de que al encargarlas, al menos una pupusa sea revuelta, considerando que cada tipo de pupusa tiene la misma probabilidad de ser seleccionada.

2.1 Probabilidad condicional

Problema inicial

Los resultados de una encuesta sobre profesiones se muestran en la tabla de la derecha. Calcula la probabilidad de que al elegir una persona sea una mujer matemática dado que ya se ha elegido una mujer.

Ocupación	Mujeres	Hombres	Total
Médico	40	31	71
Matemático	22	24	46
Oficios en el hogar	15	15	30
Total	77	70	147

Solución

Sea A: es matemático y B: es mujer.

Dado que ya se sabe que al elegir la persona esta fue mujer (ya no cabe la posibilidad de que sea hombre), entonces los casos posibles son 77.

Ocupación	Mujeres	Hombres	Total
Médico	40	31	71
Matemático	22	24	46
Oficios en el hogar	15	15	30
Total	77	70	147

Y los casos favorables están en la celda donde coincide que sea mujer como que sea matemático, es decir, son 22 casos favorables.

Por lo tanto, P(A si ya sucedió B) = $\frac{22}{77} = \frac{2}{7}$.

Definición

Dados dos evento A y B, se puede estar interesado en encontrar la probabilidad de que suceda el evento A suponiendo que ya sucedió el evento B. Esto se conoce como **probabilidad condicional**, se denota P(A/B), y se lee: "La probabilidad de A dado B". Para calcularla se puede considerar que los casos posibles son las formas en que puede suceder B, es decir $n(B)$, y los casos favorables como las formas en que puede suceder $A \cap B$, es decir $n(A \cap B)$. Entonces se cumple que

$$P(A/B) = \frac{n(A\cap B)}{n(B)}.$$

Considerando el total de casos que tiene el espacio muestral como $n(S)$, se tiene que la igualdad anterior es equivalente a

$$P(A/B) = \frac{n(A\cap B)}{n(B)} = \frac{\frac{n(A\cap B)}{n(S)}}{\frac{n(B)}{n(S)}} = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}.$$

Ejemplo

Determina la probabilidad de que al lanzar un dado el resultado es mayor que 4 dado que es impar.

Considerando, A: es mayor que 4 y B: es impar.

$P(A\cap B) = \frac{1}{6}$ (solo 5 cumple), $P(B) = \frac{3}{6}$ (cumplen el 1, 3 y 5), por lo tanto $P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{1}{\cancel{6}} \div \frac{3}{\cancel{6}} = \frac{1}{3}$.

Problemas

1. Considerando la tabla del Problema inicial, determina:
   a) La probabilidad de escoger un hombre dado que se ocupa de los oficios del hogar.
   b) La probabilidad de escoger un matemático dado que es hombre.
   c) La probabilidad de escoger una mujer dado que es matemático.

2. Determina la probabilidad de que al lanzar un dado el resultado es impar dado que es mayor que 3.

3. En una empresa de carros hay 3 máquinas que ensamblan la misma cantidad de carros, y al escoger un carro al azar, la probabilidad de que sea defectuoso y que sea de la máquina 1 es $\frac{1}{120}$. Determina la probabilidad de que un carro producido por la máquina 1 sea defectuoso.

2.2 Variantes de la probabilidad condicional

Problema inicial

En una bolsa hay 3 bolitas azules y 5 bolitas blancas, si se extraen dos bolitas, una después de la otra sin reposición (sin regresar la primera bolita que se saca a la bolsa), determina la probabilidad de que las dos bolitas sean de color azul.

Solución

Sea A: la primera bolita es azul y B: la segunda bolita es azul.

Se está interesado en que tanto la primera como la segunda bolita sean azules, es decir, $P(A \cap B)$.

Se tiene que $P(A) = \frac{3}{8}$, ahora quedan 7 bolitas, de las cuales 2 son azules. Por lo tanto $P(B/A) = \frac{2}{7}$.

De la definición de probabilidad condicional se sabe que $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$, de lo cual se puede deducir que:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B/A) = \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{3}{28}.$$

Por lo tanto, la probabilidad de extraer dos bolitas azules es $\frac{3}{28}$.

Conclusión

Es posible calcular la probabilidad de una intersección a partir del resultado de probabilidad condicional que se estudió en la clase 2.1, para ello se cumple que: $P(A \cap B) = P(B)P(A/B)$.

Este resultado se conoce como **Teorema del producto para probabilidad.**

Problemas

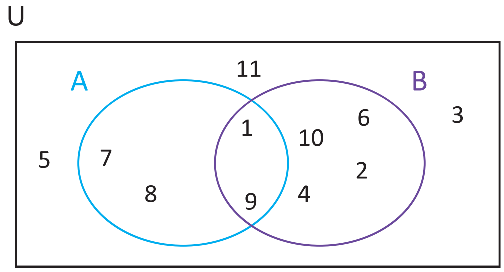
1. En una bolsa hay 2 bolitas azules y 4 bolitas blancas, si se extraen dos bolitas, una después de la otra sin reposición, determina la probabilidad que la primera bolita sea azul y la segunda sea blanca.

2. Se tiene una baraja con cartas de 4 colores diferentes (uno de esos colores es verde), cada color tiene 5 cartas numeradas del 1 al 5. Si se extraen 2 cartas, una tras otra sin reposición, determina la probabilidad de los siguientes eventos:

   a) Ambas sean 1.
   b) La primera sea 2 y la segunda sea 3.
   c) La primera sea 3 y la segunda sea 4 de color verde.
   d) Ambas sean del mismo color.
   e) La primera sea 2 y la segunda 1 del mismo color.

3. Utilizando el diagrama de Venn de la derecha calcula:

   a) $P(B)$ y $P(A)$.
   b) $P(B/A)$ y $P(A/B)$.
   c) Calcula $P(A \cap B)$ de dos formas diferentes a partir de los literales anteriores.



2.3 Aplicación de la probabilidad condicional

Problema inicial

Se extraen dos cartas una tras otra de una baraja, determina la probabilidad de que la segunda carta sea de diamantes dado que la primera fue de diamantes, si:

a) La primera carta no se devuelve a la baraja para la segunda escogitación.

b) La primera carta se devuelve a la baraja para la segunda escogitación.

Solución

Considerando A: la segunda carta es de diamantes y B: la primera carta es de diamantes.

a) Para que la primera carta sea de diamantes hay 13 cartas disponibles, y luego dado que no se devuelve, para que la segunda carta sea de diamantes solamente habría 12 cartas disponibles. Y los casos posibles son 52 y luego 51 para la segunda carta, por lo tanto, $P(A \cap B) = \frac{13 \times 12}{52 \times 51} = \frac{1}{17}$.

Además, para que la primera carta sea de diamantes hay 13 posibilidades, y para la segunda carta habrían 51 cartas disponibles, por lo tanto, $P(B) = \frac{13 \times 51}{52 \times 51} = \frac{1}{4}$.

Por lo tanto, $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{17} \div \frac{1}{4} = \frac{4}{17}$.

b) La diferencia con el caso anterior es que para que la segunda sea de diamantes se tendrán 13 cartas disponibles de nuevo, y en los casos posibles 52 y 52, por lo tanto, $P(A \cap B) = \frac{13 \times 13}{52 \times 52} = \frac{1}{16}$.

Y análogamente $P(B) = \frac{13 \times 52}{52 \times 52} = \frac{1}{4}$. Por lo tanto, $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{16} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$.

Conclusión

La probabilidad condicional a menudo se utiliza para agregar condiciones dependiendo la conveniencia o la situación determinada. Por ejemplo para el Problema inicial podría ser de utilidad para estudiar las estrategias de juego, en otras situaciones podría utilizarse para pronosticar el clima, situaciones de epidemias y características de las personas que afecta, entre otros.

Problemas

1. En un juego de cartas la primera carta ha sido de tréboles, para ganar es necesario que la segunda carta también sea de tréboles. Analiza en qué situación se tienen mayores probabilidades de ganar, si la segunda carta es extraída de la misma baraja que la primera (sin reponer la primera carta), o si la segunda carta es extraída de una baraja íntegra (de la cual no se ha extraído ninguna carta aún).

2. En un estudio se quiere determinar si la diabetes es una consecuencia del sobrepeso,y se investigó que la probabilidad de que una persona tenga sobrepeso es $\frac{1}{2}$, y además cuando una persona tiene sobrepeso la probabilidad de que tenga también diabetes es $\frac{2}{3}$. Determina la probabilidad de que una persona tenga tanto sobrepeso como diabetes.

3. En una carpintería se han elaborado 25 pupitres de los cuáles 4 están defectuosos, 5 tienen pequeños problemas y los demás están en óptimas condiciones. Determina la probabilidad de que al escoger 2 pupitres uno tras otro, el primero esté defectuoso y el segundo tenga pequeños problemas.

4. En un juego se tienen 3 puertas, y tras una de ellas hay un premio de un carro; el juego consiste en que el concursante elige una de las 3 puertas, luego el presentador, quien conoce qué hay detrás de cada puerta, abre una puerta que sabe que no tiene premio, y da la opción al concursante que cambie de puerta. Utiliza la probabilidad condicional para determinar con cuál opción (cambiando o quedándose con la puerta) tiene mayores probabilidades de ganar.

2.4 Problemas con probabilidad condicional

Problema inicial

En una carpintería se diseñan pupitres para personas zurdas, y en ella trabajan Marta, María y Carlos. Las probabilidades que un pupitre elaborado por Marta, María y Carlos tenga defectos son 0.1, 0.12 y 0.11, respectivamente. Si todos producen la misma cantidad de pupitres, determina:

a) La probabilidad de elegir un pupitre defectuoso.

b) La probabilidad de que al elegir un pupitre defectuoso este lo haya elaborado Marta.

Solución

a) Sean los eventos A: es de Marta, B: es de María, C: es de Carlos, D: es defectuoso.

Entonces se cumple que $P(D) = P(A \cap D) + P(B \cap D) + P(C \cap D)$.

Además se sabe que: $P(D/A) = 0.1$ (La probabilidad de que sea defectuoso, dado que es de Marta).
$P(D/B) = 0.12$ (La probabilidad de que sea defectuoso, dado que es de María).
$P(D/C) = 0.11$ (La probabilidad de que sea defectuoso, dado que es de Carlos).

Puesto que todos producen la misma cantidad de pupitres, $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{3}$.

Además se sabe que $P(D/A) = \frac{P(A \cap D)}{P(A)}$, entonces $P(A \cap D) = P(A) \times P(D/A) = \frac{1}{3}(0.1)$.

Análogamente se cumple que $P(B \cap D) = \frac{1}{3}(0.12)$ y $P(C \cap D) = \frac{1}{3}(0.11)$.

Por lo tanto, $P(D) = \frac{1}{3}(0.1) + \frac{1}{3}(0.12) + \frac{1}{3}(0.11) = \frac{1}{3}(0.33) = 0.11$.

b) Ahora bastaría calcular $P(A/D)$ (la probabilidad de que un pupitre sea de Marta dado que es defectuoso).

Dado que $P(A/D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)}$, y del literal a), $P(A \cap D) = \frac{1}{3}(0.1)$ y $P(D) = 0.11$.

Por lo tanto, $P(A/B) = \frac{\frac{1}{3}(0.1)}{(0.11)} = \frac{10}{33}$.

Observa que una probabilidad se puede escribir como fracción o como decimal, y el Problema inicial también se puede trabajar convirtiendo los decimales a fracciones.

Conclusión

Para calcular la probabilidad de que un pupitre sea defectuoso fue necesario aplicar la regla de adición entre las intersecciones de eventos excluyentes (si un pupitre lo elabora Marta no pudo haber sido elaborado por Carlos o María), este resultado se conoce como **teorema de probabilidad total**.

Luego, se utilizó el resultado para calcular la probabilidad de que un pupitre sea de una persona en particular dado que ya se sabe que es defectuoso, este resultado se conoce como **teorema de Bayes**.

Problemas

1. En una fábrica hay 2 máquinas que ensamblan la misma cantidad de carros cada una; la probabilidad de que un carro ensamblado por la máquina 1 tenga problemas es 0.05 y la probabilidad de que un carro producido por la máquina 2 tenga problemas es 0.07, determina:
   a) La probabilidad de que un carro tenga problemas.
   b) La probabilidad de que un carro haya sido ensamblado por la máquina 1 dado que tiene problemas.

2. Una imprenta posee 3 impresoras, la impresora 1 produce el 20%, la impresora 2 el 40% y la 3 produce el resto. La probabilidad de que la impresora 1 imprima defectuosamente una página es $\frac{1}{100}$, que lo haga la impresora 2 es $\frac{1}{50}$ y que sea la impresora 3 es $\frac{1}{40}$. Determina la probabilidad de que al tener una página defectuosa esta haya sido impresa por la máquina 3.

2.5 Experimentos independientes*

Problema inicial

Se definen dos experimentos y dos eventos de la siguiente manera:

T_1: Lanzar una moneda — A_1: Cae cara

T_2: Lanzar un dado — A_2: Cae uno o dos

a) Encuentra la probabilidad de que en T_2 ocurra A_2, cuando en T_1 ocurre A_1.
b) Encuentra la probabilidad de que en T_1 ocurra A_1, cuando en T_2 ocurre A_2.
c) Encuentra la probabilidad de que en T_1 ocurra A_1 y en T_2 ocurre A_2.

Solución

Sean S_1 y S_2 los espacios muestrales de T_1 y T_2 respectivamente.

a) Puesto que el experimento T_1 no influye en el experimento T_2, la probabilidad de A_2 es: $\frac{n(A_2)}{n(S_2)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

b) Puesto que el experimento T_2 no influye en el experimento T_1, la probabilidad de A_1 es: $\frac{n(A_1)}{n(S_1)} = \frac{1}{2}$.

c) Considerando T_1 y T_2 como un solo experimento T con espacio muestral S, y denotando por C el evento ocurre A_1 en T_1 y A_2 en T_2, se tiene que $n(S) = n(S_1) \times n(S_2)$ y $n(C) = n(A_1) \times n(A_2)$, por lo tanto:

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{n(A_1) \times n(A_2)}{n(S_1) \times n(S_2)} = \frac{n(A_1)}{n(S_1)} \times \frac{n(A_2)}{n(S_2)} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}.$$

El resultado del literal c) se puede expresar como $P(C) = P(A_1) \times P(A_2)$.

Definición

Tomando dos experimentos T_1 y T_2 de modo que A_1 es un evento de T_1 y A_2 es un evento de T_2, se cumple que si la ocurrencia del experimento T_1 no influye en el experimento T_2 (y viceversa), se dice que T_1 y T_2 son **experimentos independientes**.

Se cumple que la probabilidad que ocurra tanto el evento A_1 en T_1 como el evento A_2 en T_2 es:

$$P(A_1) \times P(A_2).$$

Ejemplo

Determina la probabilidad de que al lanzar un dado 2 veces se obtenga “1” en la primera tirada y “2” en la segunda. Sea A: Cae “1” en la primera tirada, y B: Cae “2” en la segunda tirada.

Como A y B son eventos de dos experimentos independientes (lanzar el dado la primera vez es un experimento y lanzarlo la segunda vez es otro), entonces la probabilidad es:

$$P(A) \times P(B) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}.$$

Problemas

1. Determina la probabilidad de que al extraer dos cartas de una baraja la primera sea de corazón y la segunda de trébol. Considera que después de la primera extracción se devuelve la carta.

2. Determina la probabilidad de que al lanzar una moneda 3 veces, se obtenga solamente una cara y sea en el último lanzamiento.

3. Determina la probabilidad de que al extraer 2 cartas una tras otra de una baraja (con reemplazo), se cumpla que la primera es una carta roja, y la segunda es “J” o de diamantes.

4. Determina la probabilidad de que al responder 5 preguntas de verdadero y falso al azar se obtengan 4 respuestas correctas.

2.6 Probabilidad de experimentos repetidos, parte 1

Problema inicial

Determina la probabilidad de que al lanzar 5 veces un dado se obtengan “6 o 3” dos veces.

Solución

Considerando en un lanzamiento el evento A: Cae 6 o 3 y B: No cae 6 ni 3.

Lanzar el dado 5 veces son 5 experimentos independientes, y para obtener el evento se tienen los siguientes casos:

$$5C2 \text{ casos} \begin{cases} \text{A A B B B tiene probabilidad } P(A)\times P(A)\times P(B)\times P(B)\times P(B) = \left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^3. \\ \text{A B A B B tiene probabilidad } P(A)\times P(B)\times P(A)\times P(B)\times P(B) = \left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^3. \\ \vdots \end{cases}$$

El total de casos es igual al número de maneras que hay para escoger 2 de los 5 lugares en donde ocurrirá el evento A, por lo tanto hay $5C2$ casos, y todos estos casos son mutuamente excluyentes y de igual probabilidad, por lo tanto la probabilidad es:

$$5C2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{80}{243}.$$

Conclusión

Sea p la probabilidad de que suceda el evento A en un experimento. Cuando se repite n veces el experimento, la probabilidad de que ocurra el evento A r veces ($0 \leq r \leq n$) es:

$$(nCr)p^r(1-p)^{n-r}.$$

Ejemplo

Analizando el desempeño de un jugador de fútbol se obtuvo la información de que al tirar una falta, la probabilidad de que marque gol es $\frac{3}{10}$, la probabilidad de que el tiro pegue en algún poste es $\frac{1}{2}$, y la probabilidad de que el tiro vaya fuera es $\frac{1}{5}$. Determina la probabilidad de que al realizar 6 tiros, 3 sean gol, 2 peguen en el poste y 1 vaya fuera.

Considerando en un tiro de falta los eventos A: es gol, B: pega en el poste, C: va fuera.

Puesto que cada tiro de falta es independiente del otro, se puede dar el caso de obtener los 3 goles en los primeros tiros, luego 2 al poste y 1 va fuera, cuya probabilidad es $P(A)\times P(A)\times P(A)\times P(B)\times P(B)\times P(C)$.

Luego el total de casos es igual al total de formas en que se pueden escoger los experimentos (tiros) en que hará gol ($6C3$) y luego de los restantes experimentos (tiros) escoger cuáles pegarán en el poste ($3C2$).

Cada uno de estos casos tiene una probabilidad de ocurrir de $\left(\frac{1}{5}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{3}{10}\right) = \frac{3}{5\,000}$.

Por lo tanto, la probabilidad es: $6C3 \times 3C2 \times \frac{3}{5\,000} = \frac{9}{250}$.

Problemas

1. En una bolsa se tienen 3 bolitas rojas y 4 bolitas negras. Se extraen 4 bolitas una tras otra y con reemplazo (la bolita extraída se devuelve a la bolsa). Determina:
   a) La probabilidad de que hayan sido 2 bolitas rojas y 2 negras.
   b) La probabilidad de que haya sido a lo sumo 1 bolita roja.
   c) La probabilidad de que haya sido al menos 1 bolita negra.

2. Determina la probabilidad de que al extraer 7 cartas (una tras otra) con reemplazo de una baraja tradicional (de 52 cartas) 3 de ellas sean de diamantes, 2 sean de color negro y 2 sean de corazones.

2.7 Probabilidad de experimentos repetidos, parte 2

Problema inicial

En un juego se lanza un dado hasta que se obtiene 2 veces el número cinco, determina la probabilidad de lograr esto en 4 lanzamientos del dado.

Solución

En este caso en el cuarto lanzamiento debe caer cinco, y en los primeros 3 lanzamientos también debe caer 1 vez cinco. Como cada lanzamiento es independiente del otro, entonces se tiene que la probabilidad requerida es:

$$ {}_3C_1 \times \frac{1}{6} \times \left(\frac{5}{6}\right)^2 \times \frac{1}{6} = \frac{25}{432}. $$

Conclusión

Considerando un evento A del espacio muestral de un experimento, si el experimento se repite n veces hasta que ocurra r veces el evento A, entonces el evento A tuvo que haber ocurrido $(r - 1)$ veces en las primeras $(n - 1)$ repeticiones y en la última repetición del experimento.

Problemas

1. De una baraja tradicional se extrae una carta tras otra, con reposición (después de extraerla se devuelve a la baraja), los experimentos terminan cuando se extraen 3 cartas de diamante. Determina la probabilidad de obtener estas 3 cartas de diamantes en las primeras 6 extracciones.

2. En un juego de mesa se puede comenzar a mover el peón hasta que se obtiene 6 en el lanzamiento de un dado.

   Determina:
   a) La probabilidad de comenzar a mover el peón a partir del primer lanzamiento.
   b) La probabilidad de comenzar a mover el peón a partir del tercer lanzamiento.
   c) La probabilidad de comenzar a mover el peón después de a lo sumo 3 lanzamientos.
   d) La probabilidad de comenzar a mover el peón en al menos 3 lanzamientos.

3. La meta de producción individual de una empresa textil es de 4 camisas sin imperfecciones, y la probabilidad de producir una camisa con imperfecciones es $\frac{1}{3}$.

   Calcula:
   a) La probabilidad de lograr la meta produciendo exactamente 5 camisas.
   b) La probabilidad de lograr la meta produciendo a lo sumo 6 camisas.
   c) La probabilidad de lograr la meta produciendo al menos 7 camisas.

4. Determina la probabilidad de que al sacar cartas de una baraja tradicional (52 cartas) la segunda carta de tréboles sea en la quinta extracción, considerando que la extracción es con reposición.

5. Un experto de tiro lanza dardos a un blanco, y se sabe que acierta 7 de cada 10 tiros. Un juego consiste en que 3 participantes dicen cuántos tiros será necesario hacer para lograr que 4 dardos den en el blanco; el primer participante dice que se logrará en 5 tiros, el segundo dice que en 7 tiros y el tercero dice que en 10 tiros. Determina qué participante tiene mayor probabilidad de ganar.

2.8 Practica lo aprendido

Resuelve los siguientes problemas, utilizando la estrategia de conteo que consideres más adecuada.

1. Determina la probabilidad de que al extraer una carta de una baraja tradicional sea de corazones, si ya se sabe que la carta extraída es de color rojo.

2. La probabilidad de que un programa de televisión sea visto por un hombre casado es 0.3, la probabilidad de que sea visto por una mujer casada es 0.4, y la probabilidad de que un esposo vea el programa cuando su esposa lo ve es 0.7.

   Calcula:
   a) La probabilidad de que una pareja casada vea el programa.
   b) La probabilidad de que una esposa vea el programa dado que el esposo lo ve.
   c) La probabilidad de que al menos uno de los esposos vea el programa.

3. Para rifar 3 premios participan 15 personas, de las cuales 10 son mujeres y 5 son hombres, determina la probabilidad de que 3 hombres ganen un premio, si una misma persona no puede ganar dos premios.

4. La probabilidad de que llueva en un día de octubre es $\frac{1}{3}$.

   Calcula:
   a) La probabilidad de que no llueva durante 5 días seguidos.
   b) La probabilidad de que llueva 3 días de una semana (5 días).
   c) La probabilidad de que llueva hasta el sexto día del mes de octubre.

5. Determina la probabilidad de que al lanzar un dado 5 veces se obtenga exactamente un cuatro, un seis y un uno, en alguno de los lanzamientos.

6. El 30% de los conductores tienen un accidente de tránsito, el 30% de estos accidentes es debido a que el conductor estaba bajo los efectos del alcohol, el 20% por contestar el celular y el 5% cambiaba la emisora. Por otro lado, el 40% de los conductores van bajo los efectos del alcohol, el 50% contestan el celular y el 70% cambia la emisora mientras conduce.

   Determina:
   a) La probabilidad de que una persona choque dado que se conduce ebria.
   b) La probabilidad de que una persona choque dado que contestó el celular.
   c) La probabilidad de que una persona choque dado que cambió la emisora.

7. En el control de calidad de una envasadora de alimentos se extraen productos hasta completar 4 defectuosos, si el 95% del producto es producido de buena calidad.

   Determina:
   a) La probabilidad de que se extraigan 10 elementos en el control de calidad.
   b) La probabilidad de que los primeros 4 productos sean los defectuosos.

2.9 Problemas de la unidad

Resuelve los siguientes problemas, utilizando la estrategia de conteo que consideres más adecuada.

1. Determina la probabilidad de que al extraer una carta de una baraja tradicional sea de diamante o de picas o Jota.

♠ Picas	♣ Tréboles
♥ Corazones	♦ Diamantes

2. Calcula la probabilidad de que al lanzar 3 dados la suma sea 10.

3. Determina la probabilidad de que al ordenar 3 bolas azules (idénticas), 4 bolas moradas (idénticas) y 2 bolas negras (idénticas) las bolas negras queden todas juntas.

4. En un juego se tienen 2 bolsas, la primera contiene 3 bolas blancas, 2 rojas y una negra, la segunda contiene 2 bolas blancas, 3 rojas y 3 negras. Se extrae una bola de alguna de las bolsas.

   Calcula:
   a) La probabilidad de que se extraiga una bola negra de la segunda bolsa.
   b) La probabilidad de que se extraiga una bola roja.

5. En un ropero hay 3 pares de zapatos negros y 4 pares de zapatos cafés. Si se extrae un zapato, determina:

   a) La probabilidad de extraer un zapato café derecho o un zapato negro izquierdo.
   b) La probabilidad de extraer un zapato izquierdo o de color negro.

6. Calcula la probabilidad de que en una cadena binaria (de 0 y 1) de longitud 6 aparezcan al menos 3 ceros juntos al final de la cadena.

7. Determina la probabilidad de que al ubicar 2 torres en un tablero de ajedrez (8 × 8) estas queden alineadas vertical u horizontalmente.

8. Determina la probabilidad de que al ubicar 3 niñas y 3 niños en una mesa redonda ningún niño quede a la par de otro niño.

9. Considerando las piezas de Braile formadas por un rectángulo con 6 celdas en el que cada celda puede estar vacía o tener un punto en relieve. Determina la probabilidad de que al escoger una pieza del sistema Braile tenga al menos una casilla vacía (sin punto en relieve).

2.10 Problemas de la unidad

Resuelve los siguientes problemas, utilizando la estrategia de conteo que consideres más adecuada.

1. En un juego se tiene una baraja tradicional de la que se han quitado 3 cartas de corazones, una de diamante y 2 de tréboles, el juego consiste en adivinar de qué palo será la carta que se extraiga de la baraja modificada (picas, corazones, tréboles o diamantes). Determina la opción que tiene mayor probabilidad de ganar.

2. Un juego consiste en adivinar cuántas caras caerán al lanzar 7 veces una moneda, Carmen dice que caerán 4 caras y Carlos dice que caerán 3 caras. Determina quién tiene mayor probabilidad de ganar. Si fueran 8 lanzamientos, determina cuál sería la opción más probable.

3. Un juego de dados consiste en adivinar después de cuántas tiradas se obtendrá 3 veces el número 5. Una persona dice que se logrará después de 6 tiradas, otra dijo que después de 7, y otra dijo que después de 8 tiradas. Determina qué persona tiene mayores probabilidades de ganar. ¿Qué opción habrías dicho tú para tener la mayor probabilidad de ganar?

4. La probabilidad de que en una calle el semáforo esté arruinado es 0.2, la probabilidad de que en dicha calle ocurra un accidente es 0.5, y la probabilidad de que ocurra un accidente considerando que el semáforo está dañado es 0.75.

   Determina:
   a) La probabilidad de que ocurra un accidente y el semáforo esté arruinado.
   b) La probabilidad de que el semáforo esté arruinado dado que ocurrió un accidente.

5. Una urna contiene 5 bolas blancas y 4 bolas rojas, todas indistinguibles entre sí, se extraen 3 bolas de la urna, una después de la otra, con la condición que si la bola es roja se devuelve a la urna, pero si la bola es blanca no se devuelve. Determina la probabilidad de que al sacar 3 bolas, exactamente una de ellas sea de color blanco.

6. En un consultorio se tiene que la probabilidad de que alguien tenga cáncer si se le ha diagnosticado es 0.9, y la probabilidad de que alguien lo padezca si se le ha diagnosticado que no lo tiene es 0.15, además se sabe que el 20% de los pacientes son diagnosticados con cáncer.

   Calcula:
   a) La probabilidad de que un paciente padezca de cáncer.
   b) La probabilidad de que un paciente sea diagnosticado con cáncer si lo padece.

7. En un juego de un programa de televisión se gira una ruleta de colores, participan 3 personas. El juego consiste en adivinar después de cuántas giradas caerá la ruleta en la casilla de color rojo. Una persona dice que en la tercera girada, otra dice que en la sexta girada, y la última dice que en la cuarta girada. Determina cuál de las personas tiene mayor probabilidad de ganar si la probabilidad de que caiga rojo en la ruleta es 0.3. ¿Qué opción habrías dicho tú para tener la mayor probabilidad de ganar?